

# Keskusteluaiheita

## Discussion papers

Juhani Turkkila

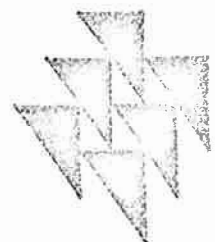
REAALITULON

VEROTTAMINEN

No 48

6.11.1979

This series consists of papers with limited circulation, intended to stimulate discussion. The papers must not be referred or quoted without the authors' permission.



## REAALITULON VEROTTAMINEN

### 1. Verofunktiosta

Tarkasteillaan tyypillistä progressiivista tuloveroasteikkoa. Verotettavan tulon  $y$  ja siitä maksettavan veron  $T$  välistä yhteyttä kuvaa verofunktio  $T = T(y)$ . Verofunktioon liittyvistä käsitteistä ja merkinnöistä katso Edgren-Turkkila-Vartia (1978).

Valtion verotuksessa sovelletuissa tuloveroasteikoissa on esitetty verotettavan tulon tuloluokat, veron vakioerät tulon alarajan kohdalla ja veroprosentti alarajan yli menevästä tulon osasta (marginaaliveroaste).

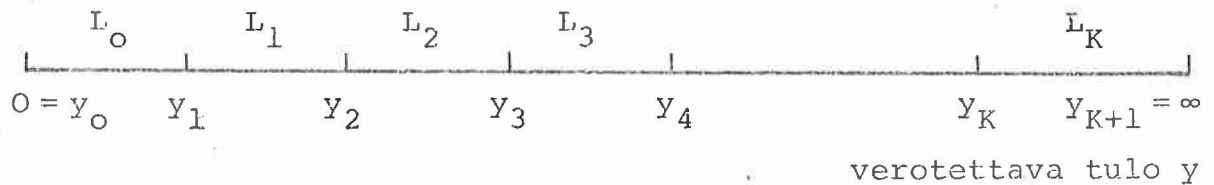
Alla on esitetty vuoden 1951 tuloveroasteikko I veroluokassa.

Taulukko 1. Valtion tuloveroasteikko vuonna 1951 I veroluokassa

Verotettava tulo, markkaa	Veron vakioerä tulon alarajan kohdalla (mk)	Veroprosentti yli- menevästä tulon osasta
750- 1000	5	8
1000- 1250	25	9
1250- 1500	47,50	11
1500- 2000	75	13
2000- 3000	140	16
3000- 4000	300	20
4000- 6000	500	24
6000- 8000	980	29
8000-10000	1560	32
10000-15000	2200	37
15000-20000	4050	43
20000-40000	6200	47
40000-80000	15600	49
80000 tai enemmän	35200	52

Verotettavan tulon ja tuloluokkien merkitsemistä ja niiden välistä yhteyttä voidaan havainnollistaa alla olevan kuvion avulla. (Kuvio on ymmärrettävä vain havainnollistamisvälineeksi, ei esimerkiksi yllä olevan taulukon kuvaamiseksi).

Kuvio 1: Verotettavan tulon luokkarajojen ja tuloluokkien merkitseminen.



Verotettavan tulon alaraja olkoot  $y_1$ , joka on pienin tulo, josta veroa kannetaan. Välillä  $y_0 \leq y < y_1$  ei siis veroa kanneta. Verotettavan tulon tuloluokkia olkoot  $K$  kappaletta. Tuloluokkia, joita merkitään  $L_k$ :lla, olkoot  $K+1$  kappaletta. Kun tuloluokassa  $L_0$  ei veroa kanneta, verotettavan tulon tuloluokkia on  $K$  kappaletta. Tuloluokan  $L_k$  alaraja  $y_k$  on myös tuloluokan  $L_{k-1}$  yläraja, kun  $2 \leq k < K$ . Kuitenkin määritellään, että tuloluokka  $L_k = \{y | y_k \leq y < y_{k+1}\}$ , joka ei sisällä ylärajaansa  $y_{k+1}$ .

Vero  $T$  verotettavasta tulosta  $y$  tuloluokassa  $L_k$  voidaan lausua muodossa

$$(1) \quad T(y) = \theta_k y_k + m_k (y - y_k),$$

missä  $\theta_k$  on tuloluokan alarajan  $y_k$  kohdalla laskettu veroaste  $\theta_k = T(y_k)/y_k$ , ja  $m_k$  on tuloluokassa  $L_k$  sovellettu rajaveroaste, joka on tuloluokasta riippuva vakio. Taulukon 1 mukaisen veroasteikon kolmannessa tuloluokassa  $L_3 = \{y | 1250 \leq y < 1500\}$  veron määrä markoissa saadaan seuraavasti

$$T(y) = (0.038)1250 + 0.11 (y - 1250) = 47.5 + 0.11(y - 1250).$$

Koko veroasteikko voidaan esittää seuraavasti tai täsmällisemmin verofunktiolla  $T: \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}_+$  on seuraava esitys:

$$(2) \quad T(y) = \begin{cases} \theta_0 y_0 + m_0(y-y_0), & \text{kun } y \in L_0 \\ \theta_1 y_1 + m_1(y-y_1), & \text{kun } y \in L_1 \\ \theta_2 y_2 + m_2(y-y_2), & \text{kun } y \in L_2 \\ \vdots \\ \theta_K y_K + m_K(y-y_K), & \text{kun } y \in L_K \end{cases}$$

$$= \sum_{k=0}^K [\theta_k y_k + m_k(y-y_k)] \cdot \Phi(y \in L_k),$$

jossa  $\Phi(p)$  on väitteen  $p$  totuusfunktio (karakteristinen, indikaattori-funktio), toisin sanoen  $\Phi(p) = 1$ , jos  $p$  on tosi ja nolla muulloin.

Yhtälö (2) antaa parametrinen esityksen veroasteikolle käyttäen parametreina tulorajoja  $y_k$ , veroasteita  $\theta_k$  ja rajaveroasteita  $m_k$ , kun  $k = 0, 1, 2, \dots, K$ .

Koska  $\theta_k = T(y_k)/y_k$  ja verofunktio on jatkuva myös tulorajojen kohdalla (paitsi kun  $y = y_1$ ), voidaan parametrit  $\theta_2, \dots, \theta_K$  esittää parametrien  $y_0, y_1, y_2, \dots, y_K$ ,  $\theta_0, \theta_1$  ja  $m_0, m_1, m_2, \dots, m_K$  avulla. Koska Suomessa (ks. esim. taulukko 1)  $T(y) = 0$ , kun  $0 \leq y < y_1$ , niin  $y_0 = \theta_0 = m_0 = 0$ . Verofunktion muoto on niin yleinen, että sen avulla voidaan esittää kaikki verofunktiot, joissa rajaveroaste on tuloluokittain vakio.

Määritellään funktio  $t: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_+$  (vero logaritmisesta tulosta) yhtälöllä

$$(3) \quad T(y) = t(\log y)$$

$$\Leftrightarrow T(e^z) = t(z),$$

jossa  $y = e^z$  = verotettava tulo (markoissa,  $e$  on Neperin luku)

ja  $z = \log y$  = verotettavan tulon luonnollinen logaritmi.

Taulukossa 2 on esitetty em. tuloveroasteikon tuloluokkien alarajoja  $y_k$  vastaavat logaritmit  $z_k$  ja veroasteet  $\theta_k$  ja  $k$ :nnen tuloluokan rajaveroasteet.

Taulukko 2. Vuonna 1951 sovelletun valtion tuloveroasteikon tuloluokkien alarajat  $y_k$ , niiden logaritmit  $z_k$ , niitä vastaavat veroasteet  $\theta_k$  sekä tuloluokan  $k$  rajaveroaste  $m_k$  I veroluokassa.

$y_k$	$z_k$	$\theta_k$	$m_k$
750	6.620073	0.006667	0.08
1000	6.907755	0.025	0.09
1250	7.130899	0.038	0.11
1500	7.313220	0.05	0.13
2000	7.600902	0.07	0.16
3000	8.006368	0.1	0.20
4000	8.294050	0.125	0.24
6000	8.699515	0.163333	0.29
8000	8.987197	0.195	0.32
10000	9.210340	0.22	0.37
15000	9.615805	0.27	0.43
20000	9.903488	0.31	0.47
40000	10.596635	0.39	0.49
80000	11.289782	0.44	0.52

Koska  $y \in \mathbb{R}_+ = \{x | x \geq 0\}$ , niin  $z = \log y \in \mathbb{R}$ . Veroaste aritmeettisen tulon  $y$  funktiona on funktio  $\Theta: \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}_+$ , jolle  $\Theta(y) = T(y)/y$ . Veroaste  $\log y$ :n funktiona on funktio  $\theta$ , joka liittää logaritmiseen tuloon  $z = \log y$  tätä vastaavan veroasteen  $T(y)/y = T(e^z)/e^z$ :

$$(4) \quad \theta(\log y) = T(y)/y = \Theta(y).$$

Suorittamalla muuttujan vaihdon  $z = \log y$  eli  $y = e^z$  saadaan

$$(5) \quad \theta(z) = T(e^z)/e^z = \Theta(e^z).$$

Funktiot  $\Theta$  ja  $\theta$  ovat eri funktioita, koska esimerkiksi näiden määrittelyalueet eroavat:

$$\Theta: \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}_+ \text{ ja}$$

$$\theta: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_+.$$

Veroastefunktio  $\Theta(y)$  saadaan suoraan (2):sta

$$(6) \quad \begin{aligned} \Theta(y) &= T(y)/y \\ &= \sum_{k=0}^K [\Theta_k y_k + m_k (y - y_k)] \cdot \Phi(y \in L_k) / y \\ &= \sum_{k=0}^K \left[ \frac{\Theta_k y_k}{y} + m_k \left(1 - \frac{y_k}{y}\right) \right] \cdot \Phi(y \in L_k). \end{aligned}$$

Todettakoon, että  $y_k$ :t ovat "funktiomuotoon" liittyviä parametreja (tuloluokkien alarajoja). Tuloluokassa  $L_k$  veroasteen esitys on

$$(7) \quad \theta(y) = \frac{\theta_k y_k}{y} + m_k \left(1 - \frac{y_k}{y}\right)$$

$$= m_k - (m_k - \theta_k) y_k / y,$$

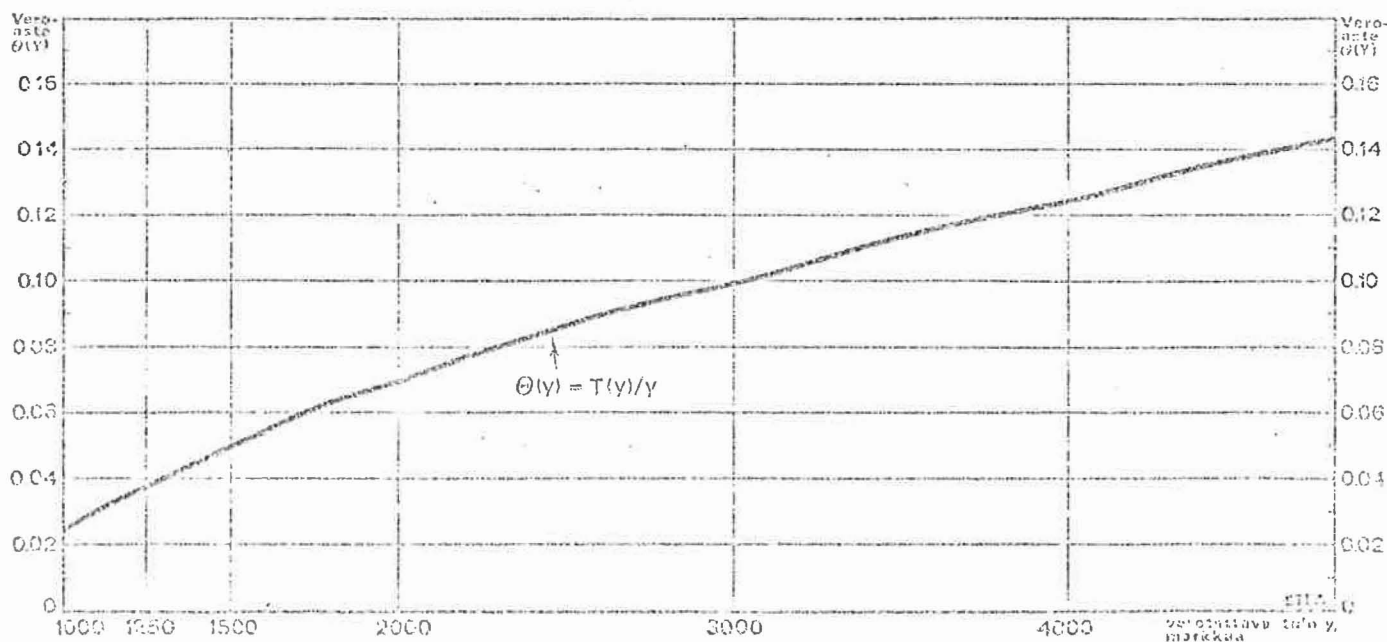
jossa vähennystermin on aina positiivinen (koska  $m_k > \theta_k$ ) ja  $y$ :n vähenevä funktio. Sen derivaatta  $\theta'(y) = (m_k - \theta_k) y_k / y^2$  on aina positiivinen, joten  $\theta(y)$  on  $y$ :n kasvava funktio.

Koska  $\theta(y)$ :n toinen derivaatta

$$(8) \quad \theta''(y) = -2(m_k - \theta_k) y_k / y^3$$

on aina negatiivinen,  $\theta(y)$ :n kuvaaja on ylöspäin kupera eli konkaavi (kovera) jokaisessa tuloluokassa  $L_k$ . Kuviossa 2 on esitetty vuoden 1951 veroastefunktion  $\theta(y)$  kuvaaja I veroluokassa, kun verotettava tulo on välillä 1000 mk - 4800 mk.

Kuvio 2. Vuoden 1951 I veroluokan veroastefunktio  $\theta(y)$  välillä 1000 mk - 4800 mk. Luokkarajat on merkitty numeroin vaaka-akselille.



Seuraavaksi siirrytään funktion  $\theta : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_+$  tarkasteluun.

$$\begin{aligned}
 (9) \quad \theta(z) &= \theta(e^z) \\
 &= \sum_{k=0}^K [\theta_k y_k e^{-z} + m_k (1 - y_k e^{-z})] \cdot \Phi(\log y_k \leq z < \log y_{k+1}) \\
 &= \sum_{k=0}^K [m_k - (m_k - \theta_k) y_k e^{-z}] \cdot \Phi(\log y_k \leq z < \log y_{k+1}).
 \end{aligned}$$

Logaritmisen tulon luokassa  $I_k = \{z \mid \log y_k \leq z < \log y_{k+1}\}$  verofunktiolle  $\theta(z)$  on esitys

$$(10) \quad \theta(z) = m_k - (m_k - \theta_k) e^{(z_k - z)},$$

jossa  $z_k = \log y_k$ . Lasketaan  $\theta(z)$ :n ensimmäinen ja toinen derivaatta:

$$(11) \quad \theta'(z) = (m_k - \theta_k) e^{(z_k - z)}$$

$$(12) \quad \theta''(z) = - (m_k - \theta_k) e^{(z_k - z)}.$$

Yleisesti pätee "merkillinen" yhtälö

$$(13) \quad \theta^{(n)}(z) = (-1)^{n-1} (m_k - \theta_k) e^{(z_k - z)}.$$

Veroastefunktio  $\theta(z)$  voidaan laskea täsmälleen lausekkeesta

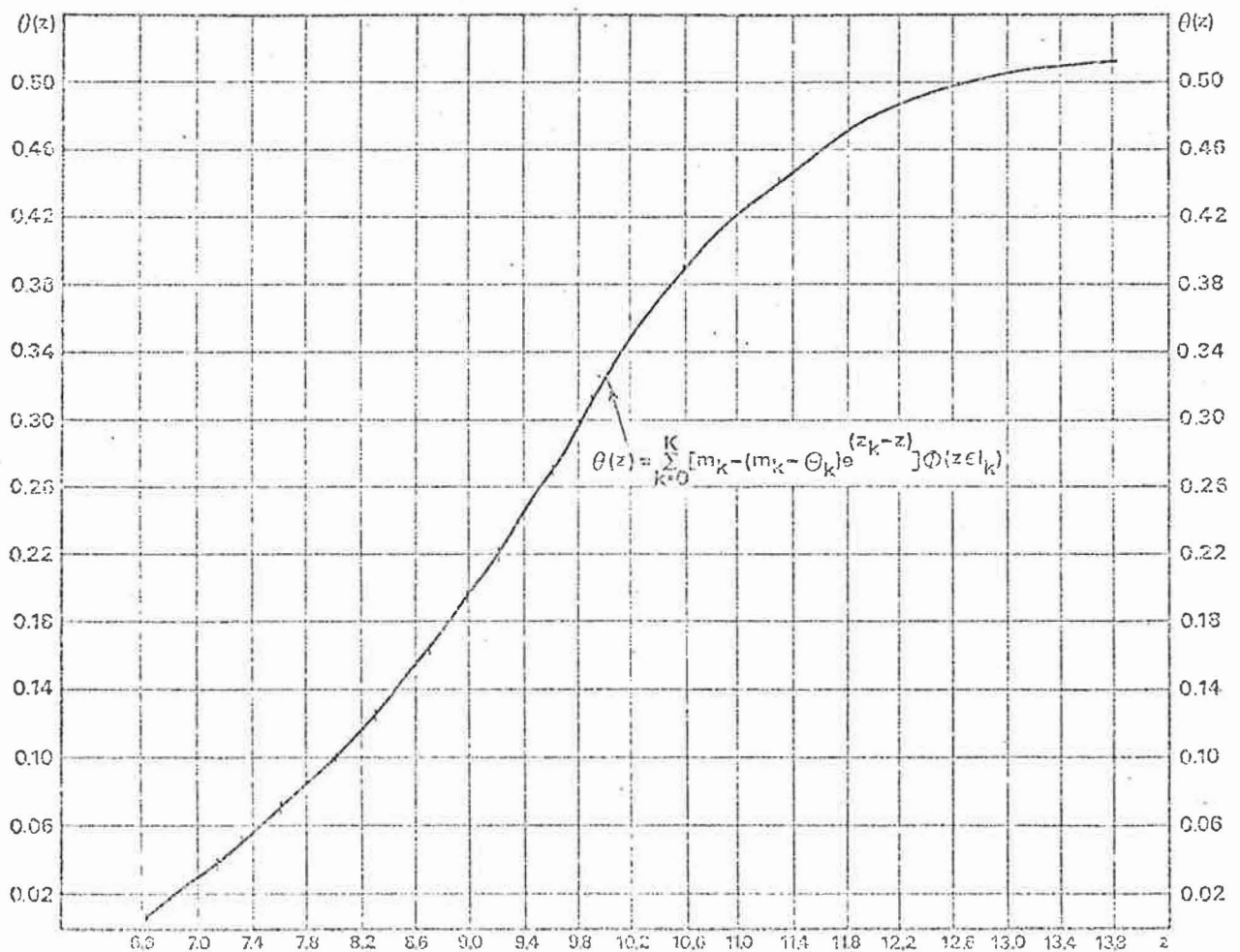
$$(14) \quad \theta(z) = \sum_{k=0}^K [m_k - (m_k - \theta_k) e^{(z_k - z)}] \cdot \Phi(z \in I_k),$$

joka voidaan helposti ohjelmoida.



Koska  $m_k > \Theta_k$ , niin (11) on aina positiivinen ja (12) negatiivinen, joten veroasteen kuvaaja  $\theta(z)$  on jokaisessa tuloluokassa kasvava ja konkaavi funktio. Kuviossa 3 on esitetty funktion  $\theta(z)$  kuvaaja vuodelta 1951 I veroluokassa verotettavan tulon välillä 750 mk - 1000000 mk eli  $6.620073 \leq z \leq 13.815511$  (vertaa taulukko 2 sivulla 5).

Kuvio 3. Vuoden 1951 veroastefunktio  $\theta(z)$  I veroluokassa välillä  $6.62 \leq z \leq 13.92$ .



Verofunktion  $\Pi$ -progressiivisuus määritellään tulon  $y$  kohdalla kaavalla

$$(15) \quad \Pi(y) = \frac{d\theta(y)}{d \log y} = y\theta'(y).$$

Koska  $\theta(y) = \theta(\log y) = \theta(z)$ , niin

$$(16) \quad \Pi(y) = \frac{d\theta(\log y)}{d \log y} = \theta'(\log y) = \theta'(z)$$

eli  $\Pi(e^z) = \theta'(z)$ . Näin ollen yhtälö (11) ilmaisee veroasteikon  $\Pi$ -progressiivisuuden pisteessä  $z = \log y$ :

$$(17) \quad \Pi(y) = (m_k - \theta_k)y_k/y.$$

Yhtälö (16) osoittaa, että veroasteikon  $\Pi$ -progressiivisuus on jokaisessa tuloluokassa vähenevä ja alaspäin kupera eli konvekssi (kupera) funktio, koska

$$(18) \quad \Pi'(y) = -(m_k - \theta_k)y_k/y^2 < 0$$

ja

$$(19) \quad \Pi''(y) = 2(m_k - \theta_k)y_k/y^3 > 0.$$

$\pi$ -progressiivisuus  $z$ :n funktiona voidaan lausua muodossa

$$(20) \quad \pi(z) = (m_k - \theta_k)e^{z_k - z}.$$

Funktion kuvaaja on jokaisessa tuloluokassa vähenevä ja konvekssi käyrä, koska

$$(21) \quad \pi'(z) = -(m_k - \theta_k) e^{z_k - z} < 0$$

ja

$$(22) \quad \pi''(z) = (m_k - \theta_k) e^{z_k - z} > 0 .$$

## 2. Verofunktion approksimoinnista

Joitakin tarkoituksia varten voidaan tarkan esityksen (14) sijaan soveltaa seuraavaksi esitettäviä approksimaatioita, joissa  $\theta(z)$ -funktioita arvioidaan pääalueella<sup>1)</sup> paloittain lineaarisella funktiolla. Kuten kuvioista 3 voidaan havaita, veroastefunktio  $\theta(z)$  on tulojen pääalueella kussakin tuloluokassa log-tulojen likimain lineaarinen funktio. Logaritmissen tulo tuloluokassa  $I_k = \{z | z_k \leq z \leq z_{k+1}\}$  merkitään siis

$$(23) \quad \theta(z) \approx \theta(z_k) + [\theta(z_{k+1}) - \theta(z_k)] \cdot \left[ \frac{z - z_k}{z_{k+1} - z_k} \right]$$

$$= \text{est}_1 \theta_k(z).$$

1) Verotettavien tulojen pääalueen on katsottu sisältävän ne tuloluokat alimmasta tuloluokasta lähtien, joihin valtaosa eli noin 90-95 % verotetuista tuloista kussakin veroluokassa lankeaa.

Luokkarajojen  $z_k$  kohdalla arvio  $est_1 \theta_k(z)$  antaa täsmälleen oikean arvon  $\theta(z)$ :lle, koska esim.  $est_1 \theta_k(z_k) = \theta(z_k) + [\theta(z_{k+1}) - \theta(z_k)] \cdot \left[ \frac{z_k - z_k}{z_{k+1} - z_k} \right] = \theta(z_k) + [\theta(z_{k+1}) - \theta(z_k)] \cdot 0 = \theta(z_k)$ . Mutta muualla  $est_1 \theta_k(z)$  aliarvioi veroasteen.

Vastaavasti määrittelemme  $\pi(z)$ :n arvion tuloluokassa  $I_k = \{z | z_k \leq z \leq z_{k+1}\}$  seuraavasti:  $est_1 \pi_k(z) = m_k - est_1 \theta_k(z)$ , koska  $m_k$  on tuloluokittain vakio ja  $\pi(z) = m_k - \theta(z)$ .

Approksimaatiota (23) käytetään tuloluokissa  $I_0$  (jossa veroaste  $\theta(z) = 0$ ) ja  $I_1, \dots, I_{K-1}$ . Viimeisessä tuloluokassa  $I_K = \{z | z_K \leq z < \infty\}$  käytetään "approksimaationa" todellista verofunktiota  $est_1 \theta_K(z) = \theta(z) = m_K - (m_K - \theta_K) e^{(z_K - z)}$ . Esimerkiksi v. 1951  $\theta(z) = 0.52 - (0.52 - 0.44) \cdot e^{(11.289782 - z)}$  taulukon 2 mukaan.

Yleisessä muodossa veroastefunktion arvio on

$$(24) \quad est_1 \theta(z) = \sum_{k=0}^K est_1 \theta_k(z) \phi(z \in I_k),$$

joka tulojen pääalueella antaa hyvän approksimaation  $\theta(z)$ :lle.

Käyrän  $\theta(z)$  ja sen estimaatin  $\text{est}_1 \theta(z)$  ero on tuloluokassa suurimmillaan pisteessä  $z$ , jonka kautta piirretty käyrän tangentti on yhdensuuntainen funktion  $\text{est}_1 \theta(z)$  kanssa. Funktion  $\text{est}_1 \theta(z)$  kulmakerroin on  $\frac{\theta(z_{k+1}) - \theta(z_k)}{z_{k+1} - z_k}$ . Funktion  $\theta(z)$  derivaatta pisteessä  $z$  on  $(m_k - \theta_k)e^{z_k - z}$  ja erotus on siten suurimmillaan, kun

$$(25) \quad \theta'(z) = (m_k - \theta_k)e^{z_k - z} = \frac{\theta(z_{k+1}) - \theta(z_k)}{z_{k+1} - z_k}$$

Ratkaistaan yhtälö  $z$ :n suhteen ja saadaan

$$(26) \quad z = \log \left[ \pi_k y_k \cdot \frac{z_{k+1} - z_k}{\theta(z_{k+1}) - \theta(z_k)} \right].$$

Merkitään  $z^*$ :llä sitä argumentin arvoa, jolla  $\theta'(z) = \frac{\theta(z_{k+1}) - \theta(z_k)}{z_{k+1} - z_k}$ .

Lasketaan funktioiden  $\theta(z^*)$  ja  $\text{est}_1 \theta(z^*)$  välinen erotus.

$$(27) \quad \begin{aligned} \theta(z^*) &= m_k - (m_k - \theta_k)e^{(z_k - z^*)} \\ &= m_k - \frac{\pi_k e^{z_k}}{e^{z^*}} = m_k - \frac{\pi_k e^{z_k}}{\pi_k e^{z_k} \cdot \frac{z_{k+1} - z_k}{\theta(z_{k+1}) - \theta(z_k)}} \\ &= m_k - \frac{\theta(z_{k+1}) - \theta(z_k)}{z_{k+1} - z_k} [= m_k - \theta'(z^*)]. \end{aligned}$$

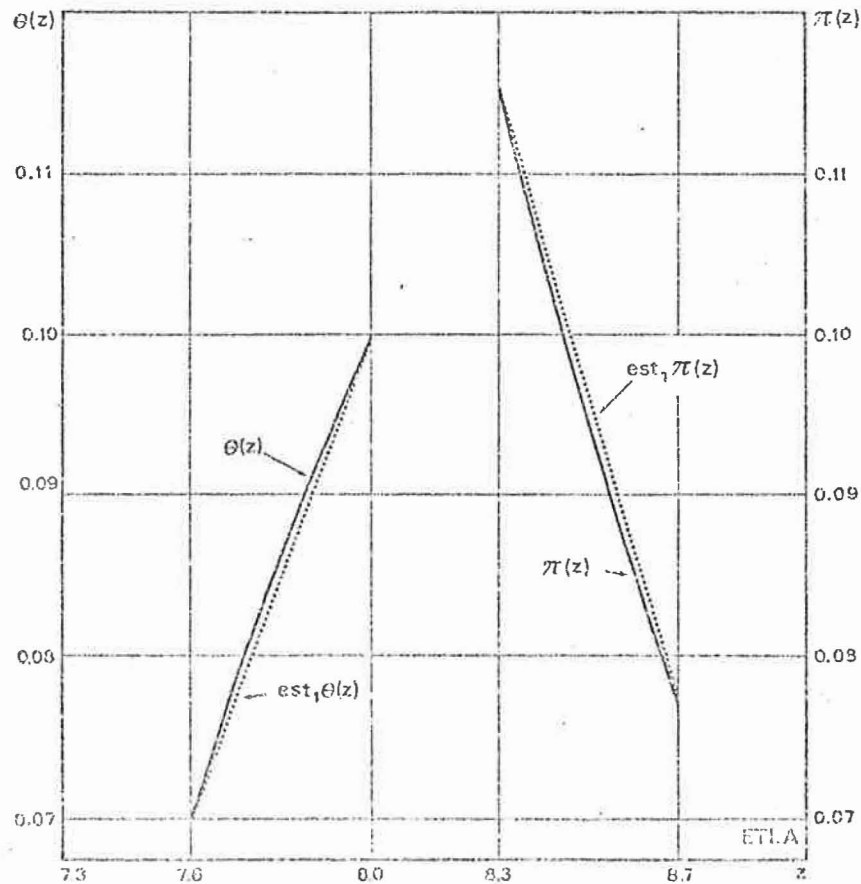
$$(28) \quad \begin{aligned} \text{est}_1 \theta(z^*) &= \theta(z_k) + [\theta(z_{k+1}) - \theta(z_k)] \cdot \left[ \frac{z^* - z_k}{z_{k+1} - z_k} \right] \\ &= \theta(z_k) + \left[ \frac{\theta(z_{k+1}) - \theta(z_k)}{z_{k+1} - z_k} \right] \cdot (z^* - z_k) \\ &= \theta(z_k) + \theta'(z^*) [z^* - z_k]. \end{aligned}$$

Lausekkeiden (27) ja (28) erotus, jota merkitään  $\Delta$ :lla, on:

$$\begin{aligned}
 (29) \quad \Delta &= m_k - \theta(z_k) - \theta'(z^*) - \theta'(z^*) [z^* - z_k] \\
 &= \pi_k - \theta'(z^*) [1 + z^* - z_k] \\
 &= \pi_k - \pi^* (1 + z^* - z_k)
 \end{aligned}$$

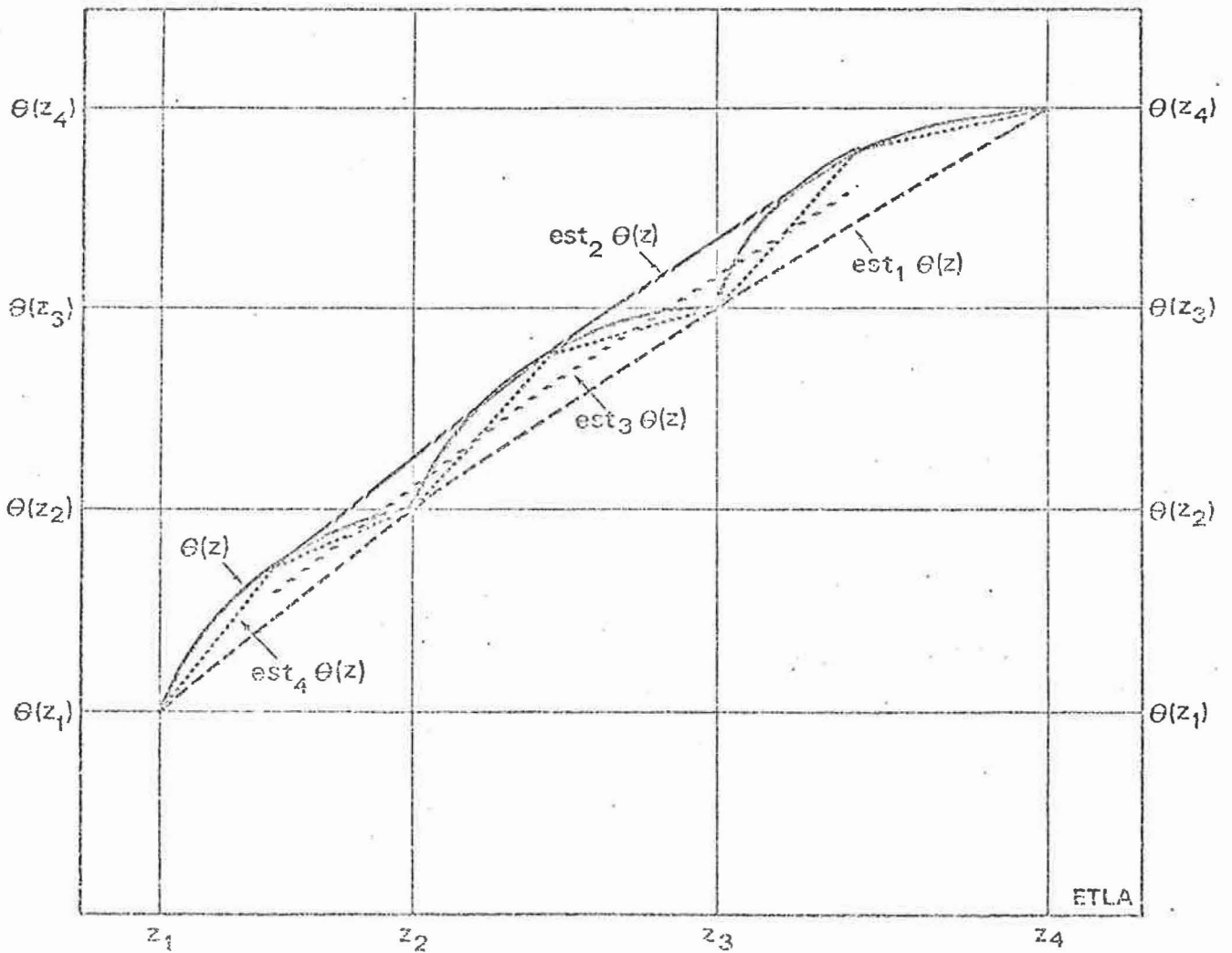
Kuviossa 4 on esitetty vuoden 1951 I veroluokan verofunktion  $\theta(z)$  ja sen arvion  $est_1\theta(z)$  kulku välillä  $7.600902 \leq z < 8.006368$ . Samassa kuviossa on esitetty vastaavasti funktioiden  $\pi(z)$  ja sen estimaatin  $est_1\pi(z)$  kulku välillä  $(8.294050 \leq z < 8.699515)$ . Esimerkiksi välillä  $7.600902 \leq z < 8.006368$  approksimaatiovirhe on suurimmillaan, kun  $z = 7.796795$ . Tätä vastaava veroasteiden erotus on  $\Delta = \theta(z) - est_1\theta(z) = 0.001571$  eli noin 0.16 prosenttiyksikköä.

Kuvio 4. Vuoden 1951 I veroluokan veroastefunktio  $\theta(z)$  välillä  $7.6 \leq z < 8.0$  ja sen arvion  $est_1\theta(z)$  kuvaaja sekä funktioiden  $\pi(z)$  ja sen approksimaation  $est_1\pi(z)$  kuvaajat välillä  $8.3 \leq z < 8.7$ .



Luonnollista on, että verofunktiota  $\theta(z)$ , jonka täsmällinen lauseke esitettiin kaavassa (22), voidaan approksimoida usealla muullakin tavalla tulojen pääalueella. Seuraavaksi esitettävällä kaavamaisella kuvioilla 5 valaistaan eräitä mahdollisia arviointikeinoja  $\theta(z)$ :lle. (Approksimoitava veroastefunktio  $\theta(z)$  on täysin kuvitteellinen).

Kuvio 5. Veroastefunktion  $\theta(z)$  eräiden approksimaatioitten kuvaajia.



### 3. Tuloveroasteikon inflaatiokorjaus

Seuraavassa tarkastellaan verotuksen inflaatiokorjausta ainoastaan siltä osin, kun korjaus suoritetaan valtion tuloveroasteikkoihin. Suhteellisen tuloverotuksen ja veronalaisista tuloista tehtävien vähennysten inflaatiokorjaukset jätetään nyt tarkastelun ulkopuolelle. Lähtökohtana veroasteikon inflaatiokorjaukselle on, että ainoastaan verotettavien tulojen reaalin kasvu saa kohottaa välittömien verojen osuutta verotettavista tuloista. Tulojen reaalisella kasvulla eli reaalityulojen kasvulla ymmärrämme tällöin elinkustannusindeksillä deflatoitujen verotettavien tulojen kasvua. Inflaatiokorjauksen tekeminen veroasteikkoihin merkitsee sitä, ettei verotettavien tulojen ostovoimaa pienennetä inflaatiosta johtuen. Reaalitulon verottamista voimme kutsua hypoteettiseksi verotukseksi "vastakohtana" suoritettulle aktuaaliselle verotukselle.

Täsmällisen oikea inflaatiokorjaus edellyttäisi veroasteikkojen korjaamista verovuoden inflaatiolla<sup>1)</sup>. Osaksi lainsäädännöllisten osaksi muidenkin syiden vuoksi on esim. Suomessa omaksuttu käytäntö, jonka mukaan veroasteikkoja on muutettu lähinnä lainsäädäntövuoden arvioidun inflaatiokehityksen perusteella. Niin ikään inflaatiokorjauksen yhteydessä on tullut viime vuosina tavaksi toimeenpanna muitakin tarkistuksia veroasteikossa.

---

1) Verovuoden inflaatiolla tarkoitetaan elinkustannusten keskimääräistä muutosta vuodesta  $t$  vuoteen  $t+1$ .



Tarkastelemme inflaatiokorjauksen suorittamista verofunktioille  $T(y)$ ,  $\theta(y) = T(y)/y$  sekä  $t(z) = T(e^z)$ ,  $\theta(z) = \theta(e^z) = \frac{t(z)}{e^z}$  valitsemalla vertailuvuodeksi esim. vuoden 1951, jolta verofunktio on tunnettu. Pyrimme vastaamaan kysymykseen onko valtion tuloverotus kiristynyt tai lieventynyt vuonna 1952, 1953 jne. vuoteen 1951 verrattuna. Omaksumamme reaalitylukäsitteen mukaan luonnollinen menettely tämän selvittämiseksi on laskea kullekin vertailtavalle vuodelle (esim. 1952, 1953 jne.) hypoteettinen verofunktio, joka olisi pitänyt verotuksen reaalisti vuoden 1951 kaltaisena. Esimerkiksi hypoteettinen verofunktio vuodelle 1952 saataisiin vuoden 1951 aktuaalisesta verofunktiosta siirtämällä tätä logaritmiasteikolla oikealle vuodesta 1951 vuoteen 1952 tapahtuneen inflaation mukaisesti. Käytännössä tämä voidaan suorittaa siirtämällä veroluokkien rajoja inflaatioprosentin verran ylöspäin ja pitämällä ao. tuloluokkien rajaveroasteet ennallaan.

Tarkastellaan asiaa veroastefunktion avulla. Olkoot  $\theta^{51}(z)$ ,  $\theta^{52}(z)$ ,  $\theta^{53}(z)$  jne. vuosien 1951, 1952, 1953 aktuaaliset veroastefunktiot (vaikapa I veroluokassa). Merkitään symboleilla

$$\theta_{52}^{51}(z), \theta_{53}^{51}(z) \text{ jne.}$$

vuoden 1951 veroastefunktion  $\theta^{51}(z)$  perusteella laskettuja vuoden 1952, 1953 jne. hintoihin "inflatoituja" veroastefunktioita. Nämä siis ilmoittavat sen kunkin vuoden hypoteettisen veroasteikon, jota esim. vuosina 1952, 1953 jne. soveltamalla olisi reaalin verorasitus pidetty v. 1951 tasolla kussakin verotettavan tulon tuloluokassa.

Olkoon elinkustannusindeksin logaritminen muutos vuodesta 1951 vuoteen  $t$  (=1952, 1953 jne.)

$$\dot{p}_{51}^t = \log(p_{t_0}^t / p_{t_0}^{51}),$$

jossa  $p_{t_0}^t$  on perusvuoteen  $t_0$  perustuvan elinkustannusindeksin pisteluku vuonna  $t$ . Esimerkiksi käyttämällä elinkustannusindeksiä  $p_{51}^t$ , jossa "perusvuotena"  $t_0$  on vuoden 1951 lokakuu, saadaan  $\dot{p}_{51}^{52} = \log(p_{51,X}^{52} / p_{51,X}^{51}) = \log(101.3/97.3) = \log(1.041) = 0.0402$ , toisin sanoen hintojen nousu vuodesta 1951 vuoteen 1952 on 4.02 loogista prosenttia. Tämän verran on logaritmisia tulorajoja korotettava reaalisen verotuksen pitämiseksi ennallaan. Siis saamme "inflaatiokorjatun" veroastefunktion

$$(30) \quad \theta_{52}^{51}(z) = \theta^{51}(z - \dot{p}_{51}^{52}) \\ = \theta^{51}(z - 0.0402).$$

Olkoon nyt verotettava tulo vuonna 1952 esim. 2000 mk, jolloin  $z = \log(2000) = 7.60090$ . Tätä tuloa vastaava hypoteettinen veroaste on  $\theta_{52}^{51}(7.60090) = \theta^{51}(7.60090 - 0.0402) = \theta^{51}(7.5607) = \theta^{51}(\log(1921))$  eli vuoden 1951 1921 mk:n tuloa vastaava veroaste. Kun tulo 1921 mk inflatoidaan 4.02 %:n inflaatiovauhdin mukaisesti, saadaan juuri alkuperäinen 2000 mk:  $1921e^{0.0402} = 1921(1.041) = 2000$ .

Koska  $\theta_{52}^{51}(z) = \theta^{51}(z - \dot{p}_{51}^{52})$ , niin muuttujan vaihdolla  $\tilde{z} = z - \dot{p}_{51}^{52}$  eli  $z = \tilde{z} + \dot{p}_{51}^{52}$  saadaan yhtäpitävä yhtälö  $\theta_{52}^{51}(\tilde{z} + \dot{p}_{51}^{52}) = \theta^{51}(\tilde{z})$ . Nämä kaksi yhtäpitävää esitysmuotoa helposti sekoittuvat keskenään.

Yleisesti vuodelle  $t$  laskettu hypoteettinen veroastefunktio saadaan seuraavasti:

$$(31) \quad \theta_t^{51}(z) = \theta^{51}(z - \dot{p}_{51}^t).$$

Mitä tahansa logaritmista tuloa  $z = \log y$  vastaava veroaste  $\theta_t^{51}(z)$  vuonna  $t$  on asetettava yhtä suureksi kuin vuosina 1951 ja  $t$  välisellä inflaatiiovauhdilla  $\dot{p}_{51}^t$  pienennetyn logaritmisen tulon  $\tilde{z} = z - \dot{p}_{51}^t$   
 $= \log y - \log(P_{t_0}^t / P_{t_0}^{51}) = \log\left(\frac{y}{P_{t_0}^t / P_{t_0}^{51}}\right)$  aktuaalinen veroaste  $\theta^{51}(\tilde{z})$   
 $= \theta^{51}(z - \dot{p}_{51}^t)$  vuonna 1951. Tällöin reaalin verotus vuonna  $t$  säilyisi vuoden 1951 tasolla. Symmetrisempi tapa esittää (30) on seuraava.

$$(32) \quad \theta_t^{51}(z) = \theta^{51}(\tilde{z}),$$

jossa  $\tilde{z} = z - \dot{p}_{51}^t$  eli  $z = \tilde{z} + \dot{p}_{51}^t$

Todetaan, että vuodelle  $t$  määrätyn hypoteettisen veroastefunktion  $\theta_t^{51}(z)$  avulla saadaan muut vastaavat verofunktiot seuraavasti:

$$(33) \quad \theta_t^{51}(y) = \theta_t^{51}(\log y),$$

$$(34) \quad T_t^{51}(y) = \theta_t^{51}(y)y = \theta_t^{51}(\log y)y$$

sekä

$$(35) \quad t_t^{51}(z) = \theta_t^{51}(z)e^z = T_t^{51}(e^z),$$

jossa  $z = \log y$  eli  $y = e^z$ .

Vuodelle  $t$  laskettu hypoteettinen  $i$ :n veroluokan veroastefunktio  $\theta_t^{51,i}(z)$ , jota soveltamalla verorasitus pysyisi tuloluokittain vuoden 1951 tasolla, voidaan esittää käyttämällä vuoden 1951  $i$ :n veroluokan veroastefunktion esitystä

$$(36) \quad \theta_t^{51,i}(z) = \sum_{k=0}^K [m_k^{51,i} - (m_k^{51,i} - \theta_k^{51,i}) e^{(z_k^{51,i} - z)}] \Phi(z \in I_k^{51,i})$$

seuraavasti:

$$(37) \quad \theta_t^{51,i}(z) = \theta^{51,i}(z - p_{51}^t) \\ = \sum_{k=0}^K [m_k^{51,i} - (m_k^{51,i} - \theta_k^{51,i}) e^{(z_k^{51,i} - z + p_{51}^t)}] \Phi(z - p_{51}^t \in I_k^{51,i}).$$

Tätä verrataan vuoden  $t$  aktuaaliseen veroastefunktioon veroluokassa  $i$

$$(38) \quad \theta^{t,i}(z) = \sum_{k=0}^K [m_k^{t,i} - (m_k^{t,i} - \theta_k^{t,i}) e^{(z_k^{t,i} - z)}] \Phi(z \in I_k^{t,i}).$$

Verotuksen kiristymistä vuoden 1951 verotukseen verrattuna verotettavan tulon eri kohdilla kuvaa aktuaalisen ja hypoteettisen veroastefunktion erotus

$$(39) \quad \theta^{t,i}(z) - \theta_t^{51,i}(z).$$

Jos erotus (39) on positiivinen tietyllä logaritmisella tulon  $z = \log y$  kohdalla, niin tämä merkitsee, että sovellettu veroaste on korkeampi kuin hypoteettinen veroaste ja että verotus on tällä kohdalla kiristynyt. Negatiivinen erotus puolestaan merkitsee verotuksen lieventymistä p.o. tulon kohdalla. Veroasteikkojen muodon muutoksista johtuen kiristyminen vaihtelee usein tulon muuttuessa ja voi saada sekä positiivisia että negatiivisia arvoja.

## LÄHDEVIITTEET:

EDGREN - TURKKILA - VARTIA: Tuloverotuksen analysoinnin matemaattisista ongelmista, ETLA DP No 17, 15.12.1978.

SVT IV:B: Tulo- ja omaisuustilastoa vuodelta 1951, Helsinki 1954.