

Keskusteluaiheita Discussion papers

Yrjö O. Vartia

ANSIOTASOINDEKSIN "UUDISTAMISESTA":
Alustus ja muistio työn hinnan sekä
työpanoksen muutosten mittaamisesta

No. 28

13.2.1979

This series consists of papers with limited circulation, intended to stimulate discussion. The papers must not be referred or quoted without the authors' permission.



Ansiotasoindeksi ja indeksiteoria

1. Johdanto

Valtiovarainministeriön ja TUPO-selvitysryhmän aloitteesta v. 1975 lopulla aloitettiin palkkatilastojen ja ansiotasoindeksien kehitystyö, josta v. 1976 lopulla julkaistiin "Palkkatilastojen kehittämistyöryhmän muistio" (TK 19.11.1976 N:o 37). Ansiotasoindeksin uudistus jaettiin kahteen vaiheeseen

(1) pikauudistukseen (jota koskevat valmistelut katsottiin saatavan vuoden 1977 alussa päätökseen)

(2) kokonaisuudistukseen (johon oli määrä ryhtyä v. 1977).

Pikauudistus saatiin viime vuonna (1.5 vuotta myöhässä) päätökseen ja nyt suunnitellaan ansiotasoindeksin kokonaisuudistusta. Tästä on tehty viime syksynä TK:ssa esiselvitys¹⁾.

Työ tuntuu kuitenkin puuroutuneen ja laaditut selvitykset ovat ainakin minusta sekavaa ja murheellista luettavaa. Näyttää siltä, että nämä uudistusehdotukset toteutuessaan merkitsisivät entistä huonompia ansiotasoindeksejä. Esimerkiksi pikauudistuksessa on ansiotasoindeksiin tehty joitakin senlaatuksia muutoksia, joita nähdäkseni on pidettävä huononnuksina (esiselvitys s. 3).

Tuntuu siltä, että ansiotasoindeksin alkuperäinen merkitys (jonka esim.

1) "Ansiotasoindeksin kokonaisuudistus: esiselvitys", Tilastokeskus 29.8.1978 (Työryhmä: Eero Koljonen, Jorma Linnoila, Yrjö Malmström, Timo Puustinen).

Niitamo on selkeästi esittänyt v. 1958 asiaa käsittelevässä artikkelissaan)¹⁾ on joko unohtunut tai halutaan tietoisesti muuttaa joksikin muuksi. Esim. valt.kand. Timo Puustisen Suomen tilastoseuran vuosikirjassa 1976 julkaistussa puheenvuorossa selitellään, että ansiotasoindeksi tulisi laskea 20 % jos tehtyjen työtuntien määrä supistuu lomautusten vuoksi 20 % ja tuntipalkat pysyvät ennallaan. Tällöin on pahasti sekoitettu toisiinsa työpanoksen ja ansiotason käsitteet.

Yleensäkin asiaa käsittelevä keskustelu on sotkeentunut epämääräisiin käsitteisiin, jotka merkitsevät milloin mitäkin ja vanhoille sanoille annettuihin uusiin tai muuten sopimattomiin merkityksiin.

Yksinkertaistaen voidaan todeta, että ongelmat palautuvat sanan "ansio" eri merkitysten sekoittamiseen.

Asiat selviävät, kun ansiotasoindeksille asetettava mittaustavoite jälleen selvennetään.

Alustus jakautuu seuraaviin osiin:

2. Elinkustannusindeksistä
3. Ansiotasoindeksin ja elinkustannusindeksin analogia
4. Ansiotasoindeksistä
5. Laskuesimerkki

1) Tilastokatsaus 1958 No. 10: "Palkansaajien ansiotasoa ja palkkasummia koskeva neljännesvuositilasto".

1. ELINKUSTANNUSINDEKSISTÄ

ELINKUSTANNUSINDEKSI = KULUTUSTAVAROIDEN HINTAINDEKSI = CPI.

ESIM. LASPEYRESIN KAAVALLA LASKETTU CPI KUVAA PERUSVUODEN TUOTEKORIN HINNANNOUSUA: PALJONKO PERUSVUODEN KORI Q^0 MAKSAA PROSENTEISSA ENEMMÄN NYKYHINNOILLA P^1 KUIN PERUSVUODEN HINNOILLA P^0

$$\begin{aligned} CPI_{0}^1 &= P_0^1(LA) = \frac{P^1 \cdot Q^0}{P^0 \cdot Q^0} \\ &= \frac{\sum P_I^1 Q_I^0}{\sum P_I^0 Q_I^0} = \frac{\sum P_I^1 Q_I^0}{\sum V_I^0} \\ &= \frac{\sum V_I^0 (P_I^1/P_I^0)}{\sum V_I^0} \end{aligned}$$

INDEKSIÄN ARVO LASKETAAN KÄYTÄNNÖSSÄ HINTASUHTEIDEN PAINOTETTUNA KESKIARVONA PAINOINA PERUSVUODEN ARVOT V_I^0 TAI ARVOOSUUDET $w_I^0 = V_I^0 / \sum V_J^0$:

$$\begin{aligned} P_0^1(LA) &= \sum V_I^0 (P_I^1/P_I^0) / \sum V_J^0 \\ &= \sum w_I^0 (P_I^1/P_I^0). \end{aligned}$$

ELINKUSTANNUSINDEKSIIN LASKEMISESSA TARVITTAVAT TIEDOT

HYÖDYKELUOKITUS ($A_I \cap A_J = \emptyset$)

$$A = A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_K$$

KUSTAKIN HYÖDYKERYHMÄSTÄ A_I TARVITAAN SEURAAVAT TIEDOT:

		HINNAT	MÄÄRÄT	ARVOT
TARKASTELUPERIODI	T^1	P_I^1	(Q_I^1)	(V_I^1)
"PERUSVUOSI"	T^0	P_I^0	Q_I^0	V_I^0

LUONNOLLISESTI ARVO = HINTA X MÄÄRÄ ELI $V_I = P_I Q_I$

VEKTORIMERKINNÖIN

$$P^1 = (P_1^1, \dots, P_K^1) = (P_I^1)$$

$$P^0 = () = (P_I^0)$$

$$Q^1 = () = (Q_I^1)$$

$$Q^0 = () = (Q_I^0)$$

$$V^1 = () = (V_I^1)$$

$$V^0 = () = (V_I^0)$$

$$V^1 = \sum V_I^1, V^0 = \sum V_I^0 \quad (\text{KOKONAISARVOT})$$

JOITAKIN TUNNETTUJA INDEKSIKAAVOJA

LASPEYRES: $P_0^1(LA) = \frac{P_1^1 \cdot Q_0^0}{P_0^0 \cdot Q_1^1}$
(1864)

PAASCHE: $P_0^1(PA) = \frac{P_1^1 \cdot Q_1^1}{P_0^0 \cdot Q_1^1}$
(1874)

FISHER: $P_0^1(F) = \sqrt{P_0^1(LA) P_0^1(PA)}$
(1911)

TÖRNQVIST: $\text{LOG} P_0^1(Tö) = \sum \frac{1}{2} \left(\frac{v_I^1}{V^1} + \frac{v_I^0}{V^0} \right) \text{LOG}(P_I^1/P_I^0)$
(1936)

VARTIA I: $\text{LOG} P_0^1(VI) = \sum \frac{L(v_I^1, v_I^0)}{L(V^1, V^0)} \text{LOG}(P_I^1/P_I^0)$
(1974)

2. ANSIOTASOINDEKSIIN JA ELINKUSTANNUSINDEKSIIN ANALOGIA

KÄSITTEET	ELINKUSTANNUS- INDEKSI	ANSIOTASO- INDEKSI
$A_1, \dots, A_K$	HYÖDYKELUOKITUS	TYÖNIMIKKEISTÖ
A_I	HOMOGEENINEN HYÖDYKE (RYHMÄ)	HOMOGEENINEN TYÖNIMIKE
P_I	KO. HYÖDYKKEEN HINTA MÄÄRÄ- YKSIKKÖÄ KOHDEN (ESIM. MAIDOLLA 2 MK/LITRA)	KO. TYÖNIMIKKEES- SÄ MAKSETTU TYÖKORVAUS TYÖYKSIKKÖÄ KOH- DEN (ESIM. SIIVOUK- SESTA 15 MK/TUNTI)
Q_I	KO. HYÖDYKKEEN OSTETTU MÄÄRÄ (ESIM. 365 LITRAA VUODESSA)	KO. TYÖNIMIKKEES- SÄ TEHDYN TYÖN MÄÄRÄ (TYÖPANOS) (ESIM. 1600 TUN- TIA VUODESSA)
$V_I = P_I Q_I$	KO. HYÖDYKKEEN OSTOJEN ARVO (ESIM. 730 MK VUODESSA)	KO. TYÖNIMIKKEESSÄ TEHDYN TYÖN ARVO (PALKKASUMMA) (ESIM. 24 000 MK VUODESSA)

3. LASPEYRESIN KAAVALLA LASKETTU TYÖN HINTAINDEKSI (ANSIOTASO-INDEKSI)

$$P_0^1(LA) = \frac{P_1^1 \cdot Q_0^0}{P_0^0 \cdot Q_1^1}$$

$$= \frac{\sum V_I^0 (P_I^1 / P_I^0)}{\sum V_J^0}$$

KERTOO PALJONKO PERUSVUODEN TYÖPANOSKORI Q^0 MAKSAA ENEMMÄN PROSENTEISSA TYÖN NYKYHINNAIN P^1 KUIN PERUSVUODEN HINNAIN P^0 .

LASPEYRESIN KAAVAN TASAVERTAINEN (MUTTA ENEMMÄN TIETOJA TARVITSEVA) KILPAILIJA KOHTUULLISEN HYVIEN KAAVOJEN SARJASSA ON PAASCHEN KAAVA:

$$P_0^1(PA) = \frac{P_1^1 \cdot Q_1^1}{P_0^0 \cdot Q_1^1}$$

$$= \sum V_I^1 / \sum V_I^1 (P_I^0 / P_I^1)$$

$$= \left[\sum \left(\frac{V_I^1}{V_I^1} \right) \left(\frac{P_I^1}{P_I^0} \right)^{-1} \right]^{-1}$$

TÄMÄ ON HINTASUHTEIDEN HARMONINEN KESKIVARVO, PAINOINA UUDET ARVO-OSUUDET.

MUTTA ÄLKÄÄ LASKEKO INDEKSEJÄ PALGRAVEN TAPAAN

$$P_0^1(P_L) = \frac{\sum V_I^1 (P_I^1 / P_I^0)}{\sum V_J^1}$$
$$= \sum W_I^1 (P_I^1 / P_I^0),$$

TÄMÄ ON HINTASUHTEIDEN ARITMEETTINEN KESKIVARVO PAINOINA
UUDET ARVO-OSUUDET JA TUOTTA YLEENSÄ YLÖSPÄIN HARHAISIA
TULOKSIA. PALGRAVEN KAAVALLA EI OLE (KUTEN LASPEYRESILLÄ
JA PAASCHELLA) KORITULKINTAA.

TARKKUUSKAAVOJA OVAT ESIM. FISHERIN, TÖRNQVISTIN JA VARTIAN
KAAVAT. TÖRNQVISTIN KAAVASSA

$$\text{LOG} P_0^1(T_0) = \sum \frac{1}{2} (W_I^1 + W_I^0) \text{LOG} (P_I^1 / P_I^0)$$

INDEKSIIN LOGARITMINEN MUUTOS ON HINTOJEN VASTAAVIEN MUUTOS-
TEN PAINOTETTU KESKIVARVO, PAINOINA KESKIMÄÄRÄISET ARVO-
OSUUDET.

4. ESIMERKKEJÄ HYVISTÄ JA HUONOISTA ANSIOTASOINDEKSILASKELMISTA.

TYÖNIMIKE A_I	TYÖPANOS (TUNTIA/VUOSI)		TUNTIPALKKA (MK/TUNTI)		PALKKASUMMA (MK/VUOSI)	
	T^0	T^1	T^0	T^1	T^0	T^1
JOHTAJA ¹⁾	2000	1000	100,-	130,-	200 000	130 000
JUOKSUPOIKA	2000	4000	15,-	15,30	30 000	61 200
YHTEENSÄ	?	?	?	?	230 000	191 200

1) Tai paremminkin "johtamistyö" ja "juoksupojan työ", jotka oletetaan "homogeenisiksi".

JOHDETTUJA SUUREITA

A_I	Q_I^1/Q_I^0	P_I^1/P_I^0	V_I^1/V_I^0	W_I^0	W_I^1
A_1	0.50	1.30	0.65	0.87	0.68
A_2	2.00	1.02	2.04	0.13	0.32
A	?	?	0.83	1.00	1.00

NAIIVIT LASKELMAT

"TYÖPANOSINDEKSI":
$$\frac{\sum Q_I^1}{\sum Q_I^0} = \frac{1000 + 4000}{2000 + 2000} = \frac{5}{4} = 1.25$$

TEHDYT TYÖTUNNIT OVAT LISÄÄNTYNEET 25 %.

KESKITUNTIPALKAT:

$$\bar{p}^1 = \frac{v^1}{\sum q_I^1} = \frac{191\,200}{5000} = 38.24 \text{ MK/T}$$

$$\bar{p}^0 = \frac{v^0}{\sum q_I^0} = \frac{230\,000}{4000} = 57.50 \text{ MK/T}$$

"ANSIOTASOINDEKSI": $\frac{\bar{p}^1}{\bar{p}^0} = \frac{38.24}{57.50} = 0.665$

$$\frac{\bar{p}^1}{\bar{p}^0} = \frac{v^1/v^0}{\sum q_I^1/\sum q_I^0} = \frac{\text{PALKKASUMMASUHDE}}{\text{"TYÖPANOSINDEKSI"}}$$

KORREKTIIT INDEKSILASKELMAT

LASPEYRESIN ANSIOTASOINDEKSI

$$P_0^1(LA) = \sum w_I^0 (p_I^1/p_I^0) = 0.87(1.30) + 0.13(1.02) = 1.264$$

PAASCHEN ANSIOTASOINDEKSI

$$P_0^1(PA) = [\sum w_I^1 (p_I^1/p_I^0)^{-1}]^{-1} = \frac{1}{0.68/(1.30) + 0.32/(1.02)} = 1.195$$

FISHERIN ANSIOTASOINDEKSI

$$P_0^1(F) = \sqrt{(1.264)(1.195)} = 1.229$$

TÖRNQVISTIN ANSIOTASOINDEKSI

$$\begin{aligned}\text{LOG} P_0^1(\text{Tö}) &= \frac{1}{2} (0.87 + 0.68) \text{LOG}(1.30) + \\ &\quad \frac{1}{2} (0.13 + 0.32) \text{LOG}(1.02) \\ &= 0.208\end{aligned}$$

$$P_0^1(\text{Tö}) = \text{EXP}(0.208) = 1.231$$

TYÖPANOSINDEKSI SAADAAN JAKAMALLA PALKKASUMMASUHDE v^1/v^0
ANSIOTASOINDEKSILLÄ

$$Q_0^1 = \frac{v^1/v^0}{P_0^1} = \frac{0.83}{1.23} = 0.675$$

TYÖPANOS ON LASKENUT 100:STA 67.5:EEEN, EI LISÄÄNTYNYT 25 %
KUTEN TYÖTUNTIEN YHTEENLASKU ANTOI YMMÄRTÄÄ.

YV/2.11.1978

TYÖN HINTAINDEKSIIN KONSTRUOINNISTA

1. Johdanto

Paperissa tarkastellaan erilaisia indeksiteoreettisia ongelmia, joita esiintyy etsittäessä vastausta kysymykseen paljonko tietyn yhtenäisen henkilöryhmän, ammattiryhmän, toimialan tms. työsuoritusten yksikkökorvaus (yksikkötyökorvaus, -palkka, "ansio", työn hinta) on suhteellisesti muuttunut tietystä periodista (t_0) toiseen (t_1). Tähän kysymykseen antaa numeerisen vastauksen ko. tilanteeseen liittyvä työn hintaindeksi (ansiotasoindeksi) P_0^1 . Ansiotasoindeksin konstruoinnin ongelmat ovat oleellisesti yleisiä hintaindeksin konstruoinnin ongelmia. Kuten yleensäkin, hintaindeksin konstruoinnin duaaliongelma on volyyymi-indeksin konstruointi: jos jompi kumpi on laskettu, saadaan toinen jakolaskun avulla arvosuhteesta.

Näin ollen ansiotasoindeksin konstruoinnin duaaliongelma on työpanoksen volyymin laskeminen: ansiotasoindeksi x työpanoksen volyyymi-indeksi = palkkasummasuhde.

Usein käytännössä tietojen saatavuus, puutteellisuus tai epäluotettavuus aiheuttaa indeksin konstruoijalle pulmia. Mutta tietopohjan heikkoudesta johtuvia vaikeuksia ei saa sekoittaa teoreettisiin indeksiongelmiin, jotka liittyvät tarpeeseen esittää useiden yhteismitattomien suureiden kehitystä yhden indeksiluvun avulla.

Tämän paperin tarkoituksena on selvittää ansiotasoindeksiin liittyviä indeksilaskennallisia ongelmia erotettuna dataongelmista, joten perusaineiston oletetaan olevan varsin täydellisen. Tällä tavalla tarkasteluissa voidaan säilyttää tarpeellinen käsitteellinen selkeys.

2. Peruskäsitteet ja merkinnät

Tarkastellaan kahta ajanjaksoa t_0 ja t_1 , joiden oletetaan yksinkertaisuuden vuoksi olevan peräkkäisiä vuosia; t_0 = perusvuosi ja t_1 = tarkasteluvuosi. Tarkastellaan tietyn toimialan (esim. metalliteollisuuden) työsuorituksia a_i , $i = 1, 2, \dots$, jotka ovat tarkastelun kohteina olevia abstrakteja tilastoyksiköjä. Erilaisten työsuoritusten joukko olkoon $A = \{a_1, a_2, \dots\}$. Huomattakoon, että tilastoyksiköt eivät ole ihmisiä vaan työsuorituksia; ihmisen elämänkaarta ei ole syytä lähteä seuraamaan. Työn ja työsuorituksen kuvailemiseen ja luokitteluun liittyy vaikeita ongelmia. Nämä vastaavat pitkälle niitä ongelmia, joita elinkustannusindeksin tai kulutushyödykkeiden hintaindeksin yhteydessä liittyy hyödykeluokitteluun, ts. kulutustavaroiden ja palvelusten erottamiseen esim. investointihyödykkeistä sekä näiden luokitteluissa riittävän selkeärajaisiin ja homogeenisiin ryhmiin. Hyödykenimikkeistön valintaa siis vastaa tässä työsuoritusnimikkeistön valinta. Käytännössä työsuoritukset erotetaan toisistaan työn suorittajan ammattinimikkeiden ja tarkentavien työn laatua kuvaavien määreiden (normaalityö, yli-työ, pyhätyö, yötyö, erityistehtävä, varallaolo, odotusaika jne.) avulla. Sovitaan, että kunkin ammattinimikkeen sisällä työsuoritukset jaetaan normaalityöhön ja niin moneen "erityistyöhön" kuin katsotaan tarpeelliseksi. Kukin työsuoritus a_i luokitellaan tiettyyn ammattinimikkeeseen ja edelleen työn laatua osoittavaan nimikkeeseen. Näin saadut työsuoritusten luokat määrittelevät työsuoritusten joukon A osituksen:

$$(1) \quad A = A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_K$$

jossa $A_i \cap A_j = \emptyset$, kun $i \neq j$.

Ositus (1) siis perustuu tiettyyn työnimikkeistöön. Työnimikkeistön oletetaan olevan riittävän laaja ja yksityiskohtainen, että mikä tahansa työsuoritus a_i perusvuonna t_0 ja tarkasteluvuonna t_1 voidaan asettaa oikealle paikalleen.

Seuraavassa kutsutaan työsuoritusten osajoukkoa A_i työnimikkeeksi. Kunkin työnimikkeen A_i kohdalla oletetaan rekisteröidyn ko. nimikkeelle ominaisissa määräyksiköissä (työtunneissa, kappaleissa, kiloissa, metreissa, neliömetreissä, moteissa tms.) työsuoritusten määrä q_i molemmilla periodeilla:

(2) q_i^0 = työnimikkeessä A_i tehdyn työn määrä perusvuonna

q_i^1 = työnimikkeessä A_i tehdyn työn määrä tarkasteluvuonna.

Käytännössä usein katsotaan, että työsuoritusten määrä voidaan ilmaista tehdyissä työtunneissa. Työtuntien käyttö onkin aivan oikein jos työn laadussa ei tapahdu muutoksia. Jos laadullisia muutoksia tapahtuu, täytyy työsuoritukset mitata varsinaisissa työyksiköissä, esim. halonhakkuussa siihen käytettyjen tuntien sijaan aikaansaatujen halkomottien määrällä. Jos halonhakkaajat on luokiteltu ammattipätevyyden mukaisiin luokkiin, voidaan jälleen käyttää työtunteja työmäärien kuvaamiseen. Tämä osoittaa, että ainoastaan jos on käytetty erittäin tarkkaa työnimikkeistöä, voidaan työmäärät mitata tarkasti kunkin työnimikkeen mukaisten tehtyjen työtuntien avulla.

Kunkin työnimikkeen A_i kohdalla oletetaan rekisteröidyksi tehdystä työstä maksettu korvaus tai palkka markkoissa:

- (3) v_i^0 = työnimikkeessä A_i tehdystä työstä (q_i^0) maksettu kokonaiskorvaus markkoissa ilmaistuna perusvuonna.
 v_i^1 = työnimikkeessä A_i tehdystä työstä (q_i^1) maksettu kokonaiskorvaus markkoissa ilmaistuna tarkasteluvuonna.

Suureet v_i^0 ja v_i^1 on ilmaistu samoissa yksiköissä, nimittäin markkoissa, joten niitä voidaan suoraan laskea yhteen:

$$(4) \quad v^0 = \sum_{i=1}^K v_i^0 = v_1^0 + \dots + v_K^0$$

= palkkasumma perusvuonna
(tarkastellulla toimialalla)

$$v^1 = \sum_{i=1}^K v_i^1 = v_1^1 + \dots + v_K^1$$

= palkkasumma tarkasteluvuonna.

Mitään indeksiongelmaa ei esiinny palkkasummia v^0 ja v^1 laskettaessa. Nämä ovat niin ikään riippumattomia työnimikkeistön yksityiskohdista, vaikka luvut v_i^0 ja v_i^1 riippuvatkin näistä.

Palkkasummasuhde

$$(5) \quad v^1/v^0$$

kertoo montako prosenttia palkkasumma on kasvanut.

Kussakin työnimikkeessä voimme laskea seuraavat yksikkötyökorvaukset eli työkorvaukset työyksikköä kohden:

$$(6) \quad p_i^0 = v_i^0 / q_i^0$$

= työnimikkeessä A_i tehdyn työn yksikkötyökorvaus
("työn hinta") perusvuonna

$$p_i^1 = v_i^1 / q_i^1$$

= vast.yksikkötyökorvaus tarkasteluvuonna

Jos esim. työn määrä q_i on mitattu kuutiometreissä (vrt. halonhakkuu) niin yksikötyökustannusten $p_i = v_i / q_i$ yksikkönä on markkaa/kuutiometri. Käytännössä p_i on yleensä tuntipalkka eli sen yksikkö on markkaa/tunti. Todetaan vielä, että työsuoritusten määrän q_i mittaaminen tunneissa edellyttää hyvin pitkälle vietyä ja homogeenista työnimikkeistöä; vain tässä tapauksessa tuntipalkat kelpaavat kuvaamaan yksikkötyökorvausten kehittymistä eri työnimikkeiden A_i sisällä.

Tähän mennessä ei itse asiassa ole vielä varsinaisesti puututtu indeksi-ongelmiin. Olemme vain kuvanneet perusdatan rakenteen ja sisällön. Yhteenvetona perusdata voidaan esittää jokaiselle tarkasteluvuodelle seuraavassa muodossa:

Työnimikkeet A_i	Työn korvaukset (palkat) v_i , markkaa	Työn määrät (työpanokset) q_i , ao. yksiköissä	Yksikkötyö- korvaukset p_i , $\frac{\text{markkaa}}{\text{ao. yksikkö}}$
A_1 A_2	$v_i = p_i q_i$ $v_2 = p_2 q_2$	q_1 q_2	$p_1 = v_1/q_1$ $p_2 = v_2/q_2$
A_K	$v_K = p_K q_K$	q_K	$p_K = v_K/q_K$
Yhteensä $A = \sum A_i$	$V = \sum v_i = \sum p_i q_i$	Summa ei ole mielekäs ¹⁾	Summa ei ole mielekäs ¹⁾

Usein on kätevää käyttää seuraavia vektorimerkintöjä

$$(7) \quad v^0 = (v_1^0, \dots, v_k^0)$$

$$v^1 = (v_1^1, \dots, v_k^1)$$

$$(8) \quad q^0 = (q_1^0, \dots, q_k^0)$$

$$q^1 = (q_1^1, \dots, q_k^1)$$

$$(9) \quad p^0 = (p_1^0, \dots, p_k^0)$$

$$p^1 = (p_1^1, \dots, p_k^1)$$

¹⁾ Juuri tästä syntyy indeksiongelma.

Tällöin palkkasummat saadaan työn hinta- ja määrävektoreiden sisätuloina:

$$(10) \quad v^0 = p^0 \cdot q^0 = \sum_{i=1}^K p_i^0 q_i^0 = \sum v_i^0$$
$$v^1 = p^1 \cdot q^1 = \sum_{i=1}^K p_i^1 q_i^1 = \sum v_i^1.$$

3. Ansiotaso- ja työpanosindeksien konstruointi

Ansiotasoindeksi P_0^1 on oleellisesti työn hintaindeksi ja työpanosindeksiä Q_0^1 voidaan vastaavasti kutsua työn määräindeksiksi. Kuten johdannossa jo mainittiin työn hinta- ja määräindeksien konstruointitehtävät ovat toistensa duaalitehtäviä. Jokaista ansiotasoindeksiä P_0^1 vastaa tietty työpanosindeksi Q_0^1 , joka toteuttaa yhtälön

$$(11) \quad P_0^1 Q_0^1 = v^1/v^0$$

Vastaavasti voidaan määritellä Q_0^1 ja ratkaista P_0^1 . Yhtälöä (11) kutsutaan heikoksi tekijän kääntötestiksi.

Kuten indeksiteoriasta tiedämme, on olemassa useita mahdollisuuksia valita esim. P_0^1 :n laskukaava. Eräitä indeksikaavoja pidetään syystä hyvinä ja eräitä syystä huonoina. Tässä ei ole syytä puuttua näihin kysymyksiin, joita on riittävästi tarkasteltu muualla. Ansiotasoindeksi P_0^1 on yksikkötyökorvaussuhteiden p_i^1/p_i^0 sopiva painotettu keskiarvo. Tavanomaisin valinta on perusvuosien arvo-osuuksilla $w_i^0 = v_i^0/v^0$ painotettu aritmeettinen keskiarvo

$$(12) \quad P_0^1(La) = \sum_{i=1}^K w_i^0 (p_i^1/p_i^0).$$

Tämä on Laspeyresin kaavan soveltamista hinnoille:

$$(13) \quad P_0^1(La) = \frac{p_0^1 \cdot q_0^1}{p_0^0 \cdot q_0^0} = \frac{\sum p_i^1 q_i^0}{\sum p_i^0 q_i^0}.$$

Tällä laskutavalla on tunnetut heikkoudet ja edut. Laspeyresin kaavan suosio perustunee sen yksinkertaiseen tulkintaan: $P_0^1(La)$ kertoo (13):n mukaan paljonko perusvuoden "työpanoskori" q^0 maksaa uusilla yksikkötyökorvauksilla p^1 enemmän kuin vanhoilla p^0 . Laspeyresin kaavaa $P_0^1(La)$ vastaa volyymipuolella tunnetusti Paaschen kaava

$$(14) \quad Q_0^1(Pa) = \frac{q_0^1 \cdot p_0^1}{q_0^0 \cdot p_0^0} = (\sum w_i^1 (q_i^1/q_i^0)^{-1})^{-1},$$

joka on volyymisuhteiden (q_i^1/q_i^0) uusilla arvo-osuuksilla painotettu harmoninen keskiarvo. Nämä duaaliset indeksiparit toteuttavat identtisesti yhtälön

$$(15) \quad P_0^1(La) Q_0^1(Pa) = V^1/V^0.$$

Aivan yhtä luontevaa (tai epäluontevaa!) on käyttää Paaschen kaavaa hinnoille ja Laspeyresin kaavaa volyymeille (kuten itse asiassa tehdään kansantalouden tilinpidon kiinteähintaisia sarjoja konstruoitaessa):

$$(16) \quad P_0^1(Pa) = (\sum w_i^1 (p_i^1/p_i^0)^{-1})^{-1} = \frac{p_0^1 \cdot q_0^1}{p_0^0 \cdot q_0^1}$$

$$(17) \quad Q_0^1(La) = \sum w_i^0 (q_i^1/q_i^0) = \frac{q^1 \cdot p^0}{q^0 \cdot p^1},$$

joille pätee niinikään identtisesti

$$(18) \quad P_0^1(Pa) Q_0^1(La) = V^1/V^0.$$

Symmetrinen ja indeksiteorian mukaan erinomainen tapa laskea ansio-
tasoindeksi ja työpanosindeksi on käyttää molemmille Fisherin kaavaa

$$(19) \quad P_0^1(F) = \sqrt{P_0^1(La) P_0^1(Pa)}$$

$$(20) \quad Q_0^1(F) = \sqrt{Q_0^1(La) Q_0^1(Pa)}$$

joille pätee kaikissa tilanteissa

$$(21) \quad P_0^1(F) Q_0^1(F) = V^1/V^0.$$

Erittäin hyviä ("superlatiivisia") kaavoja saadaan myös painottamalla
työn hintojen ja määrien logaritmiset (siis suhteelliset) muutokset
yhteen käyttäen painoina arvo-osuuksien erilaisia keskiarvoja. Tarkas-
tellaan ansiotasoindeksiä P_0^1 , jolle saadaan tällä tavalla seuraavat
indeksikaavat:

$$(22) \quad \log P_0^1(Tö) = \sum \frac{1}{2} (w_i^0 + w_i^1) \log(p_i^1/p_i^0).$$

Tämä on Törnqvistin kaava.

$$(23) \quad \log P_0^1(VS) = \sum \frac{L(w_i^0, w_i^1)}{\sum L(w_j^0, w_j^1)} \log(p_i^1/p_i^0),$$

jossa $L(x,y) = (x-y)/\log(x/y)$ on ns. logaritminen keskiarvo. Tämä on Vartia-Sato kaava. Kaavat (19), (22) ja (23) antavat arvoja, jotka ovat normaalisti hyvin lähellä toisiaan. Sen vuoksi ne kuuluvatkin superlatiivisten kaavojen joukkoon. Sen sijaan (12) ja (16) usein poikkeavat näistä kaavoista melkoisesti, mikä on tulkittava Laspeyresin ja Paaschen kaavojen heikkoudeksi.

Tämän tapaisiin valintoihin indeksiteoria ohjaa ansiotasotai työpanosindeksien konstruoijia.

Tarkastellaan vielä erästä erityistapausta, jossa intuitio helposti johtaa harhateille. Jos työmäärät q_i ovat kaikki mitatut tunneissa, jolloin suureet $p_i = v_i/q_i$ ovat työnimikkeiden tuntipalkkoja, saat-
taa tuntua luontevalta laskea keskimääräinen tuntipalkka seuraavilla kaavoilla:

$$(24) \quad \bar{p}^0 = \Sigma v_i^0 / \Sigma q_i^0 = V^0 / \Sigma q_i^0$$
$$\bar{p}^1 = \Sigma v_i^1 / \Sigma q_i^1 = V^1 / \Sigma q_i^1,$$

jonka jälkeen lasketaan edelleen "ansiotasoindeksi" näiden suhteena:

$$(25) \quad P_0^1(25) = \frac{\bar{p}^1}{\bar{p}^0} = \frac{V^1/V^0}{\Sigma q_i^1/\Sigma q_i^0}.$$

Tämän indeksin "volyymiduaali" on

$$(26) \quad Q_0^1(26) = \Sigma q_i^1 / \Sigma q_i^0$$
$$= \frac{\text{työtuntien summa periodilla } t_1}{\text{työtuntien summa periodilla } t_0}$$

$P_0^1(25)$ on keho ansiotasoindeksi ja $Q_0^1(26)$ on keho työpanosindeksi. Työtuntien summa (ilman mitään painotusta, vrt. kaavat (14) ja (17), joissa painoina ovat ykkösten sijaan hinnat) työpanoksen kehityksen kuvaajana sisältää samat periaatteelliset virhelähteet kuin menettely, jossa viennin volyymin kehitystä kuvataan kiloissa ilmaistuissa "vientimäärissä". Samoin keskimääräinen tuntipalkkasuhde $P_0^1(25)$ kuvaa ansiotason kehitystä "yhtä huonosti" kuin viennin keskimääräinen kilohinnan muutos kuvaa vientihintojen nousua.

Yleensä $P_0^1(25)$ ja $Q_0^1(26)$ antavat enemmän tai vähemmän harhaanjohtavan kuvan ansiotason ja työpanoksen kehityksestä. Ne antavat oikean kuvan ansiotason ja vastaavasti työpanoksen kehityksestä vain, jos työtuntien välillä ei ilmene laatueroja. Tällöin $P_0^1(25)$ ja $Q_0^1(26)$ ovat OK, koska ne ovat kaikkien kunnon indeksien likiarvoja. Tätä ongelmaa olen tarkemmin käsitellyt väitöskirjani sivuilla 63-66, jossa mm. edellä oleva väite on osoitettu.

On aivan nurinkurista ja tarpeetonta yrittää ajatella ansiotason ja työpanoksen kehitystä suureiden $P_0^1(25)$ ja $Q_0^1(26)$ kautta "tekemällä näihin erilaisia tarpeellisia korjauksia". On nurinkurista (ja samalla käsitteellisesti hyvin hankalaa) pitää keskustelun ja ajattelun lähtökohtana huonosti perusteltuja ja virhelähteitä sisältäviä suureita ja pyrkiä paikallistamaan ja kvantifioimaan näitä virheitä. "Suora hyökkäys" on parempi tapa: yritetään konstruoida uusi, perusteltu ja entistä parempi ansiotaso- ja työpanosindeksi.