ETLA ELINKEINOELÄMÄN TUTKIMUSLAITOS
THE RESEARCH INSTITUTE OF THE FINNISH ECONOMY
Lönnrotinkatu 4 B, 00120 Helsinki 12, Finland, tel. 601322

Keskusteluaiheita
Discussion papers

Jussi Karko

TEKNIIKKAEROJEN MITTAAMINEN TALOUDELLIS-FUNKTIONAALISEN JA DESKRIPTIIVISEN INDEKSITEORIAN PUITTEISSA

No 264 28.06.1988

ISSN 0781-6847

KARKO, Jussi, TEKNIIKKAEROJEN MITTAAMINEN TALOUDELLIS-FUNKTIONAALISEN JA DESKRIPTIIVISEN INDEKSITEORIAN PUITTEISSA. Helsinki : ETLA, Elinkeinoelämän Tutkimuslaitos, The Research Institute of the Finnish Economy, 1988. 57 s. (Keskusteluaiheita, Discussion Papers, ISSN 0781-6847 ; 264).

TIIVISTELMÄ: Tutkimuksessa tarkastellaan tekniikkaerojen ilmentymien mittausta taloudellis-funktionaalisen diskreetin- ja Divisia-differentiaalimuotoisen- sekä deskriptiivisen indeksiteorian puitteissa.

Työssä esitetään, miten tekniikka käsitteenä voidaan liittää deskriptiiviseen indeksiteoriaan ja kehitetään deskriptiivisen indeksiteorian puitteissa tekniikkaerojen yleinen mittausteoria sekä kustannus- että tuotantopuolelta. Tässä yhteydessä tarkastellaan Vartia I-, näistä saatavia ns. U-, Vartia II-, ja Törnqvist- indeksikaavoja ja näytetään, miten ne voidaan johtaa deskriptiivisen teorian puitteissa samasta alkuasetelmasta ja miten niiden yhteydessä konventionaalista deskriptiivistä indeksiteoriaa voidaan laajentaa tekniikkaerojen ilmentymien mittaukseen. Teoreettisia tuloksia verrataan yleistetyn taloudellis-funktionaalisen diskreetin- sekä differentiaalimuotoisen Divisia-keskeisiin tuloksiin.

ASIASANAT: Indeksiteoria, tuottavuus, tehokkuus, tekninen kehitys

SAATTEEKSI

Konventionaalinen teknisen kehityksen, tai laajemmin tekniikkaerojen, mittausteoria perustuu lähinnä neoklassisen tuotantoteorian raamissa johdettuun tuotantokustannusten indeksiteoriaan. Laskelmat perustuvat oletuksiin tuotantofunktion olemassaolosta ja kustannusten minimoinnista, ja tiettyjä tuloksia voidaan johtaa joko differentiaalisen pienin termein, jolloin puhutaan ns. Divisia-lähestymistavasta tai suoraan diskreetillä lähestymistavalla, perinteisen ns. eksaktin tai taloudellis-funktionaalisen indeksiteorian laajennuksena.

Perinteisessä indeksiteoriassa on toinenkin valtasuunta, ns. deskriptiivinen indeksiteoria, jonka puitteissa mitään optimoivaa käyttäytymistä ei tarvitse olettaa, mutta mikä perusoletuksistaan johtuen ei kykene antamaan yksikäsitteisiä neuvoja siitä, mikä on paras indeksikaava. Deskriptiivinen lähestymistapaan perustuvat useimmat käytännön indeksilaskelmat.

Perinteisen funktionaalisen sekä deskriptiivisen indeksiteorian puitteissa voidaan eri lähtökohtaolettamuksista huolimatta johtaa monia ainakin näennäisesti samanlaisia tuloksia, mutta deskriptiivistä metodia tekniikkaerojen mittaamiseen ei ole kirjallisuudessa sovellettu.

Tämän paperin tarkoituksena on avata keskustelu myös tähän suuntaan. Ajatuksenvaihtoa luulisi syntyvän, sillä nyt esitettävä deskriptiivinen teoria tekniikkaerojen mittaamiseen vapauttaa tutkijan alan kirjallisuuden taloudellis-funktionaalisille valtavirroille ominaisista - ehkä rajoittaviksi koetuista - tuotantofunktioihin perustuvista teknologiaolettamuksista ja optimoivasta käyttäytymisestä. Kuitenkin se johtaa samoihin kaavoihin kuin taloudellis-funktionaalinen teoria. Näennäinen parallellismi perinteisten indeksiteorioiden välillä näyttää siis jatkuvan myös yleisemmässä tapauksessa, jossa sallitaan tekniikka-eroja.

Tämän paperin sisältämiä tuloksia on esitelty lukuisissa SITRAn ns. TES-projektin seminaareissa ja taloustutkijoiden V kesäseminaarissa Jyväskylässä 1988. Tekijä kiittää näissä tilaisuuksissa saamistaan kommenteista. Erityisen hyödylliseksi on tietyissä suhteissa osoittautunut tämän paperin kannalta keskustelut KTT Timo Summan ja prof. Finn Forsund'in kanssa. Tuula Ratapalo on kärsivällisesti parsinut tekstinkäsittelyni tulokset. Tekijä on kuitenkin luonnollisesti vastuussa kaikista virheistä.

Uusien teorioiden yhteydessä eri käsitteiden nimityskysymykset ovat usein hankalia. Tässä työssä käytetyt nimitykset eivät ehkä ole kaikkein osuvampia. Kirjoittaja on kiitollinen kaikista neuvoista ja kommenteista.

Helsingissä 7.7.1988

Jussi Karko

TEKNIIKKAEROJEN MITTAMINEN TALOUDELLIS-FUNKTIONAALISEN JA DESKRIPTIIVISEN INDEKSITEORIAN PUITTEISSA

Sisällys

TEKNIIKKAEROJEN MITTAAMINEN TALOUDELLIS-FUNKTIONAALISEN JA DESKRIPTIIVISEN INDEKSITEORIAN PUITTEISSA

1. Johdanto

Indeksiteorioissa taloustieteessä voidaan ehkä erottaa kaksi pääsuuntaa, ns. taloudellis-funktionaalinen sekä deskriptiivinen indeksiteoria. Vaikka taloustieteelliseltä kannalta arvioituna näillä ei ole juuri mitään yhteistä, paitsi hinnat, määrät ja arvot, on yleisesti tunnettua, että mainituilla lähestymistavoilla on, erilaisesta teoriaperustastaan huolimatta eräitä yhteisiä piirteitä ja että kummankin teorian puitteissa päädytään useinkin ilmiasultaan ainakin näennäisesti samoihin indeksikaavoihin.

Tekniikka-erojen eli ajassa tapahtuvan teknisen kehityksen vauhdin tai poikkileikkausmielessä eri tuotantoyksiköiden välillä vallitsevien tekniikka-erojen mittausteoria perustuu tuotantoteoriasta johdetun taloudellis-funktionaalisen indeksiteorian pääpiirteiden soveltamiseen. Perusajatuksena on tekniikkaerojen mittaaminen niiden ilmentymien, ts. vaikutusten kautta, siis epäsuorasti. Teknologia määritellään tuotantofunktion avulla. Erot heijastuvat minimikustannusperiaatteen vallitessa teknologioille ominaisina panosten kysyntä- ja kustannusfunktioina. Suhteelliset tekniikkaerot ilmentyvät suhteellisina tehokkuuseroina mitattuna tietyillä tavoilla vakioiduilla tarkasteltavien funktiosuhteiden argumenttien arvoilla. Jos mittaukset suoritetaan primääripuolelta, suhteelliset tehokkuuserot tekniikkaerojen ilmentymänä voidaan ilmaista suhteellisina tuottavuuseroina, ja jos mittaukset halutaan suorittaa duaalipuolelta, niin edellisten kanssa konsistenttit tekniikkaerojen ilmentäjät voidaan lausua suhteellisina kustannusetuina "sopivasti vakioiduissa olosuhteissa". Menetelmä johtaa ns. residuaalimenetelmän soveltamiseen niissä suhteellisen yksinkertaisissa vertailutapauksissa, jossa löytyy tarkasteltavia teknologioita vastaavat indeksikaavat. Esimerkiksi Diewert'in tunnettu translog-funktiolle eksakti Törnqvist -indeksisovellutus on erikoistapaus yllä esitetystä yleisestä teoriasta.

Oleellista tässä lähestymistavassa on se, että teknikkaerojen mittausteoria liittyy kiinteänä osana konventionaalista saman teknologian puitteissa määriteltyä tuotantokustannusten indeksiteoriaa laajempaa eri teknologioiden välistä tuotantokustannusten vertailua suorittavaan indeksiteoriaan. Tämän kokonaisuuden pääpiirteitä täysin yleisessä tapauksessa on hahmoteltu tutkimuksessa Karko (1987). Homoteettisten ja tätäkin rajoittuneempien teknologioiden vertailut on siinä käsitelty yleisen teorian erikoistapauksina. Tekniikkaeroja, kokonaistuottavuutta tms. käsittelevälle kirjallisuudellehan näyttää olevan ominaista, että se pitkälti käsittelee mittausprobleemaa tietyn, milloin miltäkin näkökohdalta edistykselliseksi katsotun tietyn teknologiaspesifikaation puitteissa. Tällöin yleiset linjat jäävät vähemmälle, tietyn tuotantofunktiospesifisen näppäryyden alle.

Hämmästyttävää kyllä, näyttää siltä, että kirjallisuudesta ei löydy myöskään indeksiteoreettisen toisen valtavirran, deskriptiivisen indeksiteorian puitteisiin rakennettua tekniikkaerojen mittausteoriaa, vaikka itse deskriptiivisen teorian perinteet toisaalta ovat paljon vanhemmat kuin taloudellis-funktionaalisen indeksiteorian historia, ja vaikka toisaalta yleensä kaikkialla yritetään soveltaa deskriptiivisen indeksiteorian pääperiaatteita virallisissa ja muissa hinta- sekä volyymiindeksilaskelmissa.

Tekniikkaerojen mittaus deskriptiivisen indeksiteorian puitteissa on sikäli merkityksellistä, että päinvastoin kuin edellä mainitussa mittausteorian nykysuuntauksen valtavirrassa, lähestymistavassa ei tarvitse tehdä oletusta tuotantofunktion puitteissa tapahtuvasta optimoivasta käyttäytymisestä ja täydellisestä sopeutumisesta optimiin vertailutilanteissa. Kun myös valtasuuntauksen mukaisesti teknisen kehityksen tms. selitysteoriat nojautuvat pitkälti optimaaliseen käyttäytymiseen, voi osoittautua, että deskriptiivisen teorian puitteet sallivat rikkaammat lähtökohdat myös teknistä kehitystä selittävien kausaalisuhteiden muodostamiselle kuin perinteiseen neoklassiseen raamiin yhdistetyt lähestymistavat; ks. esim. Vuori (1984), Airaksinen (1986).

Deskriptiivinen lähestymistapa tekniikkaerojen mittaamisessa tarjoaa myös selviä etuja aggregoinnin kannalta. Deskriptiivisten aggregointiperiaatteen soveltaminen ei aseta niin kovia oletuksia aggregoitavien talousyksiköiden käyttäytymiselle ja välisille taloussuhteille kuin aggregointi taloudellisen indeksiteorian puitteissa; tästä ks. esim. Diewert (1980). Kuitenkin monet laajalti tunnetut ja tunnustetut kasvun kirjaamislaskelmat ovat valideja vain näiden epärealistisen kovien oletusten vallitessa, mutta tähän ei näytetä juuri kiinnitettävän alan empiirisessä kirjallisuudessa huomiota.

Näyttäisi siltä, että esimerkiksi ns. evolutionäärisessä kasvun teoriassa jossa tekninen kehitys on vahvasti stokastinen prosessi, deskriptiivisille periaatteille rakentuva aggregointi olisi luonnollinen. Lisäksi periaate olisi sopusoinnussa deskriptiivisen indeksiteorian vanhan ns. tilastollisen indeksitulkinnan kanssa; evolutionäärisestä kasvuteoriasta ks. Nelson ja Winter (1982).

Tämän paperin tarkoituksena on luonnostella kuinka deskriptiivisen indeksiteorian puitteisiin voidaan kytkeä myös tekniikkaerojen mittausteoria, sekä hakea tiettyjä muodollisia yhteyksiä taloudellis-funktionaalisen tekniikkaerojen mittausteorian kanssa jonkinmoisen perspektiivin saamiseksi. Rajoitumme näissä tarkasteluissa sekä diskreetin että ns. Divisia differentiaalimuotoisen taloudellis-funktionaalisen teorian eräiden keskeisten tulosten rinnasteluun deskriptiivisen lähestymistavan suomiin tuloksiin ja pyrimme siten havainnollistamaan konventionaalisen taloudellis-funktionaalisen ja deskriptiivisen indeksiteorian välisen näennäisen parallellismin laajentumista myös tilanteisiin, joissa on tekniikkaeroja.

Tätä varten luomme aluksi lyhyen silmäyksen tekniikkaerojen mittauksen pääperiaatteisiin diskreetissä taloudellis-funktionaalisessa teoriakehikossa ja esittelemme teknisen kehityksen mittaamista Divisia-lähestymistavassa.

2. Tekniikkaerojen mittaaminen taloudellis-funktionaalisessa diskreetissä indeksiteoriassa

Taloudellis-funktionaaliseen lähestymistapaan pohjautuvat indeksiteoriat voidaan karkeasti ottaen jakaa kahteen ryhmään. Ensimmäisenä voidaan mainita differentiaalisen pienillä muutoksilla operoiva ns. Divisialähestymistapa ja toisena diskreetein muutoksin kirjoitettu kirjallisuudessa taloudelliseksi, eksaktiksi, analyyttiseksi, todelliseksi tai funktionaaliseksi indeksiteoriaksi kutsuttu lähestymistapa.

Nämä perustuvat olennaisesti tuotantofunktion (utiliteettifunktion) olemassaoloon, kustannusten minimointiin tuotantofunktiorajoitteen puitteissa annetuilla panoshinnoilla ja tuotannon tasolla.

Jos tuotantofunktio täyttää tietyt säännöllisyysehdot, on mm. kvasikonkaavi panosten suhteen, niin ns. duaalisuuden perusteella sitä vastaava kustannusfunktio kantaa saman informaation kuin tuotantofunktio ja päinvastoin kääntäen. Lisäksi voidaan näyttää, että myös kustannusfunktio täyttää eräät säännöllisyysehdot, on mm. lineaarisesti homogeeninen panoshintojen ja ei-laskeva tuotannon määrän suhteen; ks. esim. Diewert (1982), Varian (1984). Tässä luvussa seurailemme pääosin esitystä Karko (1987).

Kun teknologia esitetään tuotantofunktion avulla, ja tuotantofunktion oletetaan täyttävän edellä sivuutetut säännöllisyysehdot, seuraa että jotain annettua tuotannon tasoa ja tiettyjä panoshintoja vastaa tarkasteltavassa teknologiassa yksikäsitteisesti tietyt minimikustannusmielessä optimaaliset panoskysynnät. Nämä saadaan tarkasteltavalle teknologialle ominaisten kysyntäfunktioiden ko. tuotannon tasoa ja panoshintoja vastaavina funktionarvoina joko suoraan kustannusten minimointitehtävän ratkaisun yhteydessä tai minimikustannusfunktiosta ns. Shephard' in tunnetun lemman avulla. Kutsumme tietyn teknologian puitteissa annetuilla panoshinnoilla ja tuotannon tasolla minimikustannusmielessä optimaalista panosyhdelmää Hicks -tyyppiseksi optimaaliseksi (kompensoiduksi) tekniikaksi. Myös annettuja hintoja ja tuotannon tasoa vastaavat panoskertoimet tai osittaistuottavuudet karakterisoivat ao. teknologiassa ko. hinnoilla tuotannon tasoa vastaavan optimaalisen tekniikan.

Tuotantofunktiolla on toinenkin duaalifunktio, epäsuora tuotantofunktio, joka toisaalta samoilla hinnoilla on kustannusfunktion käänteisfunktio tuotannon suhteen. Jos tuotanto- tai kustannusfunktio täyttää eräät edellä mainitut, tosin siteerattomat säännöllissyysehdot, niin epäsuora tuotantofunktiokin täyttää tietyt säännöllisyysehdot ja ns. Roy'n tai Ville'n identiteettien avulla voidaan määrätä epäsuoran tuotantofunktion maksimoivat panoskysynnät tai ne voidaan suoraan määrätä tuotannon maksimointitehtävän ratkaisuna annetuilla panoshinnoilla ja ennalta määrätyn tuotantokustannusbudjetin puitteissa; ks. esim. Diewert (1982).

Näiden, ns. Marshall'in kysyntäfunktioiden avulla voidaan myös määritellä tekniikka, mutta yleisesti ottaen näin määritelty kompensoimaton tekniikka johtaa eri panosyhdistelmiin kuin edellä mainittu (kustannus)kompensoitu tekniikka.

Olkoon meillä jonkin tuotantofunktion f välityksellä määritelty teknologia, tietyt hinnat $\bar{p}$ ja ennalta annettu tuotannon taso $\bar{Q}$. Jos tehtävänä on tuottaa ennalta määrätty, siis mitattavissa oleva, tuotannon määrä $\bar{Q}$ minimikustannuksin teknologialla f, niin minimikustannusfunktion arvo on $C(\bar{Q},\bar{p})$, ja optimaalisen tekniikan määrittelee panosvektori $\bar{x}=x(\bar{Q},\bar{p})$. Jos $\bar{C}$ esittää juuri niitä minimikustannuksia, joilla tuotannon määrä $\bar{Q}$ tuotettiin panoshinnoilla $\bar{p}$, niin tuotannon määrä $\bar{Q}$ on samalla maksimaalinen tuotannon määrä näillä hinnoilla $\bar{p}$ kustannusten $\bar{C}$ puitteissa. Tarkasteltava tekniikka voidaan nyt juuri pisteessä $\bar{x}=x(\bar{Q},\bar{p})=X(\bar{C},\bar{p})$ esittää siis sekä Hicks'in että Marshall'in kysyntäfunktioiden avulla.

Se on täystehokas Farrell'in (1957) laajennetussa mielessä; ks. lähemmin Summa (1986), Forsund ja Hjalmarsson (1987). Täystehokkuudella ymmärretään tässä sitä, että operoidaan oikeilla, määrättyä tuotannon tasoa vastaavilla panosmäärille, eli tekniikka on teknisesti tehokas, operoidaan oikeilla hintasuhteita vastaavilla panossuhteilla, eli tekniikka on hinta- tai allokatiivisesti tehokas, ja että se on skaalatehokas, eli rajakustannukset ovat oikeat, ts. operoidaan oikealla skaalalla.

Konventionaalisessa taloudellisessa indeksiteoriassa tarkastellaan kahta eri tilannetta saman tuotantofunktion määrittelemän teknologian puitteissa. Duaalilauseen perusteella kustannusfunktio kantaa teknologiasta saman informaation kuin tuotantofunktio. Voidaan määritellä intrafunktionaalinen eli tavanomainen, saman teknologian puitteissa määritelty, tuotantokustannusten Konüs-tyyppinen hintaindeksi seuraavana hintatilanteita p^0 ja p^1 tuotannon tasolla $\bar{Q}$ vastaavana tuotantokustannusten arvojen suhteena

$$(2.1)\qquad \bar{P}\,{}^{1}_{0} = \frac{C(\bar{Q},p^1)}{C(\bar{Q},p^0)}$$

Vastaavasti voidaan määritellä ns. Allen tyyppinen tuotantokustannusten intrafunktionaalinen volyymi-indeksi tuotantotilanteiden Q^1 ja Q^0 välisenä kustannussuhteena hinnoilla $\bar{p}$

$$(2.2)\qquad \bar{V}\,{}^{1}_{0} = \frac{C(Q^1,\bar{p})}{C(Q^0,\bar{p})}\ ;$$

ks. Diewert (1981), Samuelsson ja Swamy (1974).

Yleisesti ottaen näillä indekseillä verrataan lokaalisti kahden täystehokkaan saman teknologian puitteissa viritetyn tekniikan kustannuksia toisiinsa. Intrafunktionaalinen tuotantokustannusten hintaindeksi vastaa yksinkertaisesti kysymykseen kuinka paljon kalliimmaksi tulee tietyn tuotannon määrän $\bar{Q}$ tuottaminen hinnoilla p^1 verrattuna sen tuottamiseen hinnoilla p^0, kun teknologia on sama. Jälkimmäinen intrafunktionaalinen kustannussuhde vastaa kysymykseen kuinka paljon kalliimmaksi tulee vertailutilanteissa saman teknologian puitteissa samoilla hinnoilla $\bar{p}$ tuotannon tason Q^1 tuottaminen verrattuna tuotannon tason Q^0 valmistamiseen. Kysymys on siis teknologian f virittämien tekniikoiden $x(\bar{Q}, p^1)$ ja $x(\bar{Q}, p^0)$ sekä vastaavasti $x(Q^1, \bar{p})$ ja $x(Q^0, \bar{p})$ suhteellisesta edullisuudesta toisiinsa nähden.

Koska tuotantofunktiota vastaa yksikäsitteisesti kustannusfunktio, kustannussuhteiden (2.1-2) arvot kulloisissakin tilanteissa riippuvat paitsi argumenttien arvoista, myös duaaliperiaatteen mukaisesti viimekädessä teknologian virittävän tuotantofunktion algebrallisesta muodosta ja kääntäen Yksinkertaistaen voidaan todeta, että kutakin tuotantofunktiota vastaa ainut ja oikeat indeksikaava. Jos tuotantofunktion tiedetään, syystä tai toisesta, olevan "oikean", mikä on varsin vahva tieto, sitä vastaava indeksikaavakin on "oikea" - riippumatta siitä, kuinka hyvä se on arvosteltuna esim. toisen teorian, deskriptiivisen teorian, perifisheriläisin kriteerein. Nimitys "todellinen" tai "eksakti" indeksikaava juontuu tästä periaatteesta. Eräin ehdoin tälläisia indeksikaavoja voidaan myös approksimoida suhteellisen tarkasti.

Intrafunktionaaliset kustannusindeksit mahdollistavat osittain vakioiduille tilanteille ominaisten kustannusvertailujen suorittamisen. Vaikka tuotanto/kustannusfunktio säilyy vertailutilanteissa samana, vertailutilanteille ominaisten optimaalisten ja täystehokkaiden tekniikoiden väliset erot ilmentyvät eroina osittain mainittuja vakioituja tilanteita vastaavissa kustannussuhteissa, tuotantokustannusten intrafunktionaalisissa hinta- ja volyymi-indekseissä.

Jos esimerkiksi tilannetta $(\bar{Q},p^0)$ vastaavalla tekniikalla tuottaminen on kalliimpaa kuin tilanteen $(\bar{Q},p^1)$ tekniikalla, voimme sanoa, että tuotannon määrän $\bar{Q}$ tuottaminen teknologian f puitteissa hinnoilla p^1 on suhteellisesti tehokkaampaa kuin hinnoilla p^0 tuotantokustannusten suhteellisen hintatason näkökulmasta katsottuna, vaikka kummankin tilanteen tekniikat ovat sinänsä täystehokkaita. Vastaavasti vertaamalla tilanteiden $(Q^1, \bar{p})$ ja $(Q^0, \bar{p})$ tekniikoiden kustannuksia, voimme todeta, että on mielekästä sanoa, että hinnoilla $\bar{p}$ tuotantokustannusten suhteellisen volyymin näkökulmasta tarkasteltuna tuotannon määrän Q^0 tuottaminen on tehottomampaa, jos hinnoilla $\bar{p}$ sen tuotantokustannukset ovat korkeammat kuin määrän Q^1 tuottamisen saman teknologian f puitteissa.

Mikään ei tietenkään estä vertailemasta jonkin saman teknologian puitteissa määriteltyjen mielivaltaisten tekniikoiden suhteellista edullisuutta kustannusten näkökulmasta. Täystehokkaiden tekniikoiden välinen kustannussuhde saman teknologian sisällä voidaan tunnetusti esittää osittain vakioitujen kustannussuhteiden avulla seuraavasti

$$\frac{C(Q^1,p^1)}{C(Q^0,p^0)} = \frac{C(Q^0,p^1)}{C(Q^0,p^0)}\,\frac{C(Q^1,p^1)}{C(Q^0,p^1)} = \frac{C(Q^1,p^1)}{C(Q^1,p^0)}\,\frac{C(Q^1,p^0)}{C(Q^0,p^0)} \tag{2.5}$$

Ylläoleva yhtälökokoelma sisältää yleistetyn Laspeyres-Konus/Paasche-Allen ja Paasche-Konus/Laspeyres-Allen vuorottelun, joka taloudellisten indeksien teoriassa on aivan luonnollinen; vrt. Vartia (1976), sillä samatuotos-ekspansiopolkukäyrästössä jotakin tuotannon tasoa ja joitakin hintoja vastaavasta pisteestä voidaan siirtyä toiseen pisteeseen pitkin kahta reittiä. Hintaindeksi lasketaan pitkin samatuotoskäyrää ja volyymi-indeksi pitkin ekspansiopolkua. Huomataan, että vakioimaton kustannussuhdevertailu, joka toisaalta on mielekäs kontrolloimattomassa merkityksessä "onko kalliimpaa", ei ole hajoitettavissa vakioiduiksi vertailuiksi yksikäsitteisesti, vaan vakioidut vertailut riippuvat reitistä tai vaihtoehtoisesti ilmaistuna vertailusuunnasta.

Toisaalta hajotteet (2.5) sisältävät myös tärkeän implisiittisyyden periaatteen: kun joko hinta- tai volyymi-indeksi tunnetaan tuntemattoman indeksin arvo voidaan laskea implisiittisesta jakamalla intrafunktionaalinen kustannussuhde tunnetun intrafunktionaalisen indeksin arvolla. Toisaalta implisiittinen indeksi voidaan laskea myös suoraan, eksplisiittisesti.

Ilmentymisen periaate, vakioiminen, vertailusuunnat ja tietty dekomponoituvuus ovat tärkeitä verrattaessa eri teknologioiden virittämiä optimaalisia täystehokkaita tekniikoita. Nämä keskeiset periaatteet ovat siis jo sisäänrakennetut intrafunktionaalisten indeksien teoriaan.

Yllä tekniikkaerojen ilmentymiä tarkasteltiin yleisesti ottaen kustannusten näkökulmasta, duaalipuolelta. Vastaavanlaisia edellisten tarkastelujen kanssa konsistentteja tarkasteluja voidaan suorittaa myös primääripuolelta, tuottavuuden näkökulmasta.

Hyväksikäyttäen vertailutilanteita varten sopivasti normeerattua, itse asiassa vain kustannusjouston määritelmän sisältävää kustannusfunktion dekomponointia

$$(2.6) \qquad C(Q,p)=v(Q,p)\ \lambda(Q,p)Q\ ;$$

ks. Frisch (1965); jossa v on ns. skaalajousto ja λ rajakustannukset (kustannusten minimimointitehtävän Lagrangen kerroin), voidaan näyttää että kokonaistuottavuuden hintaindeksi

$$(2.7) \qquad PF\,{}_0^1 = \Sigma c_i(\bar{Q},p^1)\ \frac{(\bar{Q}/x_i(\bar{Q},p^1)}{(\bar{Q}/x_i(\bar{Q},p^0)}\ \frac{p_i^0}{p_i^1}$$

on tuotantokustannusten intrafunktionaalisen hintaindeksin käänteisluku.

Edelleen kokonaistuottavuuden intrafunktionaalisesta hintaindeksin avulla voidaan määritellä intrafunktionaalinen normeerattujen hintojen hintaindeksi eli intrafunktionaalinen kokonaistuottavuuden hintapuolen indeksi

$$(2.8) \qquad PN\,{}_0^1 = \Sigma c_i(\bar{Q},p^0)\ \frac{p_i^1}{p_i^0}\ /\ \bar{P}\,{}_0^1 = \Sigma c_i(\bar{Q},p^1)\ \frac{\bar{Q}/x_i(\bar{Q},p^1)}{\bar{Q}/x_i(\bar{Q},p^0)}\ ,$$

joka on inverssikysyntöjen totaalin nettomuodon indeksi. Lisäksi voidaan edellisen kaavan johtamiseen tukeutuen määritellä monia muita indeksejä, kuten tuotantokustannusten reaalihintaindeksi, joka toisaalta sama kuin kokonaisrajatuottavuuden hintaindeksi. Myös vastaavat panoskerroinindeksit löytyvät; ks. Karko (1987).

Vastaavasti voidaan johtaa myös intrafunktionaalinen kokonaistuottavuuden volyymi-indeksi, joksi saadaan

$$(2.9) \quad \overline{VP}\,{}^{1}_{0} = \Sigma c_i(Q^1,\bar{p}) \frac{Q^1/x_i(Q^1,\bar{p})}{Q^0/x_i(Q^0,\bar{p})}$$

Tämä on puolestaan intrafunktionaalisen tuotannon yksikkökustannusten volyymi-indeksin eli kokonaispanoskertoimen volyymi-indeksin käänteisluku. (huomaa erot painoissa, tämänkaltainen vaihtelu on tyypillistä jäljempänäkin).

Mitä suurempi on kokonaistuottavuusindeksi, sen tehokkaampaa osoittajan tekniikka on tuottavuuden näkökulmasta indeksien (2.8-9) osoittamissa tilanteissa. Tässä käsiteltyä yleistä tapausta yksinkertaisempien tekniikoiden vertailuissa kokonaistuottavuusindeksit degeneroituvat siten että lineaarisesti homogeenisen teknologian kokonaistuottavuusineksit ovat identtisesti 1. Näiden tapausten esittely vaatisi kuitenkin eräiden uusien apuneuvojen, kuten rajakustannusten ja skaalan intrafunktionaalisten indeksikäsitteiden esittelyä, jonka sivuutamme; ks. Karko (1987).

Vastaavasti kuin edellä, jossa tarkasteltiin saman teknologian puitteissa määriteltyjen intrafunktionaalisten vakioitujen kustannussuhteiden määrittelemiä tuotantokustannusten hinta- ja volyymi-indeksejä, voidaan määritellä kahden eri teknologian välisiä eri argumentin arvoihin vakioituja tai tietenkin myös vakioimattomia kustannussuhteita.

Interfunktionaalinen tuotantokustannusten hintaindeksi määritellään tarkastelemalla kahta eri tuotantofunktiota f^0 ja f^1 vastaavaa kustannusfunktiota C^0 ja C^1. Oletetaan, että tilanteessa 0 tuotetaan tuotannon määrä $\bar{Q}$ hinnoilla p^0 käyttäen teknologiaa f^0 ja että tilanteessa 1 sama tuotannon määrä $\bar{Q}$ tuotetaan teknologialla f^1 panoshinnoilla p^1. Interfunktionaalinen tuotantokustannusten hintaindeksi on yksinkertaisesti tuotannon määrän suhteen vakioitu kustannusfunktioiden arvosuhde

$$(2.10) \quad P^{1\,1}_{0\,0} = \frac{C^1(\bar{Q},p^1)}{C^0(\bar{Q},p^0)}$$

Indeksin arvoon vaikuttaa siis vertailutilanteiden eri hintojen lisäksi vertailutilanteissa optimaaliset tekniikat virittävien tuotantofunktioiden erilaisuus.

Interfunktionaalinen tuotantokustannusten volyymi-indeksi on puolestaan hintavakioitu eri teknologioiden virittämien tekniikoiden välinen kustannussuhde

$$(2.11)\quad V^{11}_{00} = \frac{C^1(Q^1,\bar{p})}{C^0(Q^0,\bar{p})}$$

Voidaan näyttää, että tuotantokustannusten interfunktionaaliset hinta- ja volyymi-indeksit voidaan hajoittaa tekniikkaeroja tuotantokustannusten näkökulmasta ilmentäviin tekniikkaeroindekseihin ja interfunktionaaliset hinta- tai volyymi-indeksit standardoiviin intrafunktionaalisiin hinta- sekä volyymi-indeksikomponentteihin seuraavasti; ks. Karko (1987), jossa allaolevat dekompositiot johdetaan analyyttisesti, vrt. Hasenkamp (1978).

$$(2.12)\quad P^{1\,1}_{0\,0} = P^{1\,1}_{0\,1}\, P^{0\,1}_{0\,0} = P^{1\,0}_{0\,0}\, P^{1\,1}_{1\,0}$$

$$V^{11}_{00} = V^{11}_{01}\, V^{01}_{01} = V^{10}_{00}\, V^{11}_{10}$$

Tekniikkaeroja suhteellisten kustannusten näkökulmasta mittaavat indeksit

$$P^{1\,1}_{0\,1},\ P^{1\,0}_{0\,0} \text{ sekä } V^{11}_{01},\ V^{10}_{00}$$

ovat interfunktionaalisia kustannussuhteita, joiden arvot on määrätty "vakioiduissa olosuhteissa", eli samalla tuotannon tasolla ja samoin hinnoin."Samat tuotannon tasot ja samat hinnat" voidaan kuitenkin valita monella tavalla, mutta yleisperiaate on se, että valitsemalla samat tuotannon tasot ja samat hinnat näin vakioituihin kustannussuhteisiin jää vaikuttamaan vain puhtaasti teknisistä syistä johtuvat kustannuserot. Ne siis ilmentävät (lokaalisti) eri teknologioiden virittämien tekniikoiden välisiä funktionaalisia eroja, suhteellista tehokkuutta kustannustermein. Eri tasoille tapahtuva kustannusfunktiosuhteiden vakiointi heijastaa sitä, miten interfunktionaaliset indeksit on "kalibroitu tai skaalattu" intrafunktionaalisilla indekseillä, ts.

sitä minkä tekniikan vastaavien intrafunktionaalisten tilanteiden suhteen interfunktionaalinen vertailu arvostetaan.

Jos referenssit määritellään sopivasti, ovat tekniikkaeroindeksit sekä hinta- että volyymipuolelta määriteltyinä yhtäsuuret, ja ne voidaan esittää yleistetyssä Laspeyres-/Paasche-Konus ja Laspeyres-/Paasche-Allen muodoissa. Vastaavat valinnat täytyy luonnollisesti tehdä myös inter- ja intrafunktionaalisiin hinta-ja volyymi-indekseihin. Saadaan siis 4 erilaista lokaalia, mutta konsistenttia tekniikka-eroindeksiä, jotka heijastavat sitä, minkä tekniikan termein tekniikoiden välinen vertailu arvostetaan ja lisäksi sitä, miten vakioiduilla argumenttien arvoilla. Tämä ottaa tavallaan suunnan ja vahvistaa vertailujen lokaalia luonnetta.

Vastaavia hajotelmia voidaan kirjoittaa myös interfunktionaalisille kokonaistuottavuusindekseille. Jos kokonaistuottavuusindekseillä halutaan ilmentää pelkästään interfunktionaalisia tekniikkaeroja, täytyy vertailu suorittaa joillain samoilla tuotannon tasoilla ja hinnoilla. Samalla periaatteella voidaan vertailla yksittäisiä tekniikkaeroja osittain ilmentäviä osittaistuottavuuksia.Tämmöisetkin vertailut ovat kaikki luonnollisesti lokaaleja. Pelkästään tekniikkaeroja ilmentävät kokonaistuottavuusindeksit ovat muotoa

$$(2.13)\qquad \begin{array}{ll} \Sigma c_i^1(Q^0,p^0)\,\dfrac{Q^0/x_i^1(Q^0,p^0)}{Q^0/x_i^0(Q^0,p^0)}\ ; & \Sigma c_i^1(Q^0,p^1)\,\dfrac{Q^0/x_i^1(Q^0,p^1)}{Q^0/x_i^0(Q^0,p^1)} \\[2ex] \Sigma c_i^1(Q^1,p^0)\,\dfrac{Q^1/x_i^1(Q^1,p^0)}{Q^1/x_i^1(Q^1,p^0)}\ ; & \Sigma c_i^1(Q^1,p^1)\,\dfrac{Q^1/x_i^1(Q^1,p^1)}{Q^0/x_i^0(Q^0,p^0)} \end{array}$$

Kun referenssit on valittu sopivasti voidaan interfunktionaalinen kulusuhde hajoittaa intra- ja interfunktionaalisiin komponentteihin neljällä eri tavalla.Hyväksikäyttäen edellä mainittuja interfunktionaalisten indeksien dekomponointeja tekniikkaero- ja intrafunktionaalisiin indekseihin, voidaan interfunktionaalinen kulusuhde edelleen esittää intrafunktionaalisten tuotantokustannusten hinta- ja volyymi-indeksien avulla neljällä eri tavalla. Näitä kahdeksaa konsistenttia eri hajotetta voidaan pitää konventionaalisen teorian Fisher'in kulusuhdetestin (2.5) yleistyksenä interfunktionaalisten indeksien teoriaan.

Jos vertailtavat teknologiat ovat homoteettisia, yllä kuvattu yleinen tilanne ei juuri yksinkertaistu. Perimmältään tämä johtuu siitä, että skaalafunktion arvo riippuu vielä tuotannon tasosta. Tietty epäsymmetrisyys säilyy, vaikka vertailtavat teknologiat olisivat homogeenisiä. Silloin yleisesti ottaen skaalafunktioiden arvot ovat erisuuria vakiolukuja. Jos ne sattuvat olemaan samoja tilanne kuitenkin yksinkertaistuu huomattavasti, vertailut ovat mm. globaaleja. Lineaarisesti homogeenisten teknologioiden vertailut ovat myös globaaleja, ja jos funktiot ovat vielä samaa tyyppiä, tilanne on palautettavissa suotuisissa tapauksissa kirjallisuudessa esitettyyn. Tiettyjä ns. joustavia tuotantofunktioita vastaavia superlatiivisia indeksejä voidaan käyttää approksimatiivisiin vertailuihin.

Höystämme vielä esitystä lopuksi esimerkillä; ks. lähemmin Karko (1987). Tarkastellaan kahta homogeenistä CES-tuotantoteknologiaa, jotka eroavat toisistaan Sato-Beckmann neutraalisti, ts. niillä on sama substituutiojousto kaikkien panosten välillä ja kustannusosuudet ovat samat; ks. Sato ja Beckmann (1968), Krelle (1968):

$$(2.14)\quad Q^r = f(x^r, t^r) = A(\Sigma s_i (T_i(t^r) x_i^r)^{-c})^{-c/v}; \; r=1,0.$$

Tuotantokustannusten interfunktionaalisen hintaindeksin muutos logaritmisissa differensseissä on puolestaan

$$(2.15)\quad \log \bar{P}_0^1 = \sum_i \frac{L(c_i^1, c_i^0)}{\Sigma L(c_k^1, c_k^0)} \log \frac{p_i^1}{p_i^0} + \sum_i \frac{L(c_i^1, c_i^0)}{\Sigma L(c_k^1, c_k^0)} \log \frac{T_i^1}{T_i^0} \; ;$$

Tässä ensimmäinen termi on ns. Vartia-II muotoisen tuotantokustannusten hintaindeksin logaritminen differenssi. Vrt. Diewert (1976), Sato (1976), Vartia (1979), joissa näytetään että intrafunktionaaliset Vartia-II -indeksit ovat eksakteja lineaarisesti homogeeniselle CES-funktiolle.

Vastaava volyymi-indeksin muutos on puolestaan

$$(2.16)\quad \log \bar{V}_0^1 = \sum_i \frac{L(c_i^1, c_i^0)}{\Sigma L(c_i^1, c_i^0)} \log \frac{x_i^1}{x_i^0} + \sum_i \frac{L(c_i^1, c_i^0)}{\Sigma L(c_i^1, c_i^0)} \log \frac{T_i^1}{T_i^0}$$

Kokonaistuottavuuden interfunktionaalisen hintaindeksin muutokseksi saadaan puolestaan lauseke (2.15) vastakkaismerkkisenä. Kokonaistuottavuuden interfunktionaalisen volyymi-indeksin muutos on nyt

$$(2.17)\quad \log TF_{00}^{11} = (v-1)\ \Sigma\ \frac{L(c_i^1,c_i^0)}{\Sigma L(c_k^1,c_k^0)} \log \frac{x_i^1}{x_i^0} + (v-1)\ \Sigma\ \frac{L(c_i^1,c_i^0)}{\Sigma L(c_i^1,c_i^0)} \log \frac{T_i^1}{T_i^0},$$

ja interfunktionaalisella tuotannon yksikkökustannusten volyymi-indeksin käänteisluvun muutoksella on esitys

$$(2.18)\quad \Sigma\ \frac{L(c_i^1,c_i^0)}{\Sigma L(c_i^1,c_i^0)} \log \frac{Q^1/x^1}{Q^0/x^0} = (v-1)\Sigma\ \frac{L(c_i^1,c_i^0)}{\Sigma L(c_k^1,c_k^0)} \log \frac{x_i^1}{x_i^0} +$$

$$+\ v\ \Sigma \frac{L(c_i^1,c_i^0)}{\Sigma L(c_k^1,c_k^0)} \log \frac{T_i^1}{T_i^0},$$

joten tuotannon muutoksella on ositus

$$(2.19)\quad \log \frac{Q^1}{Q^0} = v\Sigma\ \frac{L(c_i^1,c_i^0)}{\Sigma L(c_k^1,c_k^0)} \log \frac{x_i^1}{x_i^0} + v\Sigma\ \frac{L(c_i^1,c_i^0)}{\Sigma L(c_k^1,c_k^0)} \log \frac{T_i^1}{T_i^0},$$

joten kokonaistuottavuusindeksin muutos on erisuuri kuin tekniikkaerojen kokonaisvaikutusta ilmentävän indeksin muutos ja hintapuolelta laskettu tekniikkaeroja ilmentävän indeksin muutos on yhtäkuin volyymipuolelta lasketun vastaavan ilmentäjän muutos vastakkaismerkkisenä ja kerrottuna skaalafunktion yhteisellä arvolla. Tämän muotoiset tulokset ovat tyypillisiä myös seuraavaksi esiteltävälle Divisia-differentiaalimuotoiselle lähestymistavalle tekniikkaerojen mittaamisen teoriaan, vaikka yllä esitetty onkin diskreetein termein.

Huomataan, että ylläolevia tekniikkaeroilmentäjien arvoja ei voida laskea, jollei jostain syystä ole käytettävissä arviota skaalatuotoille. Silloin ylläolevaa sumaa voi lähteä purkamaan hajotteista (2.18) tai (2.19) käsin, jos Q^r, x^r, ja p^r, $r = 1,0$, tunnetaan, laskemalla oikeanpuoleinen termi residuaalina ja sijoittamalla sen näin saatu arvo muihin hajotteisiin. Mitään CES funktioiden parametrejä ei tarvitse tietää näissä indeksilaskelmissa.

3. Tekniikkaerovertailut ja Divisia differentiaalimenetelmä

Historiallisesti vanhin tapa mitata teknisen kehityksen vauhtia tai kokonaistuottavuuseroja on perustunut ns. Divisia-differentiaalimenetelmään. Tässä lähestymistavassa tarkastellaan tuotantofunktion differentiaalisen pieniä muutoksia. Teknologiaspesifikaatio on muotoa

(3.1) $Q=f(x,t)$,

jossa x on aidosti positiivinen panosvektori ja t teknologian tasoa kuvaava parametri, usein aika paremman puutteessa. Tekemällä tiettyjä ns. neutraalisuusoletuksia, voidaan spesifikaatio (3.1) kirjoittaa yksinkertaisempiin muotoihin. Jos esimerkiksi oletetaan, että tuotantofunktio on lineaarisesti homogeeninen panosten suhteen ja tekninen kehitys ei muuta panosten välisiä rajasubstituutiosuhteita, esitys (3.1) voidaan kirjoittaa seuraavaan muotoon

(3.2) $Q=A(t)f(x)$

jolloin kysymyksessä on (tavanomainen) Hicks-neutraali tekninen kehitys, joka siirtää tuotantofunktiota symmetrisesti kohti origoa. Vastaavasti, jos oletetaan, että tekninen kehitys on Sato-Beckmann tyyppiä, teknologiaspesifikaatio (3.1) saa muodon

(3.3) $Q=f(x,t)= f(T_1(t)x_1,T_2(t)\ x_2,.......,T(t)_n x_n)$.

Tämän tyypin erikoistapaus on mm. edellä mainittu Hicks-neutraali kehitys.

Menemättä nyt sen syvemmin teknisen kehityksen eri tyyppeihin, joita esimerkiksi jo kahden panoksen ja lineaarisesti homogeenisen tuotantofunktion tapauksessa voidaan määritellä 14 erilaista; ks. Sato ja Beckmann (1968), tai Krelle (1969), voidaan todeta, että alan oppihistoria on edennyt analysoimalla yllä mainitun kaltaisia erityistapauksia aina 1960-luvun lopulle asti. 1960-luvulla Divisia-lähestymistavan tiimoilta käytiin yleensäkin vilkasta debattia, joka on koottu Survey of Current Business -julkaisun numeroon May 1972, part 2.

Yleisessä analyysissä erotetaan teknologiaparametrin t muutoksen vaikutus tuotannon kasvuun, teknisen kehityksen vauhti, muista vaikuttavista tekijöistä ottamalla esityksestä (3.1) kokonaisdifferentiaali, joksi saadaan

$$(3.4) \qquad dQ = \Sigma \frac{\partial f}{\partial x_i} dx_i + \frac{\partial f}{\partial t} dt$$

ks. Karhu ja Vainionmäki (1985), jossa yksityiskohtainen johto ja vaikuttava lähdeluettelo.

Tämä voidaan sopivasti kertomalla ja jakamalla tuotannon ja panosten määrällä saattaa muotoon

$$(3.5) \qquad \frac{dQ}{Q} = \Sigma \frac{x_i}{f} \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{dx_i}{x_i} + \frac{1}{f} \frac{\partial f}{\partial t} dt$$

Yllä olevassa esityksessä panosten differentiaalisen pienet suhteelliset muutokset on painotettu niiden tuotantojoustoilla. Lausekkeen viimeinen termi kuvaa teknistä kehitystä tekniikkaparametrin differentiaalisen pienen muutoksen aiheuttamana tuotantofunktion (osittais-)siirtymänä. Merkitään osituksen (3.5) oikeanpuoleisinta termiä symbolilla $\tilde{T}_Q$.

Olettamalla kustannusten minimointiperiaate, soveltamalla kustannusten minimointiin liittyviä rajatuottavuusehtoja ja kustannusfunktion esitystä (2.6), lauseke (3.5) voidaan vielä kirjoittaa muotoon

$$(3.6) \qquad \hat{Q} = v\, \Sigma c_i \hat{x}_i + \tilde{T}_Q$$

Tämä tuotannon muutoksen ositus antaa Divisia differentiaalimuotoisen teknisen kehityksen vauhdin residuaaliesityksen. Sen mukaan teknisen kehityksen vauhti differentiaalisen pienin suhteellisin muutoksin saadaan vähentämällä tuotannon differentiaalisesta muutoksesta panosindeksin differentiaalinen suhteellinen kokonaismuutos. Painot tässä ovat marginaalisia kustannusosuuksia.

Jos skaalafunktion arvo v(Q,p)=v=1 kaikkialla, tuotantofunktio olisi lineaarisesti homogeeninen ja esitys (3.6) palautuisi laajemmalti tunnettuun tavanomaiseen residuaaliesitykseen

$$(3.7) \qquad \hat{Q} - \Sigma c_i \hat{x}_i = \tilde{T}_Q = \Sigma c_i (\widehat{\frac{Q}{x_i}})$$

Kun tavanomaista on määritellä kokonaistuottavuus panosten osittaistuottavuuksien yhteenpainotettuna summana, yllä oleva yhtälö näyttää että teknisen kehityksen vauhti on sama kuin kokonaistuottavuuden kasvuvauhti, kun tuotantofunktio on lineaarisesti homogeeninen.

Kuitenkin yleisessä tapauksessa kokonaistuottavuuden kasvuvauhdin ja teknisen kehityksen vauhdin välillä on ero. Kokonaistuottavuuden muutosvauhti voidaan esittää teknisen kehityksen avulla seuraavasti; ks. Denny, Fuss, Waverman (1981):

$$(3.8) \qquad \Sigma c_i (\widehat{\frac{Q}{x_i}}) = (v-1)\, \Sigma c_i \hat{x}_i + \hat{T}_Q$$

Tämä esitys havainnollistaa sitä, että yleisesti ottaen skaalaedut tai -haitat näyttelevät myös jonkinmoista roolia kokonaistuottavuuden muutosprosessissa. Tämänkaltaisen esityksen saimme jo kohdassa (2.18) diskreetin Vartia II-taloudellis-funktionaalisen teorian puitteissa.

Edellä teknisen kehityksen vauhti ilmentyi tuotantofunktiopuolelta. Kuten diskreetissäkin analyysissä, myös Divisia differentiaalimuotoisessa analyysissä sitä voidaan ilmentää kustannusfunktiopuolelta.

Seuraten esitystä Ohta (1974) otetaan kustannusfunktion esityksestä C=C(Q,p,t) kokonaisdifferentiaali, mutta sovelletaan relaatiota (2.6) ja suoritetaan muutama ilmeinen manipulaatio, jolloin saadaan kustannusten differentiaalisen pienille muutoksille esitys

$$(3.9) \qquad \hat{C} = \frac{1}{v} \hat{Q} + \Sigma c_i \hat{p}_i + \frac{1}{C^1} \frac{\partial C}{\partial t}$$

tuotannon määrän ja panosten hintaindeksin differentiaalisen pienten muutosten sekä kustannusfunktion tekniikkaparametrin t differentiaalisen pienen muutoksen aiheuttaman siirtymän avulla. Merkitään sitä symbolilla $\tilde{T}_C$.

Tämän siirtymän ja tuotantofunktion siirtymän välillä on yhteys, joten kumpikin teknisen kehityksen vauhdin mitta on konsistentti teknisen kehityksen vauhdin ilmentäjä. Tämä havaitaan helpoimmin ottamalla kustannusidentiteetistä C=p'x kokonaisdifferentiaali, joksi saadaan

$$(3.10)\quad \hat{C} = \Sigma c_i \hat{x}_i + \Sigma c_i \hat{p}_i .$$

Tätä esitystä voidaan pitää Fisherin tekijänvaihtotestinä Divisia-differentiaalimuotoisille panosten hinta- ja volyymi-indekseille.

Merkitsemällä tämä yhtäsuureksi lausekkeen (3.9) oikean puolen kanssa, saadaan sievennysten jälkeen

$$(3.11)\quad \tilde{T}_Q = - v\tilde{T}_C .$$

Yhtähyvin vastaava yhteys ja toisaalta kustannusfunktion hajote (3,11) saataisiin sijoittamalla lausekkeesta (3.10) lausuttu Divisia panosindeksin muutos tuotantofunktion hajotteeseen (3.6) ja ratkaisemalla näin saadusta esityksestä kustannusten kokonaisdifferentiaalinen muutos. Edellä havaittiin jo diskreetin CES-Sato-Beckmann esimerkin puitteissa ominaisuus (3.11) diskreetein termein.

Palaammekin tässä hengessä tarkastelemaan vielä hetkeksi kokonaistuottavuuden hajotetta (3.8). Ratkaisemalla esityksestä (3.10) Divisiapanosindeksin muutos ja sijoittamalla se lausekkeen (3.8) oikealle puolelle, saadaan ositteen (3.6) hyväksikäytön jälkeen

$$(3.12)\quad \Sigma c_i \left(\widehat{\frac{Q}{x_i}}\right) = \Sigma c_i \hat{p}_i - \left(\widehat{\frac{C}{Q}}\right) .$$

Tämä ilmaisee sen, että kokonaistuottavuuden Divisia-indeksin muutos saadaan deflatoimalla yksikkökustannusten arvon muutos panosten Divisiahintaindeksin muutoksilla ja vaihtamalla etumerkkiä. Kokonaistuottavuuden Divisia-indeksin muutos on siis implisiittinen tuotantokustannusten Divisia-yksikköarvon volyymin muutos.

Hyväksikäyttäen vielä yhteyttä (3.11) ja kustannusfunktion esitystä (3.9), voidaan kirjoittaa

$$(3.13)\quad \Sigma c_i \widehat{\left(\frac{Q}{x}\right)} = \left(1 - \frac{1}{v}\right)\hat{Q} - \tilde{T}_c = \left(1 - \frac{1}{v}\right)\hat{Q} + \frac{1}{v}\tilde{T}_Q$$

Esitykset (3.8), (3.12) ja (3.13) ilmituovat sen (jo luvusta 2 esitetystä diskreetistä analyysistä pääteltävän) seikan, että kokonaistuottavuuden muutos ei (yleisessä tapauksessa) yhdy tuotanto- tai kustannusfunktiosta laskettuun teknisen kehityksen vauhtiin, vaan skaalaefekti toimii tässä suhteessa tärkeänä huomioonotettavana tekijänä.

Probleemana Divisia-differentiaalimenetelmässä on tietysti käytännön kannalta se, että empiirinen data ei ole jatkuvaa, eikä osoita differentiaalisen pieniä muutoksia. Kuitenkin on olemassa useita vaihtoehtoisia käyttökelpoisia tapoja approksimoida Divisia-indeksien muutoksia diskreeteillä muutoksilla. Periaatteessa Divisia-differentiaalimenetelmä on eksakti mille tahansa (tietyt säännöllisyysehdot täyttävälle) tuotantofunktioille. Sattuu vain olemaan niin, että Divisia-esitysten diskreetit approksimaatiot diskreetissä taloudellis-funktionaalisessa teoriassa voivat olla eksakteja jollekin toiselle tuotantofunktiolle, kuin minkä (oletuksen mukaan) tutkija luulee tietävänsä oikeaksi Divisia-analyysissaan. Jos tämä funktio on esimerkiksi CES-tyyppinen ja erot Sato-Beckmann tyyppiä, diskreetti approksimaatio palautuu edellä esitetyn esimerkin tilanteeseen. Tälläinen diskreetti indeksointi on samalla myös ns. pseudosuperlatiivinen (eli ensimmäisen kertaluvun) approksimaatio diskreetissä teoriassa muille tuotantofunktioille. Törnqvist-approksimaatio, joka vastaa translog-teknologiaa, olisi kuitenkin hieman ehkä suositeltavampi. Se approksimoisi eräin ehdoin superlatiivisesti (eli toiseen kertalukuun asti) diskreettejä korkeampia todellisuuksia; ks. Diewert (1976), ja konvergoisi nopeasti kohti divisia-differentiaalimuotoista indeksiä havaintovälin pienentyessä; ks.esim. Vartia (1976).

On mielenkiintoista havaita, että jo ennen Diewert'in 1970-luvun töitä, joissa taloustieteellisin ja numeerisen analyysin keinoin perusteltiin Törnqvist-indeksien käyttöä diskreetissä analyysissä, puhtaasti intuitioon perustuen sovellettiin Törnqvist-approksimaatiota kokonaistuottavuuslaskelmiin. Näiden taloustieteellinen perusta oli kuitenkin johdettu lineaarisen homogeenisuuden vallitessa Divisia-differentiaalimenetelmällä.

4. Deskriptiivinen indeksiteoria ja tekniikan sekä tekniikkaerojen määrittely

Edellä esiteltiin lyhyesti tekniikkaerojen vaikutusten mittaamista diskreetin funktionaalisen ja Divisia differentiaalimuotoisen indeksiteorian puitteissa.

Joidenkin mielestä suurin rajoite edellä kuvattujen funktionaalisen indeksiteorian antamien menetelmien soveltamiselle on niiden takana oleva teknologiarajoite, joka esitetään tuotantofunktion muodossa ja menetelmälle ominainen sidottu tasapaino. Tuotantofunktioiden pitää olla tunnettuja ja lisäksi vertailtavien tuottajien pitää olla minimikustannusmielessä tasapainossa vertailutilanteissa. Tietyissä lähestymistavoissa voidaan tuotantofunktion (-funktioiden) tuntemisesta luopua ja laskea intra- ja interfunktionaalisia hinta- tai volyymi-indeksejä ja tekniikkaeroindeksejä ei-parametrisesti. Näin on asianlaita esim. ns. Hjalmarsson-Forsund menetelmässä toimialatasolla, jossa mikroaineistosta konstruoidaan minimikustannusperiaatetta hyväksikäyttäen toimialatason tuotantofunktion numeerinen kuvaaja ja vertailuja suoritetaan tämän puitteissa tai tälläisten välillä. ks. Karko (1987), jossa tällaisten indeksilaskelmien tekoa on selostettu tekniikkaerojen ilmentymälaskelmien lisäksi.

Perinteisessä deskriptiivisessa lähestymistavassa ei tarvitse tehdä oletusta tuotantofunktiosta ja sen sekä muiden side-ehtojen puitteissa tapahtuvasta optimaalisesta käyttäytymisestä, kuten funktionaalisessa lähestymistavassa. Siinä hinnat ja määrät voivat muuttua vapaasti. Kirjallisuudesta ei ole havaittavissa, että teoriaan olisi liitetty jonkinmoisia teknologianäkökohtia.

Deskriptiivisen teorian laajentaminen tekniikkaerot huomioonottavaan suuntaa, on ongelmallista ensinnäkin siitä syystä, miten teknologia tai tekniikka voitaisiin deskriptiivisessa raamissa määritellä, jotta yleensä voitaisiin puhua teknologia- tai tekniikkaeroista. Konventionaalinen deskriptiivinen indeksiteoria ei tunnu antavan neuvoa tässä suhteessa. Toiseksi, konventionaalinen deskriptiivinen indeksiteoria näyttää itse asiassa olevan teoriaa kustannusten muutoksista ja vastaavista hintasekä volyymi-indekseistä. Voidaan ehkä väittää, että teorian perusvire on jotensakin kuluttajahakuinen, muttei mitenkään juuri tähän sovellutuskenttään erityisesti sidoksissa. Hintaindeksi tarkoittaa usein esim. elinkustannusindeksiä tms. Tuotantosovellutuksia ei niinkään ole sattunut silmään. Esimerkiksi tuotannon määrä ei tiettävästi esiinny itsenäisenä suureena, vaan se samaistetaan kustannusten tai myyntiarvon volyymiin. Tuntuisikin siltä, että tuotannollisiin sovellutuksiin tulisikin ympätä tuotannon määrä ja panoskäyttö itsenäisinä suureina, kuten asianlaita on funktionaalisessa tuotantokustannusten indeksiteoriassa.

Kuten jatkosta ilmenee seuraava määrittely yhdistää toisaalta tekniikan ja toisaalta eksplisiittisen tuotannon määrän eksplisiittisenä käsitteenä deskriptiiviseen indeksiraamiin.

Oletetaan, että homogeenisen aidosti positiivisen tuotannon määrän Q valmistamiseksi tarvitaan aidosti positiivinen panosvektori $x \in X^n$. Tuotantotekniikan määrittelee kaikkien panosten osittaistuottavuuksien arvojoukko

(4.1) $(Q/x_i = t_i;\ i=1,2,\ldots,n)$.

Jokainen muutos yhdessä tai useammassa panosten osittaistuottavuuksien arvossa on muutos tuotantotekniikassa, tapahtuipa se syystä tai toisesta. Muutoksen syy-yhteyksiin ei tässä oteta kantaa. Oletamme vain havainnot (4.1) ja pyrimme mittaamaan niiden muutoksia. Lopullinen päämäärä on aggregoida muutokset ja aggregointi tapahtuu siten, että se on sopusoinnussa deskriptiivisen indeksiteorian muiden pyrintöjen kanssa.

Vastaavanlaista tekniikkamääritelmää sovelletaan taloustieteen eri alueilla yleisesti, esimerkiksi panos/tuotos tauluissa ja ns. mikrotason kapasiteettijakaumaesityksissä, jotka ovat pohjana toimialatason rakenne-analyysissä ns. johansenilaisessa Forsund-Hjalmarssonin menetelmässä. Näyttää siltä, että ei ole olemassa syitä, joiden perusteella mainituissa analyysikehikossa pitäisi olettaa taustalla olevan Leontief-tuotantofunktiot, joita karakterisoidaan panoskertoimilla. Pelkät panoskertoimet riittänevät karakterisoimaan tekniikan ao. analyysikehikoissa.

Yllä esitetyssä määritelmässä jokainen sellainen muutos panoksen osittaistuottavuuden arvossa, joka ei ole proportionaalinen, on tekninen muutos. Ainoastaan silloin, jos kaikkien panosten ja tuotannon määrän suhteellinen muutos on sama, teknistä kehitystä, tekniikkaeroa, tuottavuuseroa tms. ei ei synny. Esimerkiksi tietyistä teknis/fysikaalisista syistä osittaistuotavuuksien arvot (4.1) voivat olla rajoitetut. Tässä yhteydessä voidaan luonnehtia teknologia sellaisten tekniikkojen kokoelmana, joka täyttää osittaistuottavuuksille mahdolliset arvot. Tällainen teknologian määritelmä vaikuttaa luontevalta, sillä useinkin voidaan sanoa, että tiettyyn teknologiaan liittyy luonnontieteellisistä ynnä muista syistä tietyt alarajat ja frontier- tai best practice arvot. Siten eri tekniikoihin liittyy myös tiettyä tehottomuutta näiden suhteen. Tilanne muistuttaa siis jossain määrin funktionaalista lähestymistapaa.

Yllä esitetty määritelmä (4.1) voitaisiin antaa yhtä hyvin panoskertoimia hyväksi käyttäen, mutta osoittautuu, että esitetyn määritelmän puitteissa voidaan jäljempänä esitettyjä deskriptiivisen analyysin tuloksia rinnastaa suoraviivaisemmin funktionaalisen teorian tiettyihin tuloksiin. Mm. tietyt etumerkkiyhtäläisyydet ovat samanmuotoisia kummankin teorian puitteissa.

Kun indeksiteorian historiassa ajateltiin aiemmin, että kuhunkin tarkoitukseen käy oma indeksinsa, deskriptiivinen indeksiteoria, jota maailmankuvan kehitystä myötäillen myös kutsuttiin mekanistiseksi, tilastolliseksi, atomistiseksi tai aksiomaattiseksi, pyrki tavoittelemaan parasta indeksikaavaa."Paras indeksikaava" määriteltiin sellaisena indeksikaavana, joka täyttää ns. Fisher'in testit eli paremmin ilmaistuna toivomukset mahdollisimman hyvin. Kuitenkin jo kauan on tiedetty, että Fisher'in testit, jotka itse asiassa eivät ole muuta kuin kokoelma hyvältä indeksikaavalta vaadittavia lähes terveen järjen mukaisia ominaisuuksia, ja jotka tässä esityksessä sivuutamme, ovat sisäisesti ristiriitaisia, joten niitä täyttävää indeksikaavaa ei ole olemassa. Fisher'in testeistä ks. esim. Allen (1975), Vartia (1976), Eichhorn ja Voeller (1976), Eichhorn (1978).

Kuitenkin kirjallisuudessa on näytetty, että Fisher'in ehdoista voidaan konstruoida useita suppeamman vaatimusjoukon sisältäviä maksimaalisia ehtokokoelmia, jotka ovat sisäisesti konsistentteja. Näitä kutsutaan joissakin yhteyksissä aksioomeiksi; ks esim. Eichhorn ja Voeller (1976). Kuten esim. Eichhorn (1978) on funktionaalianalyyttisin keinoin näyttänyt, niin näiden suppeampien vaatimusjoukkojen puitteissakaan ei ole mahdollista lausua vaatimuksia täyttäviä indeksikaavoja täydellisesti, joten deskriptiivinen indeksiteoria pyrkii tässä suhteessa täyttämään tehtävän, joka on mahdoton.

Eri perustein on kuitenkin mahdollista rajata kaikkien mahdollisten deskriptiivisten indeksikaavojen joukkoa, ja valita ns. hyviä kaavoja. Tälläiset kaavat täyttävät monia Fisherin alkuperäisistä ehdoista. Lisäksi niillä saattaa olla muita hyvänä pidettyjä ominaisuuksia, kuten tietynasteinen approksimaatiokyky. Fisher'in ns. ideaali-indeksi on eräs tälläinen, Törnqvist indeksit ja ns. Vartia indeksit ovat myös sellaisia, mutta yleisesti ottaen ei voida sanoa mikä näistäkään on paras. Vaikka deskriptiivisen teorian alkuperäisenä tarkoituksena oli etsiä paras indeksikaava, ja sellaista ei sen puitteissa ole määrättävissä, mutta kompromissina löytyy koko joukko hyviä kaavoja, joita - tosin eri tekijöitä subjektiivisesti painottaen - suositetaan käytettäväksi, deskriptiivinen teoria taloustieteellisessa mielessä supistuu doktriiniksi, opiksi soveliaista indeksikaavoista. Tämä ei kuitenkaan estä sitä, että sitä voidaan pitää teoriana eri indeksikaavojen matemaattisista ominaisuuksista ja siten puhtaasti matemaattisessa mielessä tärkeänä ja käypänä apuneuvona taloudellisessa tutkimuksessa.

Yllä mainitut kaavat ovat alkujaan johdetut deskriptiivisen indeksiteorian puitteissa, ja sattuu vain olemaan niin, että taloudellis-funktionaalisen indeksiteorian puolella ne ovat vastaavasti samalla eksakteja kvadraattiselle, translog-, Cobb-Douglas-, ja CES-tuotantofunktion virittämille lineaarisesti homogeenisille teknologioille; ks. Diewert (1976),(1978), Sato (1976), Vartia (1979). Kun näillä tuotantofunktioilla on suotuisina pidettyjä approksimaatio-ominaisuuksia ja mainitut indeksikaavat ovat hyviä myös deskriptiivisen indeksidoktriinin puitteissa, puolustellaan näitä kaavoja myös näiden kahden erilaisen teorian perusteella. Voidaan kuitenkin todeta, että indeksikaavan paremmuutta ei ratkaise kahden eri teorian perusteella arvioitu joukkovoima, vaan eri teorioiden omat sisäiset kriteerit ja empiirinen käypyys, johon emme ota kantaa tässä paperissa.

Toteamme kuitenkin, että edellä annettu tekniikan määritelmä on ensinnäkin varsin käytännönläheinen, osittaistuottavuuksien tarkastelu irrallisina lukuarvoinahan on varsin arkipäiväistä. Toisaalta määrittely (4.1) on yleinen. Sen yhteydessä ei tehdä mitään erityistä oletusta esimerkiksi siitä indeksikaavasta, jonka yhteydessä sitä sovellettaisiin.

Käymmekin nyt tarkastelemaan sen käyttöä eräiden keskeisten deskriptiivisten ketjuindeksikaavojen yhteydessä. Edellähän todettiin, että deskriptiivinen indeksiteoria on teoriaa ennenkaikkea eri indeksikaavojen matemaattisista ominaisuuksista.

Aloitamme tarkastelut ns. Vartia I kaavan puitteissa. Tällä kaavalla on eräitä hyviä ominaisuuksia. Se on konsistentti aggregoinnissa, mutta sen painot eivät summaa yhteen, vaan summa on korkeintaan yksi. Kaava täyttää myös ns. Fisher'in tekijänvaihtotestin, ks. Vartia (1976). Konsistenttisuus aggregoinnissa on tärkeä ominaisuus indeksikaavalle ja se, että Vartia I -kaavat ovat konsistentteja aggregoinnissa on myös tärkeä ominaisuus teoreettiselta kannalta. Kun lisäksi Vartia I -kaavat ovat ns. pseudosuperlatiivisia, voidaan näitä ominaisuuksia hyväksikäyttäen todistaa, että superlatiiviset kaavat ovat approksimatiivisesti konsistentteja aggregoinnissa; ks. Diewert (1978), (1980). Jatkamme sitten analyysia erään Vartia I kaavaa lähellä olevan ja sen johtamisen yhteydessä saatavan - ehkä uuden - kaavan parissa, siirrymme sitten Vartia II maailmaan, ja lopuksi esittelemme lyhyesti, miten Törnqvist kaava saadaan johdetuksi tavallaan samasta lähtöasetelmasta kuin edellä mainitut muut kaavat. Kuten jo edellä monesti on, todettu Törnqvist kaava sinänsä on ollut suosittu taloudellis-funktionaalisen teorian puitteissa teknisen kehityksen vauhdin mittaamisen yhteydessä. Deskriptiivinen lähestymistapa näyttää laajentavan sen (ja muiden edellä mainittujen taloudellis-funktionaalisessa analyysissä eksaktien kaavojen) käyttökelpoisuutta entisestään, sillä kuten edellä on jo monesti todettu, mitään optimoivaa käytöstä ei välttämättä tarvitse olettaa deskriptiivisessa lähestymistavassa edes tekniikkaerojen mittaamisenkaan yhteydessä.

5. Tekniikkaerojen mittaaminen Vartia I indeksiperheen puitteissa

Kuten aikaisemmin jo mainittiin, Vartia I tyyppisiä hinta- ja volyymi-indeksejä pidetään deskriptiivisin kriteerein varsin hyvinä. Teoreettisesti niillä on mielenkiintoinen ja hyödyllinen piirre. Ne ovat konsistentteja aggregoinnissa. Tämä merkitsee sitä, että jostain havaintojoukosta suoraan laskettu indeksi näyttää samaa muutosta, kuin siitä ensin lasketut osaindeksit, ja näistä edelleen painottamalla laskettu kokonaisindeksi.Laskelmien tekoon kussakin vaiheessa tarvitaan vain tarkasteltavan vaiheen (osaindeksin) tarvitsemaa informaatiota; ks. Vartia (1976).

Lähtökohtana indeksien johtamisessa on panosten kustannusosuudet

$$c_i = p_i x_i / C = C_i / C \,, \tag{5.1}$$

jossa $C = p'x = \Sigma C_i$, $i=1,2,\ldots,n$.

Tarkastellaan nyt yksittäisiä panosmeno-eriä C_i; $i=1,2,..,n$, kahdessa eri tilanteessa $r=0,1$ kirjoittamalla aluksi

$$c_i^r C^r = p_i^r x_i^r \; ; \; r=1,0 \; ; \; i=1,2,\ldots,n, \tag{5.2}$$

joten

$$C^1 - C^0 = \Sigma C_i^1 - \Sigma C_i^0 = \Sigma p_i^1 x_i^1 - \Sigma p_i^0 x_i^0, \tag{5.3}$$

sillä kustannusosuuksien summa on yksi kummassakin tilanteessa.

Soveltamalla ylläolevaan Vartian ns. L -funktiota, joka määritellään (yleisin termein) seuraavasti

$$L(x,y) = \begin{cases} \dfrac{y - x}{\log(x/y)} \; ; \text{ kun } x \neq y \\ x \qquad\qquad ; \text{ kun } x = y \,, \end{cases} \tag{5.4}$$

voidaan erotuksesta (5.3) kirjoittaa seuraava tuotantokustannusten suhteellisen muutoksen dekompositio

$$(5.5) \qquad \log \frac{C^1}{C^0} = \Sigma \frac{L_i}{L} \log \frac{p_i^1}{p_i^0} + \Sigma \frac{L_i}{L} \log \frac{x_i^1}{x_i^0} .$$

Tässä olemme lisäksi käyttäneet lyhenteitä L ja L_i Vartian L-funktioista $L(C^1,C^0)$ ja $L(C_i^1,C_i^0)$.

Identiteetti (5.5) osoittaa, että sen oikealla puolella ensimmäisenä oleva tuotantokustannusten Vartia I tyyppinen hinta- ja toisena oleva Vartia I tyyppinen volyymi-indeksi täyttävät Fisher'in tekijänvaihtotestin logaritmisissa differensseissä. Käytämme näistä symboleja $\log P^{VI}$ ja $\log V^{VI}$.

Ylläoleva johto on oleellisesti sama kuin on esitetty esim. teoksessa Vartia (1976). Tässä julkaisussa lähdetään kuitenkin yhtälöstä (5.3), mutta tässä yhteydessä olemme lähteneet kustannusosuuksista. Tämän trikin tarkoituksena on havinnollistaa, että samasta lähtökohdasta saadaan myös eräitä muita tärkeitä indeksikaavoja, joita käsittelemme jäljempänä.

Seuraavaksi käytämme hyväksi tekniikkamäärittelyä (4.1) ja tarkastellaan osittaistuottavuuksien logaritmisia differenssejä. Kirjoitetaan

$$(5.7) \qquad \log x_i^1/x_i^0 = \log Q^1/Q^0 - \log t_i^1/t_i^1, \quad i=1,2,\ldots,n,$$

ja sijoitetaan nämä yhtälöön (5.5), tai ennen logaritmointia suoraan kohtaan (5.2). Saadaan

$$(5.8) \qquad \log \frac{C^1}{C^0} = \log P^{VI} + \Sigma \frac{L_i}{L} \log \frac{Q^1}{Q^0} - \Sigma \frac{L_i}{L} \log \frac{t_i^1}{t_i^0} .$$

Tämä voidaan ilmaista tuotannon yksikkökustannusten muutoksin seuraavasti

$$(5.9) \qquad \log \frac{C^1/Q^1}{C^0/Q^0} = \log P^{VI} + (\Sigma \frac{L_i}{L} - 1) \log \frac{Q^1}{Q^0} - \Sigma \frac{L_i}{L} \log \frac{t_i^1}{t_i^0} ,$$

sillä Vartia I -painot eivät summaa yleisesti ottaen yhteen.

Yhtäpitävyydet (5.5) ja (5.8) esittävät luonnollisesti samaa asiaa, tuotantokustannusten logaritmistä muutosta. Kirjoitetaan siis niiden vasemmat puolet yhtäsuuriksi, jolloin saadaan muutaman sievennyksen jälkeen

$$(5.10)\quad \Sigma \frac{L_i}{L} \log \frac{Q^1}{Q} = \log V^{VI} + \Sigma \frac{L_i}{L} \log \frac{t_i^1}{t_i^0},$$

ja tästä edelleen

$$(5.11)\quad \log \frac{Q^1}{Q^0} = \Sigma \frac{L_i}{\Sigma L_k} \log \frac{x_i^1}{x_i^0} + \Sigma \frac{L_i}{\Sigma L_k} \log \frac{t_i^1}{t_i^0}.$$

Huomataan, että hajotteissa (5.8), (5.9), (5.10) ja (5.11) termit äärimmäisen oikealla esittävät yhteenpainotettua teknistä muutosta, yksittäisten osittaistuottavuuksien muutoksen totaalia, suhteellista aggregatiivista tekniikkaeroa tilanteiden välillä. Kustannuspuolen esityksissä (5.8) ja (5.9) tämän termin, josta käytämme jatkossa symbolia $\log T^{VI}$, merkki on vastakkainen tuotantopuolen vastaavan esityksen (5.10) kanssa. Tilanne vastaa siis jotensakin lineaarisesti homogeenisten tekniikoiden vertailua taloudellis-funktionaalisessa maailmassa, ja on myös näennäisessä sopusoinnussa Divisia-tuloksen (3.11) kanssa, kun v=1. Esityksessä (5.10) tuotannon muutos logaritmisin differenssein ei ole kuitenkaan puhdas tuotannon muutos, vaan se on skaalattu Vartia I -painojen summalla. Sen sijaan ositus (5.11) esittää "aitoa" tuotannon muutosta. Merkitsemme tämän esityksen residuaalia, tekniikkaerojen kokonaisindeksin muutosta, symbolilla $\log T^U$.

Ositus (5.11) on myös sikäli mielenkiintoinen, että kun lähdetään liikkeelle Vartia I -tyyppisistä tuotantokustannusten hinta- ja volyymi-indekseistä, tuotannon muutos ei enää ole esitettävissä Vartia I -tyyppisen panosindeksin muutoksen avulla, vaan tämän indeksin, kokonaispanoksen volyymi-indeksin, samoin kuin tekniikkaeroindeksin, painorakenne eroaa Vartia I indeksin painorakenteesta, ja sen painojen summa on yhtä kuin yksi. On korostettava, että tämänlaatuisen painorakenteen omaavat indeksit, ns. U -kaavat, ovat konsistentteja Vartia I -tyyppisten indeksien kanssa. Ne on johdettu yllä nimenomaan näitä indeksejä apuna käyttäen.

Merkitsemme tämän, ehkä uuden, volyymi-indeksin muutosta symbolilla $\log V^U$. Vastaavan painorakenteen omaavan hintaindeksin muutoksesta käytetään tunnusta $\log P^U$.

Esityksestä (5.11) voidaan kirjoittaa pienin järjestelyin

$$(5.12) \quad \log \frac{Q^1}{Q^0} = \left(\frac{L}{\Sigma L_k}\right)\left(\Sigma \frac{L_i}{L}\right) \log \frac{x_i^1}{x_i^0} + \log T^U ,$$

joten tietty näennäinen analogia vallitsee yleisen tuotantofunktion Divisia-muotoisen esityksen (3.6) ja hajotteen (5.12) välillä, jos kaavassa (5.12) Vartia I -painojen summan käänteisluku tulkitaan jonkinmoiseksi "skaalatekijäksi". Toisaalta esitys (5.11) olisi lineaarisesti homogeenisen tuotantofunktion Divisia-osituksen (3.7) kaltainen.

Kun $-\log T^{VI}$ tulkitaan teknisen kehityksen vauhdiksi asiaa kustannuspuolelta tarkasteltaessa ja $\log T^U$ olisi teknisen kehityksen vauhti tuotantopuolelta mitattuna, niin deskriptiivisen teorian yhteys

$$(5.13) \quad \log T^U = -\left((L/\Sigma L_k) \log T^{VI}\right)$$

on muodollisesti samankaltainen Divisia -analyysin yhteyden (3.11) kanssa. Tämänlaatuisen yhteyden havaitsimme esimerkin valossa pitävän paikkansa myös diskreetissä analyysissä, yhteys yleisempään diskreettiin analyysiin on hankampi, koska se on "suhdemuotoista eikä log-differenssimuotoista", vaikkakin se voidaan (mahdollisesti aina) sellaiseksi palauttaa.

Edellä ositteen (5.10) yhteydessä $(\Sigma L_k/L)\log Q^1/Q^0$ tulkittiin muunnetuksi tuotannon muutokseksi, jossa siis alkuperäinen tuotannon määrä on itse asiassa kerrottu skaalatekijän käänteisluvulla. Tekemällä nyt käänteinen muunnos kustannusidentiteetin muutokseen (5.5) kertomalla se edelleen muunnoksen käänteisluvulla eli itse skaalatekijällä, saadaan

$$(5.14) \quad \left(\frac{L}{\Sigma L_k}\right) \log \frac{C^1}{C^0} = \Sigma \frac{L_i}{\Sigma L_k} \log \frac{x_i^1}{x_i^0} + \Sigma \frac{L_i}{\Sigma L_k} \log \frac{p_i^1}{p_i^0} .$$

Tämä merkitsee, että indeksit V^U ja P^U täyttävät Fisher'in tekijänvaihtotestin "muunnetuilla kustannuksilla".

Jos kokonaistuottavuuden muutokselle halutaan ymmärtää yhteenpainotettujen osittaistuottavuuksien muutosta, esillä olevassa tilanteessa meillä on kaksi kandidaattia kokonaistuottavuuden muutokselle:

$$(5.15)\quad \log T^{VI} = \Sigma \frac{L_i}{L} \log \frac{t_i^1}{t_i^0} = \Sigma \frac{L_i}{L} \log \frac{Q^1/x_i^1}{Q^0/x_i^0}$$

ja

$$(5.16)\quad \log T^{U} = \Sigma \frac{L_i}{\Sigma L_k} \log \frac{t_i^1}{t_i^0} = \Sigma \frac{L_i}{\Sigma L_k} \log \frac{Q^1/x_i^1}{Q^0/x_i^0}\,^{1)}$$

Jälkimmäisen tulkinnan mukaan kokonaistuottavuuden kasvu olisi yhtäsuuri kuin teknisen kehityksen vauhti mitattuna tuotantopuolelta. Tämä tulkinta olisi sopusoinnussa myös lineaarisesti homogeenisen Divisia- ja diskreetin funktionaalisen analyysin tulosten kanssa. Kun tulkintamme mukaan kaavan (5.15) osoittama kokonaistuottavuuden kasvuvauhti on sama kuin teknisen kehityksen indikaattorin kasvuvauhti kustannuspuolelta, mutta vastakkaismerkkisenä, ja mainitut kokonaistuottavuuden kasvuvauhtikandidaatit osoittavat eri kasvunopeutta, ei esitystä (5.15) voida tulkita kokonaistuottavuuden (volyymin) kasvunopeudeksi. Voidaan siis kysyä, mitä se esittää, kun vaihtoehtoisia näennäisanalogioita on tarjolla funktionaalisen- ja Divisia-analyysin yleistä tapausta koskettelevien esitysten muodossa.

Tätä varten tarkastellaan esitystä (5.9) ja merkitään tuotannon yksikkökustannusten implisiittisen volyymi-indeksin muutokseksi

$$(5.17)\quad -\log R^{VI} = \log \frac{C^1/Q^1}{C^0/Q^0} - \log P^{VI},$$

joten

$$(5.18)\quad \log R^{VI} = (1 - 1/(L/\Sigma L_k)) \log Q^1/Q^0 + \log T^{VI}.$$

Esitys (5.17) on selvästi samankaltainen kuin Divisia esitys (3.12). Siten se ehdottaa kokonaistuottavuuden kasvuvauhdiksi tuotantokustannusten implisiittistä volyymi-indeksin muutosta $\log R^{VI}$.

---

1) Tämä kokonaistuottavuuden muutoksen deskriptiivinen esitys on johdettu julkaisussa Karko (1988). Siinä on suoritettu myös muutamia mikrotason kokonaistuottavuuslaskelmia Suomen rautavalimoaineistolla.

Esitys (5.18) on puolestaan näennäisesti analoginen Differentiaalimuotoisen hajoitteen (3.13) kanssa, jos skaalan vastineena pidetään lausekelta $L/\Sigma L_k$, ja huomataan, että tuotantopuolelta mitattu teknisen kehityksen vauhti on $\log T^U$, sekä sovelletaan tulosta (5.13).

Sijoittamalla edelleen hajote (5.10) lausekkeeseen (5.18), saadaan

$$(5.19) \quad \log R^{VI} = \log \frac{Q^1}{Q^0} - \log V^{VI} .$$

Tämä tuotannon yksikkökustannusten implisiittisen volyymi-indeksin muutoksen vastakkaismerkkinen esitys on Vartia I maailmassa vaarallinen, sillä usein sanotaan, että kokonaistuottavuuden kasvunopeus saadaan vähentämällä tuotannon kasvunopeudesta panosindeksin kasvunopeus. Jos joku työskentelee ad-hoc pohjalla, valitsee Vartia I painotuksen panosindeksiinsä, eikä käytä hyväkseen minkään teoreettisen raamin suomaa täsmällistä lähestymistapaa, tuloksena (tarkkaan ottaen) ei olekaan kokonaistuottavuuden kasvunopeus. Eri indeksien täsmällinen merkitys täytyy tietää. Log V^{VI} ei ole tässä esitellyn teorian mukaan kokonaispanosindeksin muutos, vaan kustannusten volyymi-indeksin muutos. Kokonaispanosindeksin muutoksen antaa $\log V^U$. Voidaan vielä todeta, että hajotteen (5.19) oikea puoli ei esitä osittaistuottavuuksien Vartia I, tai U -tavalla yhteenpainotettua muutosta, eikä siten perusajatuksemme mukaan sovi kokonaistuottavuuden muutokseksi.

Yhtälöstä (5.19) voidaan edelleen kirjoittaa esityksen (5.11) avulla

$$(5.20) \quad \log R^{VI} = \log V^U - \log V^{VI} + \log T^U = \left(\frac{L}{\Sigma L_k} - 1\right) \log V^{VI} + \log T^U$$

Divisia -analyysin tuloksen (3.8) valossa tämäkin kaava kuitenkin ehdottaa kokonaistuottavuuden muutosvauhdiksi $\log R^{VI}$ verran, mutta kun kirjoitetaan uudelleen yhtälön (5.20) oikealle puolelle esitys (5.17) ja sievennetään, jäljelle jää vain lineaarisesti homogeenisen tuotantofunktion Divisia-ositusta (3.7) tavallaan vastaava esitys (5.11) eli kokonaistuottavuuden muutoksen määritelmä (5.16).

Indeksin muutoksen (5.20) voidaan ajatella jakautuvan tietyssä mielessä rakenteellista eroa ja puhdasta teknistä eroa kuvaaviin osiin. Tulkintamme mukaan erotus $\log V^U - \log V^{VI}$ mittaa eroa kokonaispanoksen ja kustannusten volyymirakenteen muutosten välillä. Toisaalta $\log T^U$, kokonaistuottavuuden muutoksen mittari, mittaa eroa tuotannon muutoksen ja kokonaispanoksen kasvunopeuksien välillä, joten implisiittinen indeksi koostuu tavallaan kaksivaiheisesti eri rakenteiden muutoksista, ja sievenee muotoon (5.19).

Indeksin muutos (5.20) voidaan hajotetta (5.5) hyväksikäyttäen kirjoittaa vielä hieman eri muotoon

$$(5.21)\quad \log \frac{C^1/Q^1}{C^0/Q^0} = \log \frac{C^1}{C^0} - \log V^U - \log T^U .$$

Esityksen oikealla puolella oleva termi on tuotannon yksikkökustannusten arvon muutos. Vasemman puolen kahden ensimmäisen termin erotus on luonteeltaan implisiittisen hintaindeksin muutos. Tämä esitys on sinänsä jo vastine Divisia-esitykselle (3.12), kun tuotantofunktio on lineaarisesti homogeeninen, mutta esitetyssä deskriptiivisessä vastineessa hintaindeksin muutos on siis implisiittinen. Jos tämä ajatellaan vähennettäväksi yksikköarvon muutoksesta, voidaan päätellä, että kokonaistuottavuuden muutoksella on volyymiluonne.

Implisiittinen hintaindeksi voidaan kuitenkin vielä esittää eksplisiittisesti:

$$(5.22)\quad \log \frac{C^1}{C^0} - \log V^U = (1 - \frac{L}{\Sigma L_k}) \log \frac{C^1}{C^0} + \log P^U .$$

Tästä saadaan muunnettujen yksikkökustannusten muutokselle esitys kokonaistuottavuuden muutoksen ja suoraan eksplisiittisen kokonaispanoksen hintaindeksin muutoksen avulla

$$(5.23)\quad \frac{L}{\Sigma L_k} \log \frac{C^1}{C^0} - \log \frac{Q^1}{Q^0} = \log P^U - \log T^U .$$

Tämä on myös eräänlainen Divisia esityksen (3.12) vastine. Muunnettujen yksikkökustannusten muutos ei juuri poikkea käytännössä oikeasta yksikkökustannusten muutoksesta, vaikka teoriassa $\Sigma L_k \leq L$.

Esityksestä (5.23) saadaan vielä kustannusfunktion lineaarisesti homogeenistä tuotantofunktioita vastaavan Divisia-esityksen (3.8) vastine deskriptiivisessa lähestymistavassa

$$(5.24) \quad \frac{L}{\Sigma L_k} \log \frac{C^1}{C^0} = \ln \frac{Q^1}{Q^0} + \log P^U - \log T^U .$$

Tämä esitys on hauskasti symmetrinen osituksen (5.8) kanssa.

Kun tuotantokustannusten muutos deflatoidaan Vartia I -tyyppisellä hintaindeksillä, saadaan implisiittisesti Vartia I muotoisen kustannusten volyymi-indeksin muutos. Tämän eksplisiittinen esitys on sama kuin implisiittinen esitys. Yhtäpitävyyden (5.24) valossa saadaan kokonaispanoksen muutos, jos kulujen muunnettu muutos deflatoidaan suoraan indeksin P^U muutoksella. Kustannusfunktion Divisia-esityksen deskriptiivisestä vastineesta (5.24) nähdään, että vastaavan implisiittisen volyymi-indeksin muutos on sama:

$$(5.25) \quad \log \frac{Q^1}{Q^0} - \log T^U = \log V^U .$$

On mielenkiintoista havaita, että kulujen muutoksen Vartia I muotoinen ositus (5.5) on voimassa tuotantokustannusten volyymi- ja hintaindeksien välisenä hajotteena, vaikka sen esittämisen vaiheessa analyysiin ei ole vielä mukaan spesifioitu tekniikkaeroja.

Edelleen käsittelemämme painorakenne-esimerkki osoittaa, että on erittäin tärkeää teoriatasolla tehdä selvät käsitteenmäärittelyt. Peruskehikostamme seuraa, että ensinnäkin tuotannon muutos on eri käsite kuin tuotantokustannusten volyymin muutos ja tästä poikkeaa myös käsite kokonaispanoksen volyymin muutos. Vastaavat käsitteelliset erot ovat myös hintaindeksipuolella. Tarkastelumme ei kuitenkaan vielä ole riittävä tässä suhteessa ja täydennämme sitä seuraavassa luvussa tarkastelemalla lähemmin indeksejä U.

Voidaan kuitenkin vielä erikseen todeta, että huolimatta teoreettisista eroista, käytännössä erot tuotantokustannusten volyymin ja kokonaispanoksen volyymin muutoksien välillä (vast. hintaindeksien välillä) ovat varsin pieniä.

Teoriamme mukaan on myös tehtävä selvä käsitteellinen ero kustannuspuolelta ja tuotantopuolelta mitattavien tekniikkaeroindeksien muutosten kanssa.

Myös tiettyjen indeksien, kuten tuotannon yksikkökustannusten implisiittisten ja ekslisiittisten indeksien muutosten välillä on tehtävä selvä ero. Analyysi osoittaa, että useat implisiittiset indeksit lausuttuna eksplisiittisesti eivät yhdy suoraan niiden eksplisiittisetsi lausuttavien indeksien muutoksiin. Tämä on esillä olevassa Vartia I peruskehikossa perimmältään seurausta siitä, että indeksit U eivät täytä Fisher'n testiä, josta seuraa, että teoreettiset käsitemäärittelyt ovat avainasemassa tulkintojenkin kannalta.

On mielenkiintoista havaita, että useinkin edellä implisiittisten indeksien avulla voitiin lausua monia Divisia-analyysin yleistä tuotantofunktion ositusta vastaavia esityksiä deskriptiivisen teorian puitteissa. Tiettyjen indeksien eksplisiittinen soveltaminen antoi puolestaan Divisia teorian lineaarisesti homogeenistä tuotantofunktiota näennäisesti vastaavia esityksiä. Se, että näin käy, johtuu tietenkin täsmällisestä teoreettisten käsitteiden määrittelystä.

6. U-Indeksit

Edellä saatiin kokonaispanoksen volyymi-indeksin muutokseksi log V^U lähtien liikkeelle tekniikkaeromääritelmästä (4.1) ja soveltamalla Vartia I -indekseille ominaista kustannusten muutoshajotetta (5.5), joka samalla näyttää, että mainitut indeksit toteuttavat Fisher'in tekijänvaihtotestin logaritmisissa differensseissä. Näin saatiin kustannuspuolen sellaisia hajotteita, joiden vastineet Divisia-analyysissä ovat kustannusfunktion osituksia. Kun näihin vielä sovellettiin uudelleen kustannusten muutoksen ositusidentiteettiä (5.5), saatiin kokonaistuottavuuden ja teknisen kehityksen (eroa) indikoiva tuotantopuolen indeksin muutos log T^U. Huomataan, että tämä Fisher'in tekijänvaihtotestin kautta suoritettu menettely vastaa kutakuinkin Ohtan edellä mainittua vastaavanlaista menettelyä Divisia-maailmassa. Myös deskriptiivisessä analyysissä saatiin samankaltaiset yhteydet kustannus- ja tuotantopuolelta mitattujen teknisten kehitysten vauhtia kuvaavien indeksien välille kuin Divisia-analyysissä. Näin päädyttiin uusiin indeksikäsitteisiin V^U ja P^U sekä tuotantopuolen kokonaistuottavuuden mittariin T^U. Näissä indekseissä painot summaavat yhteen, ja ne ovat konsistentteja kustannusten hinta- ja volyymi-indeksien P^{VI} ja V^{VI} sekä residuaalitermin T^{VI} kanssa.

Näytämme tässä luvussa, että indeksit V^U ja P^U sekä T^U voidaan myös johtaa riippumatta Vartia I indekseistä, jotka olivat edellä oleelliset apuneuvot.

Tätä varten tarkastellaan esityksiä (5.2) ja sovelletaan niihin suoraan Vartian L-funktion määritelmää (5.4) saadaan

$$(6.1) \qquad L(c_i^1C^1, c_i^0C^0) \log (c_i^1C^1/c_i^0C^0) = L(C_i^1, C_i^0) \log (C_i^1/C_i^0), \quad i=1,2,\ldots,n.$$

Koska

$$(6.2) \qquad L(c_i^1C^1, c_i^0C^0) = L(C_i^1, C_i^0) \text{ ja } C_i^r = p_i^r x_i^r;\ r = 1,0;\ i=1,2,\ldots,n,$$

saadaan

$$(6.3) \qquad L(C_i^1, C_i^0)[\log (C^1/C^0) + \log (c_i^1/c_i^0)] = L(C_i^1, C_i^0) \log (p_i^1x_i^1/p_i^0x_i^0), \quad i=1,2,\ldots,n,$$

joten yksinkertaisesti yhtäpitävyys

$$(6.4) \qquad \log \frac{C^1}{C^0} = \Sigma \frac{L_i}{\Sigma L_k} \log \frac{p_i^1}{p_i^0} + \Sigma \frac{L_i}{\Sigma L_k} \log \frac{x_i^1}{x_i^0} - \Sigma \frac{L_i}{\Sigma L_k} \log \frac{c_i^1}{c_i^0}$$

näyttää, että indeksit V^U ja P^U eivät täytä Fisher'in tekijänvaihtotestiä äärimmäisenä oikealla olevan termin tähden. Tämä tulos oli jo epäiltävissä esityksen (5.14) tähden. Merkitään tätä symbolilla $\log c^U$.

On mielenkiintoista havaita, että "klappitermi" voidaan kirjoittaa panosten kustannusosuuksien samanmuotoiseksi muutosindeksiksi kuin indeksit V^U ja P^U. Toisaalta on myös huomattava, että yhtäpitävyys (6.4) ei sisällä muuta kuin identiteetin, jonka mukaan kulujen muutos on yhtäkuin kulujen muutos, kun indeksin muutos $\log c^U$ kirjoitetaan auki.

Jos tarkastellaan esityksiä

$$(6.5)\qquad (\log \frac{p_i^1}{p_i^0} - \log P^U) + (\log \frac{x_i^1}{x_i^0} - \log V^U);\ i=1,2,\dots,n,$$

voidaan näyttää, että (5.14) on voimassa. Tällöin ei vielä tarvitse tietää mitään Vartia I -indekseistä. Nyt voidaan johtaa esityksestä (5.14) Vartia I indeksit pelkällä jakolaskulla ja kirjoittaa Vartia I indeksien painojen summan poikkeamalle ykkösestä

$$(6.6)\qquad 1 - \Sigma \frac{L_i}{L} = (\log c^U)/(\log P^U + \log V^U)\ ,$$

sekä näyttää, että "klappitermi" ositteessa (6.4) voidaan saattaa muotoon

$$(6.7)\qquad \log c^U = (\frac{L}{\Sigma L_i} - 1) \log \frac{C^1}{C^0} \geq 0\ .$$

Näin ollen soveltamalla esityksia (5.5) ja (6.4) tulokseen (6.7) saadaan pienten järjestelyjen jälkeen

$$(6.8)\qquad \log V^U - \log V^{VI} = \log P^V - \log P^U + \log c^U\ .$$

Täten kokonaispanosindeksin ja tuotantokustannusten volyymi-indeksin erotus tuotannon yksikkökustannusten implisiittisen muutoksen lausekkeessa (5.20) voidaan myös kirjoittaa "hintatermein". Volyymitermein ilmaistu rakennemuutostermi on siis yhtäsuuri kuin hintatermein ilmaistu rakennemuutostermi, mutta vastakkaismerkkinen ja lisäksi siihen oleellisena osana kuuluu kustannusrakennetta kustannusosuusindeksin muutoksella mittaavan indeksin muutos. Nämä viimeksimainitut muutokset voidaan vielä kirjoittaa kustannusten muutoksen avulla käyttäen hyväksi esitystä (6.7). Rinnastamalla kustannusidentiteettien (6.4) ja (5.5), esitys (6.8) saadaan myös helposti.

Todetaan vielä lyhyesti, että tuotantopuolen perusositus (5.11) voidaan myös kirjoittaa U-indeksien raamissa suoraan, menemättä Vartia I indeksien muutoksille ominaisen kulusuhdetestin (5.5) kautta.

Sijoitetaan tekniikkaeromääritelmästä (4.1) lausutut panosten logaritmiset differenssit yhtälöön (5.2) tai (6.4). Nyt saadaan tavallaan Divisia-differentiaaliesitystä (3.9) lineaarisesti homogeenisessä tapauksessa muodollisesti vastaava kustannuspuolen ositus

$$(6.9) \quad \log \frac{C^1}{C^0} = \log P^U + \log \frac{Q^1}{Q^0} - (\log T^U + \log c^U)$$

Tässä kustannuspuolen tekniikkkaeroindeksiesityksessä on nyt mukana myös kustannusosuuksien muutosta kuvaavan indeksi c^U.

Kun lausekkeen (6.9) vasen puoli kirjoitetaan yhtäsuureksi U-indeksien Fisher'in kulusuhde-esityksen (6.4) kanssa ja ratkaistaan tuotannon muutos, saadaan tuotantopuolen perusositus (5.11), sillä termi c^U supistuu pois.

Edelleen saadaan tuotannon yksikkökustannusten U-muotoisen rakennekorjatun implisiittisen volyymi-indeksin muutokseksi

$$(6.10) \quad \log R^U = \log \frac{C^1/Q^1}{C^0/Q^0} - \log P^U + \log c^U = - \log T^U = - \Sigma \frac{L_i}{\Sigma L_k} \log \frac{Q^1/x_i^1}{Q^0/x_i^0} .$$

Tämä näyttää, että kokonaistuottavuuden muutos ilmaistuna yksikkökustannusten implisiittisen volyymi-indeksin U -tyyppisenä muutoksena sisältää myös Fisher'in testin U-indekseille kaatavan "klappitermin" c^U. Vastaava Vartia I muotoinen implisiittinen esitys oli lähinnä (5.19) tai (5.20).

Tätä tietoa hyväksikäyttäen voidaan edelleen kirjoittaa tuotantokustannusten U ja V tyyppisten implisiittisten hintaindeksien lausekkeet, ja näyttää, että niiden erotus on jo edellä esitettyä muotoa $\log V^U - \log V^{VI}$ oleva lauseke, joka siis on volyymiluonteinen. Vastaavien implisiittisten volyymi-indeksien muutosten erotukselle voidaan kirjoittaa puolestaan "hintamuotoa" oleva lauseke. Jos nyt indeksit V^U ja P^U tulkitaan tuotantokustannusindekseiksi, oikeiden kustannusindeksien V^{VI} ja P^{VI} sijaan, niin seuraa, että tästä väärästä tulkinnasta aiheutuva harha kustannuksiin," arvoharha", jakautuu "volyymiharhaan" ja "hintaharhaan". Volyymiharha on seurausta väärästä hintaindeksin valinnasta, ja se on luonteeltaan implisiittistä sekä hintaharha väärästä volyymi-indeksistä, ja sekin on luonteeltaan implisiittista. Tulos on myös intuitiivisesti varsin luonnollinen. Arvoharhan suuruus on negatiivinen. Se on itse asiassa lausekkeen (6.7) arvon vastaluku, eli "klappitermi" Fisher'in testissä (6.4). "Asianomaiset kulut" antaisi yhtäpitävyys (5.14), kun käytetään väärinä kustannusindekseinä ko. kokonaispanosindeksejä; "oikeat kulut" saataisiin luonnollisesti käyttäen kustannusindekseinä Vartia I -indeksejä.

Edelläolevasta huomataan, että U-indeksien suora johto ei mitenkään muuta tulkintojamme indekseistä U ja V I. Yksi uusi, mutta vaikea tulkinta voisi olla seuraava. Kustannusindeksien pitää täyttää Fisherin tekijänvaihtotesti. Siten arvonmuutoksista ei häviä mitään. Sen sijaan kokonaispanosindeksien ei tarvitse tätä ehkä tehdä, sillä "synergiasyistä" voi panoksen tuotannollista voimaa tärvääntyä. Lisäksi kokonaispanosindeksi on luonteeltaan fyysista, kun taas kustannusten volyymi-indeksi on "kiinteähintaista rahaa".

Olemme yllä tutkineet U-indeksien yleisiä ominaisuuksia vain sangen rajoittuneesti. Ortodoksisen deskriptiivisen doktriinin traditioon kuuluu eittämättä kilvoittelu, jossa tarkistetaan, miten indeksikaava läpäisee Fisher'in testit; ja voidaanko se siis konfirmoida ns. hyvien indeksikaavojen joukkoon. Emme suorita näitä rituaaleja, vaan toteamme, että ko. akti on itse asiassa turha, sillä ao. kaavat tulevat automaattisesti Vartia I kehikosta tekniikkamäärittelmämme puitteissa, kuten luvussa 5 näytettiin. Toisaalta olemme esittäneet tässä luvussa U-indekseille myös itsenäisen johdon, josta puolestaan seuraa Vartia I kaavat.

Näyttäisi siltä, että koska U-indeksit voidaan myös johtaa itsenäisesti, myös U-kokonaispanosindeksi voidaan tulkita kustannusten volyymi-indeksiksi. Jos näin tehdään, kustannusten volyymi-indeksi ei täytä Fisher'in tekijänvaihtotestiä, kun taas Vartia I-muotoisena se sen täyttää, mutta indeksin painot eivät summaa ykköseen.

Deskriptiivinen lähestymistapa ei anna neuvoa parhaan indeksikaavan määräämiseen. Edellä esitetty havainnollistanee myös sitä, ettei sen puitteissa voida kovin helposti myös määritellä monia muita indeksikäsitteitä, tai tällaiset määrittelyt eivät ole yksikäsitteisiä.

7. Vartia II indeksit

Vartia II indeksit kuuluvat myös deskriptiivisen indeksiteorian parhaimpina pidettävien indeksikaavojen joukkoon. Niiden painot summaavat yhteen ja ne täyttävät Fisher'in tekijänvaihtotestin. Lisäksi ne ovat approksimatiivisesti konsistentteja aggregoinnissa ja approksimoivat Törnqvist indeksiä toiseen kertalukuun asti eli ovat pseudosuperlatiivisia; ks. Vartia (1976), Diewert (1978), (1980)

Taloudellis-funktionaalisen indeksiteorian puolella tällaisten volyymi/hintaindeksien tiedetään olevan eksakteja lineaarisesti homogeeniselle CES -tuotanto/vastaavalle kustannusfunktiolle; ks. Sato (1976), Vartia (1979). Eksaktisuus saa tietyt muodot, kun tuotantofunktio on yleisempää homogeenisuuden astetta; ks. tämän esityksen esimerkkejä luvun 2 lopussa tai Karko (1987).

Seuraavassa näytämme, että myös deskriptiivisen indeksiteorian puolella saadaan muodollisesti vastaavanlaisia residuaaliesityksiä teknisen kehityksen vauhdin mittaamiseksi kuin taloudellis-funktionaalisen indeksiteorian puolella, kun peruskehikkona ovat Vartia II -indeksit.

Lisäksi näytämme, että Vartia II indeksit voidaan johtaa samasta peruslähtökohdasta kuin edellä jo käsitellyt Vartia I indeksit ja U-indeksit.

Lähdemme siis liikkeelle jälleen lausekkeesta (5.2). Tästä saadaan logaritmoinnin ja Vartian L-funktion (5.4) kustannusosuuksiin soveltamisen jälkeen pienin järjestelyin identiteetit

$$(7.1)\quad \log \frac{C^1}{C^0} = \log \frac{p_i^1}{p_i^0} + \log \frac{x_i^1}{x_i^1} - \log \frac{c_i^1}{c_i^0}\ ;\ i=1,2,\ldots,n$$

Koska panosten kustannusosuudet summaavat ykköseen, saadaan yhtäpitävyyksistä (7.1) summaamisen ja jakolaskun jälkeen seuraava tuotantokustannusten muutosten dekompositio.

$$(7.2)\qquad \log \frac{C^1}{C^0} = \Sigma \frac{L(c_i^1,c_i^0)}{\Sigma L(c_i^1,c_i^0)} \log \frac{p_i^1}{p_i^0} + \Sigma \frac{L(c_i^1,c_i^0)}{\Sigma L(c_i^1,c_i^0)} \log \frac{x_i^1}{x_i^0} \,.$$

Merkitsemme lyhyyden vuoksi tässä esiintyviä L-funktioita symbolilla l_i, $i=1,2,\dots,n$. Identiteetti (7.2) näyttää, että tuotantokustannusten muutos on esitettävissä Vartia II tyyppisten hinta- ja volyymi-indeksien muutosten avulla logaritmisissä differensseissä. Merkitsemme hajotteen (7.2) ensimmäistä termiä, Vartia II tyyppistä tuotantokustannusten hintaindeksin muutosta, symbolilla log P^{VII} ja vastaavaa tuotantokustannusten volyymi-indeksin muutosta symbolilla log V^{II}. Identiteetti (7.2) merkitsee sitä, että Vartia II tyyppiset hinta- ja volyymi-indeksit toteuttavat Fisher'in tekijänvaihtotestin logaritmisissa differensseissä. Esitetty kaavojen johtaminen on oleellisesti Vartian (1976) esittämä.

Jotta saisimme myös tuotannon määrän ja teknisen kehityksen tähän deskriptiivisten indeksien raamiin, sovelletaan jälleen tekniikkaerojen määritelmää (4.1) yhtälökokoelmaan (5.2) tai suoraan ylle ennen summaamista. Tässä funktionaalisen Divisia-differentiaaliteorian Ohta (1974) hakuisessa lähestymistavassa saamme jälleen lausutuksi ensin teknisen kehityksen vauhdin (suhteelliset tekniikkaerot) kustannuspuolelta tavallaan lineaarisesti homogeenisen teknologian differentiaalianalyysin deskriptiivisenä vastineena:

$$(7.3)\qquad \log \frac{C^1}{C^0} = \log \frac{Q^1}{Q^0} + \log P^{VII} - \Sigma \frac{l_i}{\Sigma l_k} \log \frac{t_i^1}{t_i^0}$$

Tämän yhtäpitävyyden äärimmäisen oikealla puolella olevaa teknisen kehityksen (suhteellisen eron) kokonaisvauhtia kustannuspuolelta indikoivan indeksin muutosta merkitään lyhyemmin symbolilla log T^{VII}.

Kirjoittamalla seuraavaksi (7.2) ja (7.2) arvoltaan yhtäsuuriksi, saadaan periaatteessa samaan tapaan kuin edelläkin teknistä kehitystä tuotantopuolelta indikoiva tuotannon muutoksen hajote

$$(7.4)\qquad \log \frac{Q^1}{Q^0} = \log V^{VII} + \log T^{VII} \,.$$

Tämä hajote on samankaltainen kuin edellä saatu esitys (5.11) tai sen Divisia-differentiaalinen näennäisesti rinnakkainen funktionaalisen analyysin tulos (3.7). Puhtaasti eksaktit lineaarisesti homogeenistä tulosta yleisempää homogeenisuuden astetta vastaavat indeksikaavat on annettu myös jo luvun 2 lopussa. Kun skaala näissä esityksissä on yhtä kuin yksi, saadaan niistä deskriptiivisen teorian teknisen kehityksen indeksien näennäiset vastineet, jotka ovat täsmälleen samaa muotoa kuin yllä, huolimatta kummankin lähestymistavan erilaisesta teoriaperustasta.

Hajotteesta (7.4) huomataan myös, että kokonaistuottavuuden muutos on sama kuin tuotantopuolelta mitattu teknisen kehityksen vauhti. Tämä johtuu esillä olevassa tapauksessa tietenkin siitä, että painot summaavat yhteen.

On mielenkiintoista havaita, että tuotantokustannusten volyymi-indeksin muutos ja kokonaispanoksen volyymi-indeksin muutos ovat samat Vartia II maailmassa. Edellä käsitellyissä tapauksissa ne poikkesivat painorakenteeltaan toisistaan ja vastaavasti kävi hintaindeksien muutosten kohdalla. Tämä lienee heijastumaa siitä, että Vartia II -indeksien painojen summa on yhtä kuin ykkönen, ja että ne toteuttavat kustannusindekseinä myös Fisher'in tekijänvaihtotestin.

Tästä seuraa, että tietyt implisiittiset ja eksplisiittiset indeksit ovat samoja, ja tilanne muistuttaa siten näennäisesti varsin paljon Divisia-differentiaalimuotoista tapausta, kun analyysin kohteena ovat lineaarisesti homogeeniset teknogiat.

Kun analyysin kohteena kuvitellaan olevan koko ajan sama data, ja deskriptiivisen doktriinin vallitessa mikään ei estä valitsemasta hyvien deskriptiivisten kaavain joukosta jotain hyvää, kuvitellaan, että teknisen kehityksen vauhti on laskettu hyväksikäyttäen Vartia II esityksiä (7.3) ja (7.4).

Jos nyt tässä tilanteessa joku toinen preferoikin esityksiä (5.11) ja kustannusidentiteetin muotoa (5.5), seuraa tästä samalla datalla

$$(7.5) \quad \log V^{II} - \log V^{VI} = \log T^{VI} - \log T^{VII} = \log P^{VI} - \log P^{VII}$$

Tästä voitaisiin ratkaista log V^{VI} (tai log P^{VI}) ja sijoittaa tulos vaikkapa lausekkeeseen (5.20) tai (6.8) jne.

Näin ollen, jos kokonaistuottavuus on lausuttu jollain kaavalla, voidaan se aina lausua jollain muulla kaavalla, kunhan viimeksimainitulla kaavalla saatavaan kokonaistuottavuuden muutokseen suoritetaan vastaavat korjaukset joko hintaindeksien muutosten erotuksina tai volyymi-indeksien muutosten vastakkaismerkkisten erotuksien lisäämisellä.

Tässä näkyy deskriptiivisen teorian heikkous: monikäsitteisyys ainakin teoriatasolla. Toisaalta voidaan näyttää, että erot eri indeksien välillä ovat mitättömän pienet. Seuraa, että monikäsitteisyys ei ole empiirisesti kovinkaan vakava asia.

Kun edellä vastaavia volyymi-indeksien muutosten hajotteita tulkittiin eroiksi kustannusten volyymin ja kokonaispanoksen kasvun välillä, ja tässä mielessä rakennemuutostermeiksi, lienee sama tulkinta nyt esillä olevassa tapauksessa väärä. Jos V^{VI} olisi kustannusten volyymi-indeksi ja V^{VII} kokonaispanoksen volyymi-indeksi, niin panos- ja kustannusrakenteen ero olisi "harha", sillä Vartia II kehikossa kummatkin indeksit ovat samaa VII-muotoa, ja näyttää siltä, että VI-kustannusraamista ei saada johdetuksi VII-panosindeksiä, kuten edellä, jossa Vartia I-tyyppisestä kustannusten volyymi-indeksistä saatiin U-tyyppinen kokonaispanosindeksi.

Näyttää siltä, että tässä vaiheessa emme saa tästä ilmeisesti yksinkertaisesta tapauksesta enempää irti, ja siirrymme analysoimaan teknisen kehityksen mittaamista seuraavan indeksikaavan avulla.

8. Törnqvist-indeksit

Olemme edellä jo selostaneet Törnqvist-indeksien roolia ja historiaa taloudellis-funktionaalisen diskreetin indeksiteorian puitteissa ja todenneet, että sen hyvän Divisia -approksimaatio-ominaisuuden vuoksi sitä on vanhastaan myös laajalti sovellettu Divisia-analyysin tulosten diskretisoinnissa empiirisia kalkulaatioita varten.

Edellä suoritetun deskriptiivisen analyysin valossa ei ole ihmeteltävää siinä, että tekniikkamuutosten mittaamisen yhdistäminen deskriptiivisten Törnqvist-indeksien yhteyteen ei tuota juuri hankaluutta.

Johdamme aluksi kirjallisuudesta poiketen tuotantokustannusten Törnqvist-tyyppiset hinta- ja volyymi-indeksit lähtien jälleen yksinkertaisista esityksistä (5.2). Tarkoituksena on päästä Törnqvist-indeksien johtamisessa varsin lähelle Vartia I, U- ja varsinkin Vartia II indeksien johtamista ja näyttää, että ne saadaan miltei samasta kaavioista kun mainitut muut indeksit.

Jo edellä useasti mainittujen Törnqvist-indeksien ominaisuuksien joukosta voidaan nyt esillä olevaa tehtävää silmälläpitäen korostaa sitä, että Törnqvist hinta- ja volyymi-indeksien painot summaavat yhteen, ja että ne eivät toteuta Fisher'in tekijänvaihtotestiä.

Määritellään Funktio h seuraavasti

$$(8.1) \qquad h_i = h(c_i^1, c_i^0) = \begin{cases} (c_i^1 + c_i^0) \log \dfrac{c_i^1}{c_i^0} \;; & \text{kun } c_i^1 \neq c_i^0 \\ c_i^0 & \text{kun } c_i^1 = c_i^0 \end{cases} \qquad i=1,2,\ldots,n.$$

Kirjoitetaan esityksistä (5.2) hyväksikäyttäen edellistä määritelmää sekä tietoa $C_i^r = p_i^r x_i^r$; $r=1,0$,

$$(8.2) \qquad \log \frac{c_i^1}{c_i^0} = \log \frac{C_i^1}{C_i^0} - \log \frac{C^1}{C^0} = \log \frac{p_i^1}{p_i^0} + \log \frac{x_i^1}{x_i^0} - \log \frac{C^1}{C^0} = \frac{h_i}{c_i^1 + c_i^0} \;; \qquad i=1,2,\ldots,n.$$

Ylläolevasta saadaan aluksi

$$(8.3) \qquad h_i = (c_i^1 + c_i^0) \log \frac{p_i^1}{p_i^0} + (c_i^1 + c_i^0) \log \frac{x_i^1}{x_i^0} - (c_i^1 + c_i^0) \log \frac{C^1}{C^0} =$$

$$(c_i^1 + c_i^0) \log \frac{c_i^1}{c_i^0} \;; \qquad i=1,2,\ldots,n,$$

ja summaamalla sitten yli panosten

$$(8.4) \quad \Sigma h_i = \Sigma(c_i^1+c_i^0) \log \frac{p_i^1}{p_i^0} + \Sigma(c_i^1+c_i^0) \log \frac{x_i^1}{x_i^0} - \Sigma(c_i^1+c_i^0) \log \frac{C^1}{C^0} =$$

$$\Sigma(c_i^1+c_i^0) \log \frac{c_i^1}{c_i^0}$$

Panosten kustannusosuudet summaavat kuitenkin yhteen, joten

$$(8.5) \quad (c_i^1+c_i^0) = 2$$

Ratkaisemalla esityksestä (8.4) kustannusten muutos ja jakamalla kustannusosuuksien summalla, saadaan aluksi

$$(8.6) \quad \log \frac{C^1}{C^0} = \Sigma \frac{c_i^1+c_i^0}{2} \log \frac{x_i^1}{x_i^0} + \Sigma \frac{c_i^1+c_i^0}{2} \log \frac{p_i^1}{p_i^0} - \Sigma \frac{h_i}{2} .$$

Tämä Fisher'in tekijänvaihtotestin koeasetelma näyttää, että tuotantokustannusten Törnqvist- hinta- ja volyymi-indeksit eivät täytä testiä yhtäpitävyyden äärimmäisenä oikealla olevan kolmannen termin vuoksi. Merkitsemme lyhyesti hajotteen (8.6) ensimmäistä termiä, tuotantokustannusten Törnqvist-hintaindeksin muutosta symbolilla $\log P^T$ ja toista termiä, tuotantokustannusten Törnqvist-volyymi-indeksiä, symbolilla $\log V^T$.

Yhtäpitävyyden kolmas termi voidaan nyt kirjoittaa yhtäpitävyyksiä (8.4) hyväksikäyttäen seuraavasti

$$(8.7) \quad \Sigma \frac{h_i}{2} = \Sigma \frac{c_i^1+c_i^0}{2} \log \frac{c_i^1}{c_i^0} .$$

Tämä yhtälö osoittaa, että kolmas termi esityksessä (8.6), joka sortaa Törnqvist-indeksien Fisher'in tekijänvaihtotestin, voidaan kirjoittaa Törnqvist-muotoisena indeksinmuutoksena panosten kustannusosuuksista. Tälläisessa tapauksessa miltei analoginen tulos saatiin edellä kohdassa (6.4) tarkasteltaessa U-indeksejä.

Jos nyt rinnastetaan Vartian L-funktion määritelmä (5.4) panosten kustannusosuuksiin sovellettuna funktion h määritelmään (8.1), niin voidaan kirjoittaa

$$\text{(8.8)} \quad \log \frac{c_i^1}{c_i^0} = \frac{c_i^1 - c_i^0}{l_i} = \frac{h_i}{c_i^1 + c_i^0} \text{ eli } l_i h_i = (c_i^1)^2 - (c_i^0)^2; \; i=1,2,\ldots,n$$

joten

$$\text{(8.9)} \quad l_i = \frac{(c_i^1)^2 - (c_i^0)^2}{h_i} = \frac{c_i^1 - c_i^0}{\log(c_i^1/c_i^0)} \; ; \; i=1,2,\ldots,n,$$

sekä

$$\text{(8.10)} \quad h_i = \frac{(c_i^1)^2 - (c_i^0)^2}{l_i}, \text{ ja } c_i^1 + c_i^0 = \frac{h_i l_i}{c_i^1 - c_i^0} \; ; \; i=1,2,\ldots,n$$

Törnqvist- ja Vartia II painot voidaan lausua vastaavasti l_i ja h_i funktioiden avulla. Lisäksi, kun esityksestä (8.10) sijoitetaan funktiot h_i, $i=1,2,\ldots,n$, esitykseen (8.3) saadaan Vartia II tyyppinen kustannusten hajote (7.2), eli Vartia II hinta- ja volyymi-indeksit.

Indeksit ovat siis selvästi sukulaisia toisilleen, aihe, jota tutkitaan lähemmin vielä seuraavassa luvussa.

Vastaavasti kuin edellä käsiteltyjen deskriptiivisten indeksikaavojen yhteydessä, saadaan myös Törnqvist indeksien yhteyteen liitetyksi tekniikkaerojen mittaaminen. Lausumalla määritelmästä (4.1) tekniikkaerot panosten logaritmisina differensseinä, ja sijoittamalla ne kustannusidentiteetin generoiviin yhtäpitävyyksiin (8.2), ja menettelemällä kuten edellä, saadaan aluksi teknisen kehityksen vauhti lausuttuna kustannuspuolelta seuraavan lineaarisesti homogeenisen Divisia- analyysin tuloksen kaltaisen hajotelman yhteydessä

$$\text{(8.11)} \quad \log \frac{C^1}{C^0} = \log \frac{Q^1}{Q^0} + \log P^T - \left(\sum \frac{c_i^1 + c_i^0}{2} \log \frac{t_i^1}{t_i^0} + \log c^T\right)$$

vrt. vastaavaan U-indeksein saatuun tulokseen (6.9). Merkitään hajoitteen (8.11) puhdasta teknistä kehitystä osoittavan indeksin muutosta, ensimmäistä termiä yhtäpitävyyden sulkulausekkeessa, symbolilla $\log T^T$.

Merkitsemällä tämä yhtäsuureksi toistamiseen kustannusdekomposition (8.6) kanssa saadaan sievennyksen ja uudelleenjärjestelyjen jälkeen teknisen kehityksen vauhtia (suhteellista tekniikkaeroa) tuotantopuolelta ilmentämän indeksin muutoksen sisältävä tuotannon hajoite

$$(8.12)\quad \log \frac{Q^1}{Q^0} = \log V^T + \log T^T$$

Tästä hajoitteesta nähdään heti, että kokonaistuottavuuden muutos voidaan esittää Törnqvist-muotoisesti yhteenpainotettuna osittaistuottavuuksien logaritmisten differenssien summana.

Hajoite (8.12) saadaan myös suoraan esityksestä (8.12) kirjoittamalla indeksin muutos $\log c^T$ auki ja sieventämällä.

Teknisen kehityksen indeksin muutos mitattuna kustannuspuolelta on jälleen hieman erisuuri kuin vastaavan indeksin muutos mitattuna tuotantopuolelta kustannusosuusindeksin muutoksen $\log c^T$ vuoksi, mutta muuten perusyhteydet näiden välillä vastaavat näennäisesti Divisia analyysin lineaarisesti homogeenisen tapauksen tuloksia.

Törnqvist-painotusmaailman puitteissa kustannusten volyymi-indeksin ja kokonaispanoksen volyymi-indeksin muutos voidaan tulkita saman Törnqvist-muotoisen indeksin muutoksiksi. Tilanne on siis periaatteessa sama kuin Vartia II painotussysteemin puitteissa.

Eri indeksejä vastaavien kustannusosuusidentiteettien avulla voidaan Törnqvist indeksein lausuttuja teknisen muutoksen indikaattoreita jälleen kirjoittaa muiden indeksien kautta lausuttujen indikaattoreiden avulla. Tällöin on tietenkin suoritettava vastaavat hinta- tai volyymi- ja mahdollisesti kustannusosuusindeksein tehtävät korjaukset.

9. Eräitä indeksien välisiä yhteyksiä

Edellä olemme todenneet, että Vartia I indekseistä voidaan johtaa U indeksit. Vartia I indeksit täyttävät Fisher'in tekijänvaihtotestin, mutta niiden painot eivät summaa ykköseen. U-indeksien painot summaavat ykköseen, mutta toisaalta ne eivät täytä tekijänvaihtotestiä. Lisäksi luvussa 6 näytettiin, että U-indeksit voidaan myös johtaa itsenäisesti ja niistä voidaan edelleen saada Vartia I -indeksit.

Tämän luvun tarkoituksena on havainnollistaa sitä, että U-indeksien ja myös Vartia I -indeksien lisäksi, Vartia II ja Törnqvist-indeksit, sekä koko joukko muita ilmeisesti uusia indeksikandidaatteja voidaan johtaa samasta lähtökohta-asetelmasta (5.2). Tästä saatiin aiemmin esitys (6.3). Kirjoitetaan se vielä uudelleen.

$$(9.1)\qquad L_i \log \frac{C^1}{C^0} = L_i \log \frac{C_i^1}{C_i^0} - L_i \log \frac{c_i^1}{c_i^0}\ ;\ i = 1,2,\ldots,n;$$

Summaamalla yllä olevat identiteetit yli panosten, saadaan U-indeksien Fisher'in tekijänvaihtovaihtotesti-asetelma (6.4) ja tästä edelleen vastaava Vartia I dekompositio.

Muokataan seuraavaksi esityksen (9.1) viimeistä termiä oikealla l_i-funktion määritelmää hyväksikäyttäen. Nyt saadaan

$$(9.2)\qquad L_i \log \frac{C^1}{C^0} = L_i \log \frac{C_i^1}{C_i^0} - \frac{L_i}{l_i}(c_i^1 - c_i^0);\ i = 1,2,\ldots,n.$$

Kun näissä identiteeteissä supistetaan termeillä L_i ja kerrotaan puolittain termeillä l_i, ja sitten summataan yli panosten ja otetaan huomioon, että kustannusosuuksien summa on yhtä kuin yksi, saadaan Vartia II indeksien kustannusdekompositio (7.1). Tämä osoittaa, että Vartia II indeksit täyttävät tekijänvaihtotestin. Lisäksi niiden painot summaavat yhteen.

Hyväksikäyttämällä nyt yhtäpitävyydessä (9.1) tulosta (8.8), voidaan kirjoittaa

$$(9.3)\qquad L_i \log \frac{C^1}{C^0} = L_i \log \frac{C_i^1}{C_i^0} - \frac{L_i h_i}{c_i^1 + c_i^0};\ i = 1,2,\ldots,n.$$

Supistamalla puolittain funktionarvoilla L_i, ja summaamalla saadaan Törnqvist-indeksien Fisher'in tekijänvaihtotestiasetelma (8.6), jossa äärimmäinen termi oikealla voidaan myös antaa "perusmuodossa" (8.7). Tämä asetelma näyttää, että Törnqvist-indeksit eivät täytä tekijänvaihtotestiä.

Myös muita, ehkä uusia, indeksejä voidaan johtaa esityksestä (6.3)/(9.1) käsin.

Jos kohdassa (9.2) ei supisteta funktionarvoilla L_i, voidaan kirjoittaa

$$(9.4)\quad L_i l_i \log \frac{C^1}{C^0} = L_i l_i \log \frac{c_i^1}{c_i^0} - L_i(c_i^1 - c_i^0) = L_i l_i \log \frac{c_i^1}{c_i^0} - L_i l_i \log \frac{c_i^1}{c_i^0} ;$$

$$i = 1,2,\ldots,n,$$

josta saadaan summaamalla ja suorittamalla ilmeinen jakolasku seuraava kustannusten muutoksen hajote

$$(9.5)\quad \log \frac{C^1}{C^0} = \Sigma \frac{L_i l_i}{\Sigma L_k l_k} \log \frac{p_i^1}{p_i^0} + \Sigma \frac{L_i l_i}{\Sigma L_k l_k} \log \frac{x_i^1}{x_i^0} - \Sigma \frac{L_i l_i}{\Sigma L_k l_k} \log \frac{c_i^1}{c_i^0}$$

Tämä osoittaa, etteivät yllä esitetyt tuotantokustannusten hinta- ja volyymi-indeksit, joita voidaan kutsua L1-tyyppisiksi, täytä Fisherin tekijänvaihtotestiä logaritmisissä differensseissä. Kolmas termi oikealla on jälleen samaa muotoa oleva indeksi kustannusosuuksista kuin ovat vastaavat hinta- ja volyymi-indeksitkin. Tämä ilmiöhän havaittiin jo aikaisemmin U- ja Törnqvist-indeksien yhteydessä. Voidaan todeta, että yllä määritellyt L1-indeksit ovat eräänlaisia painotettuja keskiarvoja U- ja Vartia II indekseistä.

Vastaavantapaiset painotetut keskiarvo-indeksit voidaan myös konstruoida U- ja Törnqvist-indekseistä. Lähtökohtana on nyt (9.3), josta saadaan

$$(9.6)\quad (c_i^1 + c_i^0)L_i \log \frac{C^1}{C^0} = (c_i^1 - c_i^0)L_i \log \frac{c_i^1}{c_i^0} - L_i h_i ;\ i = 1,2,\ldots,n.$$

Tästä seuraa funktion h määritelmää (8.1) hyväksikäyttäen sekä summaamalla

$$(9.7)\quad \log \frac{C^1}{C^0} = \Sigma \frac{(c_i^1 + c_i^0)L_i}{\Sigma\,((c_k^1 + c_k^0)L_k)} \log \frac{p_i^1}{p_i^0} + \Sigma \frac{(c_i^1 + c_i^0)L_i}{\Sigma\,((c_k^1 + c_k^0)L_k)} \log \frac{x_i^1}{x_i^0}$$

$$- \Sigma \frac{(c_i^1 + c_i^0)L_i}{\Sigma\,((c_k^1 + c_k^0)L_k)} \log \frac{c_i^1}{c_i^0} .$$

Yllä määritellyt tuotantokustannusten LT-tyyppiset hinta- ja volyymi-indeksit eivät siis täytä kulusuhdetestiä, vaikkakin niiden painot summaavat yhteen.

Vastaavantyyppinen Törnqvist- ja Vartia II indeksien painotettu keskiarvo-indeksi voidaan myös johtaa. Näitä tuotantokustannusindeksejä voisi kutsua Tl-indekseiksi. Niiden johtamista varten tarkastellaan jälleen identiteettejä (9.6), joissa supistetaan ensiksi funktionarvoilla L_i ja sovelletaan sitten tulosta (8.10) yhtäpitävyyksien äärimmäisen oikealla oleviin termeihin. Tällöin saadaan

$$(9.8)\quad (c_i^1+c_i^0)l_i \log \frac{C^1}{C^0} = (c_i^1+c_i^0)l_i \log \frac{c_i^1}{c_i^0} - (c_i^1-c_i^0)(c_i^1+c_i^0); \qquad i = 1,2,\dots,n.$$

Suorittamalla yhteenlasku yli panosten i=1,2.,,,.n, voidaan ilmeisen jakolaskun jälkeen kirjoittaa seuraava Tl-indeksien Fisher'in tekijänvaihtotyyppinen testiasetelma

$$(9.9)\quad \log \frac{C^1}{C^0} = \Sigma \frac{(c_i^1+c_i^0)l_i}{\Sigma((c_k^1+c_k^0)l_k)} \log \frac{p_i^1}{p_i^0} + \Sigma \frac{(c_i^1+c_i^0)l_i}{\Sigma(c_k^1+c_k^0)l_k)} \log \frac{x_i^1}{x_i^0} - \Sigma \frac{(c_i^1+c_i^0)l_i}{\Sigma((c_k^1+c_k^0)l_k)} \log \frac{c_i^1}{c_i^0}$$

Sovelletaan seuraavaksi funktion h määritelmää (8.1) identiteetin (9.6) oikeanpuolimmaiseen termiin ja sitten tähän vielä Vartian l_i funktion määritelmää. Kun näin saadut yhtäpitävyydet vielä kerrotaan puolittain l -funktioiden arvoilla, saadaan seuraavaa

$$(9.10)\quad (c_i^1+c_i^0)l_iL_i \log \frac{C^1}{C^0} = (c_i^1+c_i^0)l_iL_i \log \frac{c_i^1}{c_i^0} - L_i(c_i^1-c_i^0)(c_i^1+c_i^0); \qquad i = 1,2,\dots,n.$$

Koska

$$(9.11)\quad L_i(c_i^1-c_i^0)(c_i^1+c_i^0) = L_il_i(c_i^1+c_i^0) \log \frac{c_i^1}{c_i^0} = L_il_ih_i; \; i = 1,2,\dots,n,$$

ja $\quad h_i = (c_i^1+c_i^0)\log \frac{c_i^1}{c_i^0}\ ; \ i = 1,2,\ldots,n$

määritelmän (8.1) perusteella, saadaan ainakin seuraava hajotelma

$$(9.12)\quad \log \frac{C^1}{C^0} = \sum \frac{(c_i^1+c_i^0)L_i l_i}{\sum (c_k^1+c_k^0)L_k l_k} \log \frac{p_i^1}{p_i^0} + \sum \frac{(c_i^1+c_i^0)L_i l_i}{\sum (c_k^1+c_k^0)L_k l_k} \log \frac{x_i^1}{x_i^0}$$

$$- \sum \frac{(c_i^1+c_i^0)L_i l_i}{\sum (c_k^1+c_k^0)L_k l_k} \log \frac{c_i^1}{c_i^0},$$

joka osoittaa että siinä määritellyt hinta- ja volyymi-indeksit eivät täytä Fisher'in tekijänvaihtotestiä oikealla olevan viimeisen termin tähden. Yllä olevien indeksien painoissa esiintyy U-indeksien painoissa olevat L_i-funktiot, Vartia II indeksien painoissa olevat l_i-funktiot sekä Törnqvist painot. Indeksit ovat konstruktioltaan mainittujen indeksien eräänlaisia painotettuja keskiarvoja. Näitä indeksejä voisi kutsua lLT-tyyppisiksi tuotantokustannusten hinta- ja volyymi-indekseiksi.

Esityksestä (9.8) saadaan erikoistapauksenaan kaikki edellä käsitellyt indeksit. Esimerkiksi, jos siinä supistetaan tulolla $L_i l_i$, saadaan Törnqvist-tyyppinen tuotantokustannusten muutoksen hajoite (8.6). Jos taas supistaminen suoritetaan tulolla $(c_i^1+c_i^0)L_i)$, saadaan Vartia II indeksien avulla esitettävä tuotantokustannusten hajoite (7.2). Jos taas supistetaan tulolla $(c_i^1+c_i^0)L_i$, saadaan U-indeksien kustannushajoite (6.4). Jos taas supistetetaan pelkästään funktion L arvolla, voidaan kirjoittaa hajote (9.9).

Kaikille edellä johdetuille kustannusindekseille on ominaista se, että ne ovat symmetrisiä: logaritminen suhteellinen muutos tilanteesta 0 tilanteeseen 1 on sama kuin vastaava vastakkaismerkkinen muutos tilanteesta 1 tilanteeseen 0. Näinhän ei ole asianlaita suhdemuotoisten indeksien, kuten Laspeyres'in tai Paaschen indeksien kohdalla. Prosenttimuutos ei ole symmetrinen.

Tässä luvussa johdetut indeksit on yllä tulkittu kustannusindekseiksi. Tekninen muutos saadaan mukaan soveltamalla jälleen määritelmää (4.1) periaatteessa aivan samalla tavalla kuin edellä Vartia- ja Törnqvist indeksien kohdalla. Seuraa, että kustannuspuolelta laskettu teknisen kehityksen vauhti ei ole aivan sama kuin tuotantopuolelta laskettu vauhti, joka myös voidaan samaistaa kokonaistuottavuuden muutosnopeuteen. Tämä johtuu luonnollisesti siitä, että "sekatyyppiä" olevat, tässä luvussa johdetut kustannusindeksit eivät täytä Fisher'in tekijänvaihtotestiä. Kustannusten volyymi-indeksien muutokset ovat kuitenkin samat kuin kokonaispanoksen volyymi-indeksin muutokset.

10. Yhteenveto ja johtopäätöksiä

Tässä paperissa olemme esitelleet kolmea indeksiteoreettista lähestymistapaa tekniikkaerojen, eli teknisen kehityksen tai poikkileikkausmielessä olevien suhteellisten erojen mittaamiseen. Mittaaminen perustuu kaikissa lähestymistavoissa erojen epäsuoraan havaitsemiseen niiden ilmentymien kautta.

Yleistäen voidaan sanoa, että kussakin kolmesta lähestymistavasta mittausprobleemaa voidaan lähestyä konsistentisti kahdelta suunnalta, tuotantopuolelta ja kustannuspuolelta.

Taloudellis-funktionaaliseen indeksiteoriaan perustuvassa diskreetissa analyysissa teknologia määritellään tuotantofunktioiden avulla. Tavanomaisen kustannuksia minimoivan käyttäytymisen vallitessa annettu tuotannon taso ja hinnat määrittelevät vertailtavat panoskombinaatiot, tekniikat, jotka ovat sinänsä mainituilla side-ehdoilla omien teknologioittensa puitteissa optimaalisia, täystehokkaita.

Eri teknologioiden annetuilla tuotannon tasoilla ja hinnoilla virittämät tekniikat voidaan kuvata duaalilauseen perusteella myös kustannusfunktioiden avulla. Kustannusfunktioiden arvojen avulla voidaan määritellä luonnollisesti tuotantokustannusten hinta- ja volyymi-indeksejä.

Konventionaalisessa taloudellis-funktionaalisessa indeksiteoriassa vertaillaan saman teknologian puitteissa joko samalla tuotannon tasolla, mutta eri hinnoin, tai samoin hinnoin, mutta eri tuotannon tasolla tapahtuvan tuotannon kustannuksia. Kutsumme tätä teoriaa intrafunktionaaliseksi tuotantokustannusten indeksiteoriaksi. Se voidaan laajentaa kattamaan eri teknologioiden virittämien optimaalisten tekniikoiden väliset suhteelliset kustannusvertailut. Tälläisiä indeksejä kutsutaan interfunktionaalisiksi tuotantokustannusten indekseiksi.

Tekniikkaerojen vertailussa niiden ilmentymien kautta on kysymyksessä vertailuolosuhteiden standardoiminen siten, että eri tuotannon tasoista ja eri panoshinnoista seuraavat erot tuotantokustannussuhteissa saadaan eliminoitua. Voidaan näyttää, että interfunktionaaliset tuotantokustannusten indeksit voidaan jakaa tietyllä tavalla valittuihin, joko jommassa kummassa vertailtavassa tekniikassa määriteltyihin intrafunktionaalisiin indekseihin ja samalla tuotannon tasolla ja samoin hinnoin määriteltyihin puhtaan tekniikkaeron vaikutuksia ilmentäviin indekseihin. Tälläiset indeksit voidaan määritellä monella, mutta keskenään konsistentilla tavalla, ja niiden avulla voidaan lisäksi päästä mittaamaan tekniikkaerojen ilmentymiä edellisen näkökulman suhteen konsistentisti tuotantofunktiopuolelta suhteellisina tuottavuuseroina, kokonaistuottavuusindekseinä.

Tekniikkavertailut tuottavuusindeksien avulla tapahtuvat myös vakioiduissa olosuhteissa, samoilla hinnoilla ja samalla tuotannon tasolla, jos puhtaiden tekniikkaerojen vaikutuksia eri tekniikoiden väliseen suhteelliseen tuottavuuteen halutaan vertailla.

Yleisesti ottaen sekä kustannuspuolelta että tuotantopuolelta tapahtuvat vertailut ovat lokaaleja. Vain jos vertailtavat tekniikat virittävät teknologiat ovat lineaarisesti homogeenisia, ovat ne globaaleja. Tällöin voidaan joskus kehittää erikoisia indeksikaavoja, joiden avulla vertailuja voidaan suorittaa.

Interfunktionaalinen indeksiteoria on yleisesti ottaen "suhdemuotoista". Eräissä erikoistapauksissa voidaan johtaa "muutosmuotoisia" suhdemuotoisia indeksikaavoja vastaavia indeksikaavoja, ja tällöin päädytään periaatteessa ns. residuaalimenetelmää vastaaviin kehitelmiin. Näitä voidaan antaa joko tuotantofunktio- tai kustannusfunktiopuolelta.

Teknisen kehityksen mittaamisen teorian historian vanhin lähestymistapa on perustunut ns. Divisia-differentiaalimuotoiseen tarkasteluun. Tämä tapahtuu differentiaalisen pienin muutoksin ja johtaa teknisen kehityksen vauhdille saataviin residuaalimuotoisiin keskenään konsistentteihin lausekkeisiin sekä tuotanto- että kustannusfunktiopuolelta mittausprobleemaa lähestyttäessä. Käytännön probleemana tässä teorian kehittelyyn erittäin sopivassa lähestymistavassa on se, miten differentiaalisia muutoslausekkeita voidaan empiirisessä työssä approksimoida. Diskreettejä approksimaatioita voidaan löytää monia, eikä probleemaan ole yksikäsitteistä ratkaisua, mutta käytännössä päädytään residuaaliesityksiin, jotka voidaan johtaa suoraa myös diskreetin interfunktionaalisen indeksiteorian kautta.

Edellä mainituissa lähestymistavoissa oletettiin tuotantofunktion olemassaolo ja kustannuksia minimoiva, optimaalinen käyttäytyminen teknologianpitäjän puolelta.Paperissa kehitetyssä deskriptiivisessä lähestymistavassa ei tarvitse olettaa tuotantofunktion olemassaoloa, eikä kustannuksia minimoivaa käytöstä.

Tässä paperissa deskriptiivisen lähestymistavan puitteissa tekniikka määritellään osittaistuottavuuksien avulla. Muutos osittaistuottavuuksissa, tapahtuipa se mistä syystä tahansa, on samalla muutos tekniikassa, paitsi jos panokset ja tuotanto kasvavat samaa suhteellista vauhtia. Teknologia määritellään sallittuna osittaistuottavuuksien arvojen joukkona.

Koska deskriptiivinen teoria on ennen kaikkea teoriaa eri indeksikaavojen matemaattisista ominaisuuksista, eikä sen puitteissa voida antaa universaalisti parasta indeksikaavaa, on tässä työssä rajoituttu tarkastelemaan tiettyjä hyviä indeksikaavoja ja tekniikkaerojen mittaamista niiden puitteissa. Taloudellis-funktionaalisessa analyysissahan "oikean" indeksikaavan määrää tuotantofunktio, jos se on "oikea".

Käsiteltävät kaavat, Vartia I-, II-, ns. U-, ja Törnqvist- kaava ovat ns. hyviä kaavoja perinteisessä deskriptiivisessa indeksiteoriassa ja niillä on myös tietty rooli Intra-funktionaalisessa indeksiteoriassa eräitä teknologioita vastaavina ns. eksakteina indeksikaavoina. Eri teoriaperusta johtaa siis samoihin kaavoihin eräissä tapuksissa, ja varsinkin Törnqvist kaava on ollut kirjallisuudessa suosittu teknisen kehityksen vauhdin mittaamisessa sen approksimaatio-ominaisuuksien vuoksi.

Osoittautuu, että se näennäinen analogia, joka vallitsee konventionaalisen taloudellis-funktionaalisen eli intrafunktionaalisen indeksiteorian ja perinteisen deskriptiivisen indeksiteorian välillä, laajentuu myös esillä oleviin yleisempiin vertailutilanteisiin, joissa siis on myös tekniikkaeroja.

Käsitellyissä laajennetun deskriptiivisen indeksiteorian tapauksissa päädytään teknistä muutosta indikoiviin indekseihin sekä lähtökohtana olevasta kustannuspuolen näkökulmasta että tuotantopuolen näkökulmasta. Deskriptiivisen teorian puitteissa kummastakin näkökulmasta suoritettava tekniikkaerojen arviointi on keskenään konsistentti, ja johtaa samankaltaisiin asetelmiin kummassakin näkökulmassa kuin mitä voidaan johtaa differentiaalisin muutoksin ilmaistuna Divisia-menetelmällä ja eräissä tapauksissa suoraan diskreetin taloudellis-funktionaalisen indeksiteorian keinoin. Teknisen kehityksen vauhtia voidaan siis arvioida myös deskriptiivisessä lähestymistavassa monin ns. residuaalimenetelmin. Eri näkökulmista arvioitujen residuaalien välisiä analyyttisia yhteyksiä voidaan johtaa, ja osoittautuu, että yleisesti ottaen niiden välillä olevien yhteyksien luonteella on tietty - varsin selvä - rinnakkaisuus varsinkin Divisia-muotoisen muutosten avulla tapahtuvaan analyysiin, ovathan nyt esillä olevat deskriptiivisen teorian indeksikaavat muutosmuotoisia ketjuindeksejä.

Konventionaalisessa intrafunktionaalisessa tuotannon indeksiteoriassa tehdään itse tuotannon volyymi-indeksin ja tuotantokustannusten volyymi-indeksin välillä selvä ero skaalafunktion olemassaolon vuoksi. Vain lineaarisesti homogeenisen tuotantofunktion tapauksessa tuotantokustannusten volyymi-indeksi on sama kuin tuotannon volyymi-indeksi. Konventionaalisen deskriptiivisen teorian puitteissa ei tuotannon määrä ole suoraan määritelty, vaan koska se on ennenkaikkea kustannusten indeksointia, tuotannon määrä-indeksi on samaistettu kustannusten volyymi-indeksiin. Esitetty teoria johtaa myös tuloksiin, joiden mukaan eräissä tapauksissa deskriptiivisessä lähestymistavassa voidaan myös tehdä selvä ero tuotantokustannusten volyymi-indeksin ja kokonaispanoksen volyymi-indeksin välillä, piirre, joka tulee myös selvästi esiin interfunktionaalisen indeksiteorian piirissä yleisessä tapauksessa.

Tässä paperissa annettu deskriptiivisen teorian tekniikkamäärittely tuo lähestymistavan piiriin, paitsi itse tekniikan ja tekniikkaerot, myös tuotannon eksplisiittisen määrän, ja siten muovaa deskriptiivistä teoriaa tuotannollisen toiminnan indeksimittauksia paremmin ehkä palvelevaksi.

Tekniikkaeromääritelmä mahdollistaa paitsi tekniikkaerojen indeksoinnin myös kokonaistuottavuuden indeksoinnin, mutta myös deskriptiivisen teorian puitteissa operoitaessa on tehtävä tarkka ero eri käsitteiden välillä. Erityisesti tietyt implisiittiset esitykset voidaan lausua eksplisiittisesti. Kuitenkin, jos tarkasteltava indeksikaava ei toteuta Fisher'in tekijänvaihtotestiä, implisiittisten esitysten eksplisiittiset esitykset voivat saada yllättävänkin sisällön.

Siten esimerkiksi teknisen kehityksen vauhtien yhteydet toisiinsa mitattuna kustannus- ja tuotantopuolelta poikkeavat siitä mitä olisi suoraan arvattavissa differentiaalisen Divisia tarkastelun perusteella. Toisaalta tietyille implisiittisten indeksien muutoksille saadaan esityksiä, joiden mukaan ne käyttäytyisivät ikäänkuin kokonaistuottavuuden muutos epähomoteettisesa Divisia-analyysissa ja vastaaville eksplisiittisille esityksille saadaan esitysmuotoja, joiden ilmiasu muistuttaa näennäisesti lineaarisesti homogeenisen Divisia-esitysten muotoa. Tämä näennäinen kaksinaamaisuus voidaan kuitenkin hallita, kun eri käsitteet määritellään tarkoin ja näistä määritelmistä pidetään myös kiinni.

Kun deskriptiivinen teoria ei kykene antamaan vastausta siihen, mikä olisi paras indeksikaava, mutta eri keinoin kyetään kuitenkin rajaamaan tietty hyvien deskriptiivisten indeksikaavojen joukko, suhteellisten tekniikkaerojen ja teknisen kehityksen sekä kokonaistuottavuuden vauhti voidaan laskea teorian puitteissa montaa vaihtoehtoista eri indeksikaavaa soveltaen.

Teoreettisesti katsoen deskriptiivisen lähestymistavan antamat tulokset ovat monikäsitteisiä, mutta ainakin käsitellyissä tapauksissa on aina mahdollista siirtyä jonkin kaava virittämästä maailmasta toisen kaavan virittämiin mittauksiin hallitulla tavalla. Empiiriseltä kannalta tällä ei kuitenkaan ole juuri lainkaan merkitystä, sillä ainakin tässä paperissa käsitellyt kaavat approksimoivat varsin hyvin toisiaan ja erot eri kaavoilla suoritettavien laskelmien välillä jäävät hyvin pieniksi.

Deskriptiivisen lähestymistavan puitteissa tapahtuva aggregointi, jota tässä paperissa ei esitetä, ei edellytä niitä kovia ehtoja, joihin heti törmätään tarkasteltaessa aggregointia taloudellis-funktionaalisen indeksiteorian puitteissa. Esimerkiksi Vartia-I kaavoilla suoritetun "mikrotason" analyysin tulokset voidaan varsin helposti aggregoida "makrotasolle". Tällöin saadaan esityksiä, jotka jälleen muistuttavat varsin paljon tunnettuja taloudellis-funktionaalisen Divisia-teorian turvin johdettuja kaavoja. Toisaalta niiden ilmiasulla on ilmeisiä samankaltaisuuksia myös eräisiin tässä paperissa esitettyihin kaavoihin. Tällaisia deskriptiiviseen aggregatiiviseen lähestymistapaan perustuvia empiirisiä laskelmia Suomen teollisuudesta on julkaistu tekijän toimesta äskettäin mm. ETLAn suhdannejulkaisussa 4/87.

LÄHDELUETTELO

AIRAKSINEN, T. (1986): On the R and D Strategies of a Firm in a Neoclassical Theory, teoksessa KÄHKÖNEN, J. ja YLÄ-LIEDENPOHJA, J. toim. (1986): A Tribute to Arvi Leponiemi on his 60th birthday, Acta Academiae Oeconomicae Helsingiensis, Sarja A, Helsinki.

ALLEN, R.P.G. (1975): Index Numbers in Theory and Practice, MacMillan, London.

DENNY,M., FUSS, M., WAWERMANN, L., (1981): The Measurement and Interpretation of Total Factor Productivity in Regulated Industries, with an Application to Canadian Telecommunications, teoksessa Cowing, T. G., ja Stevenson, R. E. toim. (1981): Productivity Measurement in Regulated Industries, Academic Press, New York.

DIEWERT, W.E. (1976): Exact and Superlative Index Numbers, Journal of Econometrics, 4, No 2.

DIEWERT, W.E. (1978): Superlative Index Numbers and Consistency in Aggregation. Econometrica, Vol. 46, No 4.

DIEWERT, W.E. (1980): Aggregation Problem in the Measurement of Capital, teoksessa USHER, D. toim (1980): The Measurement of Capital, National Bureau of Economic Research. NBR Vol 45, University of Chicago Press, Chicago.

DIEWERT, W.E. (1981): The Economic Theory of Index Numbers: A Survey, teoksessa DEATON, A. toim. (1981): Essays in the Theory and Measurement of Consumer Behaviour in Honour of Sir Richard Stone, Cambridge University Press, Cambridge.

DIEWERT, W.E. (1982): Duality Approaches to Microeconomic Theory, teoksessa ARROW, K.J. ja INTRILIGATOR, M.D. toim. (1982): Handbook of Mathematical Economics, Vol. II, North Holland, Amsterdam.

EICHHORN, W. (1976): Fisher's Tests Revisited, Econometrica, Vol. 44, No.2.

EICHHORN, W. (1978): Functional Methods in Economics, Addison Wesley, New York.

EICHHORN, W. ja VOELLER, J. (1976): Theory of the Price Index, Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems, No. 140. Springer, Heidelberg.

FARRELL, M.J. (1957): The Measurement of Productive Efficiency, Journal of the Royal Statistical Society, Series A (General), 120, Part 3.

FRISCH, R. (1965): Theory of Production, D. Reidel, Dordrecht.

FORSUND, F.R. ja HJALMARSSON, L. (1987): Analyses of Industrial Structure, A Putty-clay Approach, Industriens Utredningsinstitut, Stockholm.

FORSUND, F.R., HJALMARSSON, L., EITRHEIM, O., KARKO, J., SUMMA, T. (1985): An Intercountry Comparision of Productivity and Technical Change in the Nordic Cement Industry, ETLA, Sarja B 44, Helsinki.

HASEMKAMP, G. (1978): Economic and Atomistic Index Numbers, Contrasts and Similarities, teoksessa EICHHORN, W., HENN, R., OPITS, Q., SHEPHARD, R.W., toim. (1978): Theory and Applications of Economic Indices, Physica Verlag, Würzburg.

KARHU, V., VAINIONMÄKI, J. (1985): Tutkimus kokonaistuottavuuden mittaamisen teoreettisista perusteista ja kokonaistuottavuuden muutoksista Suomen teollisuudessa 1960-80, Tampereen Yliopisto,. Kansantaloustieteen laitos, Sarja B: 60, Tampere.

KARKO, J. (1987): Tekniikkaerojen mittaamisesta, Indeksiteoreettinen lähestymistapa, Lisensiaattityö tilastotieteessä, Helsingin yliopisto, Tilastotieteen laitos, Helsinki. (ilmestyy kesällä 1988 ETLAn julkaisuna C 47)

KARKO, J. (1988): Structural Change in the Finnish Iron Foundry Industry A paper presented in the Bulgarian-Finnish workshop on management of technological development 26-29.1.1988 IIASA-TES -papers, SITRA, Helsinki.

KRELLE, W. (1969): Produktionstheorie, J. C. Mohr, Tübingen

NELSON, R. ja WINTER,S. (1982): An Evolutionary Theory of Economic Change, Harward University Press, Cambridge, Mass.

OHTA, M. (1974): A Note on the Duality between Production and Cost Functions: Rate of Returns to Scale and Rate of Technical Progress, Economic Studies Quarterly. Vol. 64, No. 4.

SAMUELSSON, P. ja SWAMY, P.A. (1974): Invariant Economic Index Numbers and Canonical Duality: Survey and Synthetis, The American Economic Review, Vol. 64, No. 4.

SATO, K. (1976): The Ideal Log-change Index-Number, Review of Economics and Statistics, Vol. 58, No. 2.

SATO, R., BECKMANN, M.J.: (1968) Neutral Inventions and Production Functions, The Review of Economic Studies, Vol.XXXV(1), No.101.

SUMMA, T. (1986): Intra-Industrial Technical Progress and Structural Change. An Application of the Frontier and Short-run Industry Production Functions Based on Micro-Data ETLA, Sarja A 11, Helsinki.

VARIAN, H. (1984): Microeconomic Analysis, Norton Company, New York.

VARTIA, Y.O. (1976): Relative Changes and Index Numbers, ETLA, Sarja A 4, Helsinki.

VARTIA, Y.O. (1978): Fisher's Five Tines Fork and Other Quantum Theories of Index Numbers, teoksessa EICHHORN, W., HENN, R., OPITS, Q., SHEPHARD, R.W., toim. (1978): Theory and Applications of Economic Indices, Physica Verlag, Würzburg.

VARTIA, Y.O. (1979): About "Exactness" of Index Number Formulas in Demand Worlds, ETLA, Discussion Papers no. 35, Helsinki.

VUORI, S. (1984): Kokonaistuottavuus ja tutkimus- ja kehitystoiminnan tuottoaste Suomen ja Ruotsin teollisuustoimialoilla v. 1964-80, ETLA, Sarja C 32, Helsinki.

ELINKEINOELÄMÄN TUTKIMUSLAITOS (ETLA)
The Research Institute of the Finnish Economy
Lönnrotinkatu 4 B, SF-00120 HELSINKI Puh./Tel. (90) 601 322
Telefax (90) 601 753

KESKUSTELUAIHEITA - DISCUSSION PAPERS ISSN 0781-6847

No 234 DAVID BENDOR, Finnish Price Competitiveness - A Sectoral Review". 04.06.1987. 70 p.

No 235 VESA KANNIAINEN, An Alternative Corporation Tax: Implications for Efficiency of Investment and Valuations of Shares. 03.06.1987. 17 p.

No 236 PEKKA NYKÄNEN, Tehdasteollisuuden ja sen toimialojen kansainvälinen kilpailukyky. 10.06.1987. 75 s.

No 237 JEAN-PIERRE SICARD - VALDEMAR DOS REIS MEIXEDO, "L'Economie Européenne a l'Horizon 1992. 18.06.1987. 74 p.

No 238 PASI AHDE, Measurement of Capacity Utilization in Manufacturing Industry. 18.06.1987. 22 p.

No 239 PEKKA ILMAKUNNAS, On the Profitability of Using Forecasts. 29.07.1987. 9 p.

No 240 ERKKI KOSKELA, Changes in Tax Progression and Labour Supply under Wage Rate Uncertainty. 06.08.1987. 20 p.

No 241 TIMO TERÄSVIRTA, Superiority Comparisons between Mixed Regression Estimators. 14.08.1987. 11 p.

No 242 SYNNÖVE VUORI, Tiedonhankinnan ja -välityksen kehittäminen Elinkeinoelämän Tutkimuslaitoksessa. 17.08.1987. 54 s.

No 243 PEKKA ILMAKUNNAS, Aggregation vs. Disaggregation in Forecasting Construction Activity. 08.09.1987. 20 p.

No 244 PEKKA ILMAKUNNAS, On the Use of Macroeconomic Forecasts in some British Companies. 09.09.1987. 16 p.

No 245 PENTTI VARTIA - SYNNÖVE VUORI, Development and Technological Transformation - The Country Study for Finland. 05.10.1987. 62 p.

No 246 HANNU HERNESNIEMI, Helsingin Arvopaperipörssin osakeindeksit. 15.10.1987. 64 s.

No 247 HANNU TÖRMÄ - MARKO MÄKELÄ - PEKKA NEITTAANMÄKI, Yleisen tasapainon veromallit ja optimoinnin asiantuntijajärjestelmä EMP. 28.10.1987. 33 s.

No 248 PAAVO SUNI, Real Exchange Rates as a Time Series Process - A Case of Finland. 30.10.1987. 29 p.

No 249 HEIKKI TULOKAS, Dollarin heikkenemisen vaikutuksista. 30.12.1987. 22 s.

No 250 JUKKA LESKELÄ, Laskutusvaluuttojen muutokset ja laskutusvaluuttatilastojen tulkinta. 04.01.1988. 17 s.

No 251 PEKKA NYKÄNEN, Suomen vaatetusteollisuuden hintakilpailukyky ja kilpailumenestys vuosina 1967-1985. 04.01.1988. 39 s.

No 252 SYNNÖVE VUORI - PEKKA YLÄ-ANTTILA, Clothing Industry: Can the new Technologies Reverse the Current Trends? 18.01.1988. 25 p.

No 253 HANNU TÖRMÄ, Suomen kansantalouden yleisen tasapainon veromalli (Gemfin 1.0) - ETLA:n esitutkimusprojektin loppuraportti. Helsinki. 03.03.1988. 48 s.

No 254 MARKKU KOTILAINEN, Maailmantalouden ja Suomen viennin näkymät vuosina 1988-2007. 28.03.1988. 31 s.

No 255 ANTTI SUOPERÄ, Analogiaperiaate ja aggregoinnin peruslause aggregoinnissa: yksinkertainen esimerkki makrotason kulutuskäyttäytymisen selvittämisestä. 29.03.1988. 116 s.

No 256 PEKKA MÄKELÄ, Puuttuvan kaupantekokurssin ongelma osakehintaindeksissä. 30.03.1988. 24 s.

No 257 SYNNÖVE VUORI, Total Factor Productivity and R&D in Finnish, Swedish and Norwegian Manufacturing Industries, 1964 to 1983. 08.04.1988. 43 p.

No 258 GEORGE F. RAY, The Diffusion of Technology in Finland. 14.04.1988. 53 p.

No 259 TIMO TERÄSVIRTA, A Review of PC-GIVE: A Statistical Package for Econometric Modelling. 25.04.1988. 17 p.

No 260 ERKKI KOSKELA, Saving, Income Risk and Interest Rate Wedge: A Note. 12.05.1988. 10 p.

No 261 MARKKU KOTILAINEN, Medium-Term Prospects for the European Economies. 02.06.1988. 45 p.

No 262 RITVA LUUKKONEN - TIMO TERÄSVIRTA, Testing Linearity of Economic Time Series against Cyclical Asymmetry. 08.06.1988. 30 p.

No 263 GEORGE F. RAY, Finnish Patenting Activity. 13.06.1988. 19 p.

No 264 JUSSI KARKO, Tekniikkaerojen mittaaminen taloudellis-funktionaalisen ja deskriptiivisen indeksiteorian puitteissa. 28.06.1988. 57 s.

Elinkeinoelämän Tutkimuslaitoksen julkaisemat "Keskusteluaiheet" ovat raportteja alustavista tutkimustuloksista ja väliraportteja tekeillä olevista tutkimuksista. Tässä sarjassa julkaistuja monisteita on rajoitetusti saatavissa ETLAn kirjastosta tai ao. tutkijalta.

Papers in this series are reports on preliminary research results and on studies in progress; they can be obtained, on request, by the author's permission.

0033A/28.06.1988