

Keskusteluaiheita

Discussion papers

Antti Suoperä

ANALOGIAPERIAATE JA AGGREGOINNIN PERUS-
LAUSE AGGREGOINNISSA: YKSINKERTAINEN
ESIMERKKI MAKROTASON KULUTUSKÄYTTÄYTYMI-
SEN SELVITTÄMISESTÄ

No 255

29.03.1988

ISSN 0781-6847

This series consists of papers with limited circulation, intended to stimulate discussion. The papers must not be referred or quoted without the authors' permission.



SUOPERÄ, Antti, ANALOGIAPERIAATE JA AGGREGOINNIN PERUSLAUSE AGGREGOINNIN NISSA: yksinkertainen esimerkki makrotason kulutuskäyttäytymisen selvittämisestä; Esitutkimus. Helsinki : ETLA, Elinkeinoelämän Tutkimuslaitos, The Research Institute of the Finnish Economy, 1988. 116 s. (Keskusteluaiheita, Discussion Papers, ISSN 0781-6847 ; 255).

TIIVISTELMÄ: Tutkimuksessa pyritään valaisemaan analogiaperiaatteeseen liittyviä aggregoinnin peruskäsitteitä, niiden oppihistoriallista kehitystä ja merkitystä mikrorelaatioiden aggregoinnissa. Lisäksi tutkimuksessa tuodaan esiin vaihtoehtoinen, joustavampi, aggregointisääntö - aggregoinnin peruslause, jota verrataan analogiaperiaatteeseen. Yo. aggregointiperiaatteiden ominaisuuksien vertaileminen suoritetaan esimerkkien avulla. Esimerkit ovat yksinkertaisia ja perustuvat lineaaristen mikroyhtälöiden aggregointiin. Molempia aggregointiperiaatteita voidaan kuitenkin kehittää joustavampien mikrorelaatioiden aggregointiin.

Tutkimuksen ongelmanasettelu perustuu aluksi aggregoinnin peruskäsitteiden pohdintaan, mutta 1940-luvun Econometrica-keskustelu laajentaa tutkimuksen ongelmanasettelun matemaattisessa taloustieteessä keskeisesti esille tuleviin lähtökohtiin - mikrorelaatioon, konsistenttiin aggregointiin ja makrorelaatioon. Näitä aggregoinnin peruskäsitteitä pyritään valaisemaan tutkimuksessa lisäksi esimerkinomaisesti tavanomaisimpien yksityisten kulutusmenon jakaantumista kuvaavien kysyntämallien avulla. Mallispesifikaatioina tarkastellaan tällöin staattisia ja dynaamisia taso- ja differenssimalleja ja logit-kysyntämallia. Näiden mallien aggregointiongelmien takia tutkimuksessa kehitetään vaihtoehtoinen keynesiläinen kysyntämalli, josta esitetään tutkimuksessa empiirinen esimerkki. Tutkimuksen empiirinen osa on esimerkki aggregoinnista, siihen liittyvästä kysymyksenasettelusta ja aggregoinnin mahdollisuuksista. Tutkimuksen empiirisessä osassa ei tarkastella laajasti tutkimusongelmaan liittyviä tilastollisen päättelyn ongelmia.

ASIASANAT: Aggregointi, analogiaperiaate, aggregoinnin peruslause, konsistentti aggregointi.

Aggregointiteorian pitäisi olla keskeisessä asemassa johdettaessa makromallia. Näin voitaisiin loogisesti johtaa mikroteoreettisista relaatioista yksi makroteoreettista käyttäytymistä kuvaava malli. Aggregoimalla voidaan siis johtaa mikrotaloudellisesti määritellyt muuttujat ja niiden relaatiot yhdeksi makrotalouden käyttäytymisrelaatioksi siten, että mikro- ja makrotalouden muuttujien informaatiomäärät vastaavat toisiaan. Taloustieteellisesti määriteltyjen tutkimusongelmien aggregointiratkaisut perustuvat siis siihen, miten mikrotalouden muuttujien väliset funktoriippuvuudet määritellään? Aggregoinilla pyritään tarkastelemaan tietyllä tavalla määriteltyjen mikrotaloudellisten relaatioiden vaikutuksia makrotaloudesta tehtäviin johtopäätöksiin. Aggregointiteorian perustana olevat asiat voidaan esittää esimerkiksi seuraavasti:

1. Mikrotaloudelliset suureet ovat tunnettuja. Ne ovat esimerkiksi hyödykkeiden hintoja ja yksilöiden tuloja.
2. Mikrotaloudellisten suureiden ja tilastoyksiköiden väliset käyttäytymisfunktiot ovat täsmällisesti spesifioituja.
3. Makrotaloudelliset suureet ovat tunnettuja ja ne johdetaan kohdan 1. mikrotaloudellisista suureista.

Aggregointiteorian asema liittyy kiinteästi näiden kolmen kohdan loogiseen yhdistämiseen. Sen perustana oleva kysymyksenasettelu on seuraava: Minkälainen makrotaloudellinen käyttäytymismalli kohdista 1 - 3 seuraa? Miten tämän makromallin indikoima käyttäytyminen voidaan esittää "ymmärrettävällä tavalla"?

Tutkielmassa on pyritty valaisemaan em. kolmea aggregoinnin peruskäsitettä oppihistoriaan perustuvalla pohdiskelulla. Tavoitteena on ollut aggregoinnilla johdetun makromallin "ymmärrettävä kuvaaminen". Lähtökohdaksi pohdinnassa on otettu mikro- ja makrotalouden mallien välinen analogiaperiaate. Tähän analogiamalliin on tutkielmassa johdettu aggregoinnin peruslauseen avulla "korjaus", jota esittää aggregoinnissa syntynyt kovarianssitermi. Tutkielman ongelmanasettelu pyrki mahdollisimman yksinkertaisen ja ymmärrettävän makromallin kuvaamiseen läpi koko tutkimuksen.

Tutkielman empiirisessä analyysissä tarkastellaan yksinkertaisena esimerkkinä hyödykeryhmien kysyntäyhtälöiden aggregointia. Lähestymistavalla pyritään tuomaan esiin se, miten aggregoinnista voidaan hyötyä makromallin johtamisessa. Empiirinen analyysi on siis esimerkki aggregointimenetelmän käytöstä, kysymyksenasettelusta ja aggregoinnin mahdollisuuksista. Mitä etuja esitettävällä aggregointiin perustuvalla empiirisellä tutkimusmetodologialla voidaan odottaa saavutettavan?

1. Makromallin informaatiopohjaa voidaan laajentaa: makromallia ei estimoida erikseen makrotilastoaineistosta vaan johdetaan matemaattisesti sektoritason estimoiduista yhtälöistä. Lähestymistavalla voidaan poistaa makromallin estimoinnissa ilmenevä vapausasteongelma.
2. Makromallin luotettavuus paranee, koska aggregoinnilla voidaan pienentää ko. mallin parametriestimaattien hajontoja.
3. Makromallin realistisuus lisääntyy, koska sen parametriestimaatit johdetaan ajassa muuttuviksi.

Tutkimuksen kokonaisuus perustuu kahteen osa-alueeseen. Ensimmäisessä osa-alueessa keskitytään aggregoinnin peruskäsitteiden valaisemiseen. Tarkastelu on tällöin pääpiirteissään kuvailevaa ongelmanasettelua mik-

rorelaatioista, niiden aggregoinnista ja makrorelaatiosta. Toisessa osassa alueessa ongelmanasetteluun lisätään matemaattiset kalkyytit, joiden tavoitteena on myös matemaattisesti johtaa hyväksyttävät makromallit määritellyille ongelmille. Aluksi tarkastelu on determinististä, mutta päättyy esimerkkinä stokastisesti spesifioituun ratkaisuun. Mallin testiteoreettisiin ongelmiin ei tutkimuksessa puututa laajasti, mutta mallin luotettavuuden arvioimiseksi tutkielmassa pyritään tarjoamaan kaikki testaamiseen liittyvä oleellinen informaatio.

2 AGGREGOINTITEORIA TALOUSTIETEEN OPPIHISTORIASSA

Makromallit sisältävät tavanomaisesti suhteellisen harvalukuisen määrän aggregaattimuuttujia, joilla on lähes poikkeuksetta loogiset yhteydet mikrotaloudessa. Esimerkiksi kokonaistulot, kokonaiskysyntä ja -tarjonta ovat muuttujia, joilla on tämä ominaisuus. Lisäksi yleisesti taloustieteellisessä kirjallisuudessa esitetyissä makromalleissa oletetaan, että harvalukuisten aggregaattimuuttujien välillä vallitsevat suorat ja yksinkertaiset suhteet. Tämä on voimakkaasti todellisuutta yksinkertaistava oletus. Kokonaistaloudellisten muuttujien jakaumat ovat käytännössä ongelmallisia, eikä niiden keskinäisiä suhteita usein tunneta. Aggregointiteorian kehittyminen on lisännyt mahdollisuuksia tämän ongelma-alueen kysymyksenasettelun täsmentämisessä. Ongelmakentän talousteoreettinen tarkastelu on tällöin jakaantunut yhä selvemmin kolmeen osaluueeseen, jossa aggregointiteoria on erittäin keskeisessä asemassa. Nämä alueet ovat: mikrotaloudellisten relaatioiden määrittäminen, niiden aggregoiminen ja makrorelaatio. Tämän teorianmuodostuksen valaistumiseksi tutkielmassa tarkastellaan ko. ongelma-alueeseen liittyvää keskeistä oppihistoriallista kirjallisuutta. Ongelman asettelu jaetaan tällöin kahteen aikakauteen: vuotta 1945 edeltävään ja sen jälkeiseen aikakauteen. Jälkimmäisen aikakauden keskeinen painopistealue on aggregoinnin konsistenssin määrittelyssä.

2.1 Aggregointiongelman tarkastelu ennen vuotta 1945

Aggregoinnin konsistenssin vaatimus siirryttäessä mikromuuttujien välisistä relaatiosta aggregoinnin avulla makromuuttujien väliseen relaatioon jakaa aggregointiongelman pohdinnan kahteen osaan:

1. aikakauteen, jolloin konsistenttia aggregointia ei pystytty matemaattisesti perustelemaan ja
2. aikakauteen, jolloin aggregoinnin perusvaatimus oli konsistenssissa.

Aggregoinnin konsistenssi liittyy siis keskeisesti mikro- ja makromuuttujiin sekä niiden välisiin funktioriippuvuuksiin ja niiden matemaattiseen perusteleamiseen. Makromallin matemaattinen perusteleminen tarkoittaa tässä yhteydessä sitä, että täsmällinen tietämys mikrofunktioista ja niiden selitettävistä muuttujista yhdessä antavat saman informaatiomäärän kuin aggregoinnilla johdettu makrofunktio sen kokonaistaloudellisista selittävästä muuttujista. Koko tutkimusongelmassa tämän ajatuksen tyydyttäminen on erittäin keskeisessä asemassa.

2.1.1 Aggregointiongelma ennen 1900-lukua

Cournot tarkasteli aggregointiongelmaa ensimmäisenä taloustieteilijänä. Hän kehitti teorian kysyjien lukumäärän kasvusta. Tämän teorian tarkoituksena oli perustella makrokysyntäfunktion olemassaolo. Cournot esitti, että mitä laajemmaksi markkinat muodostuvat, sitä enemmän markkinoilla on erilaisia kombinaatioita yksilöiden tuloista, varallisuudesta, haluista ja toivomuksista. Tämän ehdon alaisuudessa makrokysyntäfunktion tarkentuu yhä lähemmäksi tiettyä markkinakysyntäfunktiota, joka on tekijöidensä suhteen jatkuva ja derivoituva (R.D. Theocharis, 1983, s. 138–142).

Cournot uskoi yksilöiden välisten erojen menettävän merkityksensä siirryttäessä mikrosta makroon. Toisin sanoen, kun kuluttajien lukumäärä kasvaa, kunkin kuluttajan kysynnän vaikutuksella on yhä vähäisempi mer-

kitys markkinakysyntään. Tähän perustuen Cournot uskoi, että ainoaksi ongelmaksi markkinakysynnän määräämisessä jäi makrokysyntäfunktion täsmällinen spesifiointi. Myöhemmin esimerkiksi Aumann (1964, s. 39–50) ja Hildenbrand (1974, s. 129–138) ovat esittäneet "vaikuttavien tekijöiden jatkumoa" ("distributions of agents") käsittelevissä artikkeleissa matemaattisesti perusteellisen teorian teoreettisesti yksikäsitteisen markkinakysyntäfunktion määräämiseksi.

Myöhemmässä kirjallisuudessa Cournotin laki kuluttajien lukumäärän kasvusta tulkittiin edellisen kappaleen periaatteista poiketen. Esimerkiksi Jevons esitti, että kysyjien lukumäärän kasvaessa erot mikrotasolla eri mikrotilastoyksiköiden (esim. kuluttaja) välillä kumoavat toisensa siirryttäessä mikrosta makroon. Tähän argumenttiin perustuen Jevons kehitti teorian kahden "kaupankävijän" (= trading body) välisestä vaihdon ongelmasta. Hän esitti, että "kaupankävijä" voi muodostua joko yhdestä mikrotilastoyksiköstä (kuluttaja, yritys tms.) tai mikrotilastoyksiköiden ryhmästä. Ainoastaan yhden "kaupankävijän" tarkastelu riittää makrotalouden ongelmien pohdinnassa. Jevonsin teoreettisessa tarkastelunäkökulmassa siis ryhmä käyttäytyy samanlaisissa taloudellisissa olosuhteissa kokonaisuutena samoin kuin yksilökin. Näin yleiset muodot talouden laeista ovat samoja sekä yksilön että koko kansakunnan tapauksessa (Jevons, "The Theory of Political Economy", kpl IV, 1879). Tämä näkökanta muodostaa perustan mikron ja makron väliselle analogia-ajatukselle. Jevonsin kehittämä analogia-ajatus on erittäin keskeisessä asemassa 1940-luvun Econometrica-keskustelussa konsistentin aggregoinnin teemassa.

Edgeworth kritisoi Jevonsin kahteen kaupankävijään perustuvan vaihdon ongelman ratkaisua. Kritiikki perustuu täydellisen kilpailun ja kahden

kaupankävijän teoreettiseen yhteensopimattomuuteen. Edgeworth esitti, että vaikka kaksi kaupankävijää (yksilö tai niiden ryhmä) olisivat tyyppillisiä, vaihto niiden välillä on määrittelemätön, jos

1. jompi kumpi vaihtoon osallistuva tai
2. jomman kumman vaihdossa tarjoama hyödyke on jakaantumaton tai ei ole täydellisesti jaettavissa.

Kritiikin ydin kohdistuu siis siihen, että täydellisen kilpailun alaisuudessa vaihtoon osallistuvat ryhmät muodostuvat kilpailevista mikro-talouden päätösyksiköistä (kysyjistä ja tarjoajista), jolloin kahden kaupankävijän välistä vaihdon yksikäsitteistä tasapainoa ei saavuteta ehtojen 1 ja 2 alaisuudessa (Edgeworth 1881, s. 104–116).

Seuraavana aggregointiin liittyvänä asiana tuotiin esiin mikron ja makron väliseen analogia-ajatukseen keskeisesti liittyvä edustavuuden käsite. Käsitteen toi esiin Marshall. Hän määritteli edustavan yrityksen, mikä ei ollut kuitenkaan makrotaloudellisena agenttina rinnastettavissa Cournotin ja Jevonsin analyyseihin. Marshall ei pyrkinyt siis tarkastelemaan edustavaa yritystä tiukasti keskiarvon kaltaisena aggregaattina kaikista todellisten yritysten syöte- ja tuotantomuuttujista. Edustava yritys ei ollut myöskään marginaalinen eikä erityisen menestyksellinen, vaan jotakin näiden kahden äärimmäisyyden väliltä. Marshallin edustavan yrityksen analyysin erityispiirteenä on, että hän lähti erittelemään mikrotaloudellista käyttäytymistä määrittelemällä aluksi makrotaloudellisen "mallin". Tarkastelun avuksi hän määritteli ns. normaalin tarjontahinnan, jonka avulla tuotannossa tapahtuvia muutoksia pyritään selvittämään. Analyysi perustuu normaalin tarjontahinnan ja todellisen markkinahinnan eron väliseen taloudellisten seuraamusten erittelemiseen (Marshall, 1920, s. 317–320 & 341–343).

Marshallin edustava yritys vastaa täsmällisesti nykyisin talousteoreettisessa kirjallisuudessa yleisesti käytettyä tasapainoyritystä. Tällainen tasapainoyritys on kuvitteellinen yksinkertaistus todellisuudesta. Sen olemassaoloa ei ole matemaattisesti perusteltu aggregointina mikroilta makrolle. Tämä ongelma ei kuitenkaan poista edustavan yrityksen keskeistä merkitystä ongelma-alueen yleisessä "kuvailemisessa". Erityisesti mallin realistisena piirteenä on pidettävä sitä, että todelliset mikrotalouden yritykset eivät käyttäydy samalla tavalla, kun normaali tarjontahinta ja todellinen markkinahinta vastaavat toisiaan. Toisin sanoen todellisia markkinoilla toimivia yrityksiä ja edustavaa yritystä ei oleteta analogisiksi keskenään. Myöhemmin matemaattisessa taloustieteessä edustavan yrityksen analyysi perustuu lähes lainomaisesti analogiaan mikron ja makron välillä (ks. Klein, 1946).

2.1.2 Aggregointiongelman ei-relevanttisuus 1900-luvun alussa

Walras ja Pareto eivät kommentoineet aggregointiongelmaa johtaessaan makrotaloudellisia malleja. Myöhemmin Jaffe on valaissut Walrasin tasapainoteoriaa kirjassaan "Correspondens of Leon Walras and Related Papers" (1965). Yleisesti voidaan todeta, että Walras ei ilmeisesti tunnistanut aggregoinnista aiheutuvia ongelmia johtaessaan kokonaiskysyntää ja tarjontaa yleisessä tasapainoteoreettisessa analyysissään. Vastaavasti Pareto ei kiinnittänyt huomiota aggregointiin, koska hänen tasapainoteoreettisessa analyysissa yksilöt jäivät identifioimatta. Toisin sanoen hän muotoili taloudellisen analyysin niin, että aggregointiongelmaa ei ilmennyt.

Maaillmansotien väliselle ajalle oli ominaista, että aggregointia ei mielletty tai tiedostettu vakavaksi ongelmaks. Yleisenä makrotaloudellisten ongelmien lähestymistapana oli makromallien rakentaminen a priori- perustein. Hyvän esimerkin kyseisen lähestymistavan analyysistä antavat Cobb ja Douglas (1928, s. 139-165). He tarkastelivat ainoastaan yhtä "makrotaloudellista" voittoa maksimoivaa yritystä spesifioiden sille tuotantofunktion (Cobb-Douglas-tuotantofunktio), jonka sopivuus tilastoaineiston kanssa oli hyvä.

Vastaavalla tavalla myös muut makrotalouden mallit kyseisenä aikana lähtivät harvalukuisista aggregaattimuuttujista ja niiden välisten suhteiden mallintamisesta. Esimerkkeinä niistä voidaan mainita klassiset ja keynesiläiset makromallit. Nykytietämyksellä näistä makromalleista voidaan sanoa, että niiden tilastollinen sopivuus tilastoaineiston kanssa on lähes poikkeuksetta hyvä. Näin jostakin talouden tilasta on olemassa useita mahdollisia kuvauksia, joita evidenssi tukee. Tämän eriskummallisen johtopäätöksen välttämiseksi on aiheellista pohtia toisaalta ongelmien aiheuttajia ja niiden tunnistamista ja toisaalta ongelmien ratkaisemista. Oleeellisena osana tähän pohdintaan liittyy käytännön taloudesta tehdyt johtopäätökset. Toisin sanoen todellisten makrotaloudellisten käyttäytymisrelaatioiden tulee olla perustana johdettaessa makromallia aggregoinnin avulla. Tällä lähestymistavalla voidaan vähentää makromallin pragmaattisuutta ja lisätä sen luotettavuutta ja realistisuutta.

3 ONGELMAN MÄÄRITTELY ECONOMETRICA-KESKUSTELULLE

1940-luvun loppu muodostui käännekohtaksi aggregointiongelman käsittelyssä. Klein (1946, s. 93-108) esitti, että yksityisen yrityksen ja kotitalouden käyttäytyminen on perusta kaikelle taloudelliselle käyttäytymiselle. Näin myös makromallit on perusteltava mikrokäyttäytymisellä ja aggregoinnilla. Klein toi esiin aggregoinnin loogisen välttämättömyyden makromallin johtamisessa.

Ongelman voi yleistää seuraavasti. Tarkastellaan $i=1, \dots, n$ eri mikrotilastoyksikköä (kotitalouksia, yrityksiä, yksilöitä, ...). Kaikilla mikrotilastoyksiköiden muuttujien $(y_i, x_{i1}, \dots, x_{im})$ -arvoilla pätee

$$(3.1) \quad y_i = f_i(x_{i1}, \dots, x_{im}),$$

jossa y_i on selitettävä muuttuja ja x_{ij} :t ($j = 1, \dots, m$) ovat selittäviä muuttujia. Ongelmana on aggregoida yhtälö (3.1) yli kaikkien mikrotilastoyksiköiden, jolloin päädytään aggregaatteihin y, x_1, \dots, x_m . Kleinin esittämän Econometrica-keskustelun keskeisenä ajatuksena oli, että näiden aggregaattimuuttujien välillä on olemassa makrorelaatio F . Toisin sanoen kaikilla makromuuttujien (y, x_1, \dots, x_m) -arvoilla pätee, että

$$(3.2) \quad y = F(x_1, \dots, x_m).$$

Econometrica-keskustelun painopiste on aggregoinnin konsistenssissa. Näin keskustelun keskeisenä ongelmana on, kuinka matemaattisesti voidaan perustella siirtyminen mikrosta makroon - siis yhtälöstä (3.1) yhtälöön (3.2).

3.1 Kleinin kriteerit aggregoinnille

Klein esitti, että mikrotaloudellinen käyttäytyminen on perusta johdetaessa makromallia. Näin makromallin johtamisen ehdoton edellytys on aggregointi mikroilta makrolle. Aggregoinnille Klein asetti kaksi kriteeriä. Ensimmäinen kriteeri perustuu konsistentin aggregoinnin vaatimukseen. Toinen kriteeri liittyy kiinteästi ensimmäiseen, koska se perustuu uskomukseen, että mikro- ja makromallit ovat analogisia. Analogia-ajatus (uskomus) toteutetaan talousteoreettisten oletusten avulla mikro- ja makroteoreettisesta mallista, jolloin Kleinin periaatteen mukaan ongelmaksi jäi ensimmäisen kriteerin tyydyttäminen. Toisin sanoen oli ratkaistava aggregointisääntö, joka tyydyttää ratkaisuna analogia-ajatukseen.

Tämä teoreettinen ajatusrakennelma muodosti Kleinin tutkimusongelman. Hän uskoi, että yritykset ryhmänä (= edustava yritys) maksimoivat voittoa samoin kuin yksityinen yritysikin. Perusajatus on matemaattisesti seuraava: Jos yksityisille yrityksille tuotantofunktio on implisiittistä muotoa

$$(3.3) \quad F_{\alpha}(x_{\alpha 1}, \dots, x_{\alpha m}; n_{\alpha 1}, \dots, n_{\alpha r}; z_{\alpha 1}, \dots, z_{\alpha s}) = 0, \quad \alpha = 1, \dots, A,$$

jossa yritys α tuottaa m hyödykettä ($x_{\alpha i}$) ($i=1, \dots, m$) käyttäen hyväksi tuotannossaan r erilaista työvoimapanosta ($n_{\alpha j}$) ($j = 1, \dots, r$) ja s erilaista pääomapanosta ($z_{\alpha k}$) ($k = 1, \dots, s$), niin tällöin on olemassa myös funktio kokonaistaloudellisista muuttujista, joka on implisiittistä muotoa

$$(3.4) \quad F(X, N, Z) = 0.$$

Yhtälö (3.4) on makrotuotantofunktio, jonka oletetaan pätevän kaikilla (X, N, Z) -arvoilla. Makrotuotantofunktion taloudellisina muuttujina ovat kokonaistuotanto X , jonka tuottamisessa on käytetty hyväksi kokonaistyöpanosta N ja kokonaispääomapanosta Z . Klein määritteli siis ensin sekä mikro- ja makroteoreettiset mallit ja vasta sen jälkeen esitti kysymyksen; minkälaiset talousteoreettiset ehdot mikro- ja makrotuotantofunktioiden olemassaolot vaativat? Tästä muodostuu Kleinin toinen aggregoinnin kriteeri, joka on seuraavanlainen. Jos yksityiset yritykset maksimoivat voittoja siten, että rajatuottavuusyhtälöt

$$(3.5) \quad \frac{\partial x_{\alpha i}}{\partial n_{\alpha j}} = \frac{w_j}{p_i} \quad \begin{array}{l} i = 1, \dots, m, \quad \alpha = 1, \dots, A, \\ j = 1, \dots, r \end{array}$$

$$(3.6) \quad \frac{\partial x_{\alpha i}}{\partial z_{\alpha k}} = \frac{q_k}{p_i} \quad \begin{array}{l} i = 1, \dots, m, \quad \alpha = 1, \dots, A, \\ k = 1, \dots, s \end{array}$$

pätevät täydellisen kilpailun vallitessa, niin myös seuraavien makrotalouden rajatuottavuusyhtälöiden tulee päteä:

$$(3.7) \quad \frac{\partial X}{\partial N} = \frac{W}{P}$$

$$(3.8) \quad \frac{\partial X}{\partial Z} = \frac{Q}{P} .$$

Yhtälöiden (3.5)-(3.8) taloudelliset suureet ovat seuraavat: w_j = työpanoksen n_j hinta, p_i = hyödykkeen x_i hinta, q_k = pääomapalveluksesta z_k maksettu hinta, W = kokonaispalkat, P = tuotannon hinta-aggregaatti ja Q = pääomapalveluiden kokonaishinta.

Klein esitti, että toinen aggregointiongelman vaatimus ei voi toteutua, jos ensimmäinen kriteeri ei toteudu. Ensimmäinen kriteeri liittyy siis

kiinteästi yhtälöiden (3.3)–(3.8) kokonaisuuteen. Tuotantofunktion (3.3) ja sen muuttujien väliset rajatuottavuusyhtälöt (3.5) ja (3.6) muodostavat mikrotalouden mallin ja niiden muuttujien välillä ilmenevät relaatiot. Analogiavaatimukseen perustuva makrotalouden malli on vastaava suhteiden kokonaisuus ja muodostuu yhtälöistä (3.4), (3.7) ja (3.8). Ainoana ongelmana on tällöin analogia-ajatukseen perustuvan aggregointisäännön ratkaiseminen siirryttäessä mikrotuotantofunktioista (3.3) makrotuotantofunktioon (3.4) rajatuottavuusehtojen (3.5)–(3.8) alaisuudessa. Klein ei esittänyt yleistä ratkaisua aggregointiongelmaan. Tämä yleinen ratkaisu esitetään myöhemmin Natafin teoreeman tarkastelun yhteydessä.

Kleinin talousteoreettisesti uusi vaatimus oli aggregoinnin konsistenssi. Tarkastelemalla täsmällisemmin Kleinin määrittelemää ongelmaa, huomataan, että Kleinin kahden vaatimuksen seurauksena menetetään kaikki vapausasteet aggregoinnin vapaasta valinnasta. Toisin sanoen aggregaattien X , N ja Z matemaattinen muoto funktioina joukoista $\{x_{\alpha j}\}$, $\{n_{\alpha j}\}$ ja $\{z_{\alpha k}\}$ riippuu täydellisesti oletetusta (= uskotusta) mikro- ja makromallin muodosta. Tästä hyvän esimerkin antaa Kleinin ehdottama ongelmanasettelu, jossa hän tarkasteli esimerkkinä tuotantofunktion $x_{\alpha} = B_{\alpha} f_{\alpha}(n_{\alpha 1}, \dots, n_{\alpha r}) g_{\alpha}(z_{\alpha 1}, \dots, z_{\alpha s})$ erikoistapausta, joka voidaan esittää seuraavasti:

$$(3.9) \quad x_{\alpha} = C_{\alpha} \prod_{j=1}^r n_{\alpha j}^{a_j} \prod_{k=1}^s z_{\alpha k}^{b_k}, \quad j = 1, \dots, r, \quad k = 1, \dots, s, \quad \alpha = 1, \dots, A.$$

Tuotantofunktio on Cobb-Douglas-tyyppinen ja tarkastelu suoritetaan ainoastaan yhdelle hyödykkeelle. Mikro- ja makromallin analogiaan perustuen Klein vaati, että makrotuotantofunktion tulee olla samaa muotoa:

$$(3.10) \quad X = CN^a Z^b,$$

jossa X , N ja Z ovat edellä esitettyjä kokonaistaloudellisia muuttujia. Yhtälöiden (3.9) ja (3.10) takia ne ovat geometrisia keskiarvoja vastaavista mikrotalouden suureista seuraavasti:

$$(3.11) \quad X = \left[\prod_{\alpha=1}^A x_{\alpha} \right]^{1/A}$$

$$(3.12) \quad N^a = \left[\prod_{\alpha=1}^A f_{\alpha}(n_{\alpha 1}, \dots, n_{\alpha r}) \right]^{1/A}$$

$$(3.13) \quad Z^b = \left[\prod_{\alpha=1}^A g_{\alpha}(z_{\alpha 1}, \dots, z_{\alpha s}) \right]^{1/A}.$$

Kleinin ensimmäinen kriteeri tyydytetään, koska makrotuotantofunktio on olemassa eksplisiittisessä muodossa (3.10). Toinen kriteeri tulee tyydytetyksi automaattisesti, koska mikroparametrit a_j ja b_j määritellään samansuuruisiksi kaikille yrityksille $a = 1, \dots, A$. Toisin sanoen Kleinin aggregointianalyysi ajautuu mikromuuttujien summaamiseen yli yritysten. Kyseinen analyysi on teoreettisesti validia, mutta se on mikroparametreja (yht. (3.5), (3.6) koskevien oletusten takia erittäin epärealistinen. Kleinin teoreettinen aggregointi-idea on saavuttanut kuitenkin erittäin merkittävän aseman nykyisessä talousteoreettisessa kirjallisuudessa erityisesti tuottajan ja kuluttajan valintateoriassa.

3.2 Econometrica-keskustelu aggregoinnista

Kleinin artikkeli (1946, s. 93-108) avasi keskustelun aggregoinnin ongelmasta. Yleisesti keskustelu voidaan jakaa loogisesti neljään teemaan. Ensimmäinen tarkastelee kokonaistaloudellisten suureiden mate-

maattista muotoa (Pu, 1946, s. 299–302). Toinen teema perustuu Kleinin makrorelaation määrittämisen kritisointiin. Pu ja May (1946, s. 285–298) arvostelivat Kleinin tapaa määrittellä makrotalouden malli a priori-perustein. Kolmas teema perustui vaihtoehtoisten tarkastelujen pohdintaan. Pu ja May asettivat tämän ongelman seuraavasti: minkälaisia taloudellisia mikrosuhteita tulee aggregoida ja miten laajasti? Neljäs keskustelun kohde on konsistentin aggregoinnin matemaattisten ehtojen ratkaiseminen (Nataf, 1948, s. 232–244).

3.2.1 Aggregaattien matemaattinen muoto

Keskustelu kokonaistaloudellisten muuttujien matemaattisesta muodosta perustuu Kleinin esittämien kahden aggregointikriteerin arvostelemiseen. Ensimmäisen kriteerin perusajatuksena on uskomus, että jos on olemassa tuotantofunktio, joka yhdistää yksityisen yrityksen tuotannon ja tuotannossa hyväksikäytetyt työvoima- ja pääomapalvelut, niin on olemassa myös funktio, joka yhdistää vastaavat aggregaattisuureet taloudesta kokonaisuutena tai mielivaltaiselle osalle sitä. Tämä uskomus perustellaan kahden oletuksen avulla:

1. oletuksella, että taloudessa on täydellinen kilpailu ja
2. oletuksella, että tarkasteltavat yritykset ja yritysten ryhmä maksimoivat voittoa.

Näissä olosuhteissa aggregoitavat rajatuottavuusyhtälöt pätevät. Pu kritisoi voimakkaasti Kleinin tapaa määrittellä tutkimusongelma. Kriittikki perustuu siis tuotantofunktion muodon ja siihen liittyvien ehtojen sekä aggregointifunktion a priori-perusteiseen määrittämiseen (1946, s. 299–302).

Pun esittämä kritiikki voidaan kiteyttää lyhyesti seuraavasti: Kleinin ensimmäisen kriteerin mukaan kokonaistuotanto X on riippumaton kokonaistyö- ja pääomapalveluiden jakautumisesta yli yritysten. Näin kokonaistuotanto X riippuu vain aggregaateista N ja Z . Tästä voidaan tehdä suora johtopäätös, että kokonaistuotanto on riippumaton siitä, miten työ ja pääomapanokset ovat jakaantuneet eri yrityksissä. Näin Pu esitti aiheellisesti, että jos kokonaistyövoima- ja pääomapanokset N ja Z pidetään vakioina, niin olivatpa ne jakaantuneet miten tahansa eri yritysten kesken, niin sillä ei ole taloudellista merkitystä kokonaistuotannon (X) kannalta (Pu s. 299).

3.2.2 Makromallin määrittäminen a priori -perustein

Tämä keskustelu liittyy keskeisesti mikro- ja makromallien keskinäiseen analogiaan. Klein tarkasteli tästä esimerkkinä Cobb-Douglas -tuotantofunktiota. Valinnan perusteita hän ei esittänyt, mutta ilmeisesti Cobbin ja Douglasin artikkeli (1928, s. 139-165) makrotaloudellisesta käyttäytymisestä vastaavanlaisella tuotantofunktiolla myötävaikuttivat Kleinin valintaan. Kyseisessä empiirisessä tutkimuksessa teorian yhteensopivuus tilastoaineiston kanssa oli hyvä. Näin käytännön evidenssi tuki teoriaa. Tämä perustelu ei kuitenkaan tee, vaikka usein luullaankin, kyseistä teoriaa sen todemmaksi suhteessa muihin teorioihin, koska a priori -perustein valitut mallit perustellaan usein pragmaattisesti. Lisäksi tilastoaineiston ja eri teorioiden hyvä yhteensopivuus taloudellisten ongelmien tutkimuksessa on enemmän sääntö kuin poikkeus. Tällöin useista "hyvistä teorioista", joita evidenssi tukee, on vaikeaa valita hyvien tilastollisten kriteerien mukaan parasta, joten pragmaattisesti perustellut mallit ja niiden hyvyyden arviointi on ongelmallista.

Edellä esitetyt ongelmat liittyvät keskeisesti tarkasteltavan mallin muuttujien ja todellisten taloudellisten entiteettien väliseen yhteensopivuuteen sekä niiden järkevään perustelemiseen. Jos tätä tutkimuksen vaihetta ei pohdita vakavasti, vaan asetetaan tarkasteltava malli ja siinä esiintyvät täsmällisesti spesifioidut funktiot a priori -perusteina, saattavat "kauniiden" laskentaoperaatioiden avulla saadut lopputulokset olla käytännön talouden kannalta täysin merkityksettömiä. Pu (s. 299-302) ja May (s. 285-298) esittivät, että muuttujien välistä funktionaalista riippuvuuden olemassaolon oletusta ei tarvitse tehdä. Näin analogia-ajatuksen mukainen mikro- ja makrofunktion täsmällinen spesifiointi ja siitä johtuvat ongelmalliset rajoitukset voidaan välttää. Pu ja Mayn mielestä makroteoria tulisi perustua hyvin tunnettujen aggregaattien välisiin suhteisiin perustelemalla nämä aggregaatit mikrotilastoyksiköiden luonteenomaisilla piirteillä ja niiden taloudellisella käyttäytymisellä. Lähestymistapa sallii siis erilaisen taloudellisen käyttäytymisen eri mikrotilastoyksiköille. Tämä ajatus liittyy läheisesti aggregoinnin peruslauseeseen perustuvaan aggregointiin mikroilta makrolle. Asian peruslähtökohdat analysoidaan myöhemmin kappaleessa 5.2.

3.2.3 Minkälaisia mikromuuttujia tulee aggregoida?

Tämä ongelma perustuu talousteoreettisesti ristiriitaisiin näkemyksiin kuvattavasta ongelmasta. Keskustelu liittyy Kleinin esille tuomaan teoreettiseen rajaukseen mikron ja makron välisestä analogiasta, mikä estää vapaamman pohdinnan aggregoitavista mikromuuttujista. Aggregoinnin kannalta tämä *Econometrica*-keskustelun osa-alue ei ole antoisa, koska aggregoinnissa ei kiinnitetä päähuomiota siihen, mitä aggregoidaan ja miten laajasti. Toisin sanoen aggregointiongelman ratkaisun tulisi sallia tar-

vittaessa mikrotilastoyksiköiden erilainen taloudellinen käyttäytyminen ja erilaiset mikrotaloudelliset mallit. Lisäksi mikrotaloudellisten mallien selittäjien olisi voitava vaihdella aggregointiratkaisussa eri mikrotilastoyksiköiden välillä. Aggregointiratkaisun on oltava näin mahdollisimman joustava talouden reaali-ilmiöihin nähden ja sen pitää soveltua periaatteessa minkälaisiin aggregointiongelmiin tahansa.

3.2.4 Konsistentin aggregoinnin ongelma

Klein ei esittänyt ensimmäisessä *Econometrica*-keskustelun artikkelissaan (s. 93-108) yleistä ratkaisua määrittelemälleen aggregointiongel-malle. Matemaattisen ratkaisun kehitti Nataf (1948, s. 232-244), joka ratkaisi aggregointisäännöt kahden hyödykkeen tapauksessa Kleinin analogiaongelmalle. Natafin ratkaisua kutsutaan konsistentiksi aggregoin-niksi ja sen ehdoton validisuuden ehto on, että kaikki funktiot (mikro-, makro- ja aggregointifunktiot) ovat additiivisesti separoituvia. Natafin teoreeman yleisen todistuksen suoritti ensimmäisenä Green (1964, s. 35-38). Myöhemmin mm. Van Daal ja Merkies (1981, s. 145-150) ovat todis-taneet Natafin teoreeman yleisessä muodossaan.

4 NATAFIN TEOREEMA JA EDUSTAVUUDEN KÄSITE (ANALOGIA)

Kleinin toi esiin vaatimuksen konsistentista aggregoinnista (1946a, s. 93-108; 1946b, s. 303-314). Hänen aggregointi-ongelmansa perustui täydelliseen analogiaan mikro- ja makromallin välillä. Vastaavaa ajatusta käytti Hicks (1939, s. 34-35) tarkastelemalla ainoastaan makrotuotantofunktiota, jonka taloudelliset lainomaisuudet vastasivat mikro- tuotantofunktion lainomaisuuksia. Näin konsistenttia aggregointia ja edustavuuden vaatimusta, analogiaa (edustava yritys, -kuluttaja), tulee tarkastella yhteisenä asiakokonaisuutena. Tällöin on helpompi ymmärtää kyseisen analyysin suorittamiselta vaadittavat ankarat matemaattiset ehdot, jotka Nataf esitti klassisessa *Econometrica*-artikkelissaan (1948, 17 s. 232-244). Analogia-ajatuksesta hyvän esimerkin lineaaristen mikro-oyhtälöiden tapauksessa antavat R.G.D. Allen (1964, kpl 20), J.S. Cramer (1971, s. 175-181) ja Y.O. Vartia (1979, s. 5-7).

4.1 Natafin teoreema

Nataf kehitti matemaattiset perusteet Kleinin analyysille. Hän tarkasteli Kleinin mikro- tuotantofunktioiden tapausta spesifioimattomassa funktiomuodossa kehittämällä aggregointifunktioiden ratkaisut kullekin aggregoitavalle mikro- funktion muuttujalle (1948, s. 243). Tässä Natafin teoreema esitetään kuitenkin yleisemmässä muodossa mukailien yhtälöiden (3.1) ja (3.2) merkintätapoja. Mikro- funktiot muotoillaan mielivaltaisille muuttujille m (kts. yht. (3.1)) ja aggregoidaan yli yksityisten päätösyksiköiden. Aggregoinnin kannalta on irrelevanttia, ovatko tarkasteltavat funktiot tuotanto-, kysyntä- tai tarjontafunktioita. Ne voivat olla mitä tahansa spesifioimattomia funktioita. Analyysissä on siis n mikro- käyt-

täytymisfunktioita $f_j: R^m \rightarrow R$ yksi kullekin mikrotilastoyksikölle tekijöin x_{ij} , jossa $j = 1, \dots, m$ on mielivaltaisten selittävien muuttujien lukumäärä.

Kysymme nyt, että onko olemassa aggregointifunktioita $g_j: R^n \rightarrow R$, joka aggregoi muuttujat x_{ij} aggregaateiksi x_j s.e.

$$(4.1) \quad x_j = g_j(x_{1j}, \dots, x_{nj}), \quad \forall j = 1, \dots, m.$$

Lisäksi kysymme, että onko olemassa aggregointifunktioita $G: R^n \rightarrow R$, joka aggregoi mikrotilouden riippuvat muuttujat aggregaatiksi y

$$(4.2) \quad y = G(y_1, \dots, y_n)$$

s.e. on olemassa makrofunktio $F: R^m \rightarrow R$

$$(4.3) \quad y = F(x_1, \dots, x_m)$$

Koko analyysi voidaan ilmaista funktiomuodossa seuraavasti (Van Daal & Merkies, 1981, s. 146):

$$(4.4) \quad F[g_1(x_{11}, \dots, x_{n1}), \dots, g_m(x_{1m}, \dots, x_{nm})] =$$

$$G[f_1(x_{11}, \dots, x_{1m}), \dots, f_n(x_{n1}, \dots, x_{nm})] =$$

$$H(x_{11}, \dots, x_{nm}) = y$$

Funktioita $H: R^{n \cdot m} \rightarrow R$ kaikista mikromuuttujista (= $n \cdot m$) kutsutaan "atomistiseksi makrofunktioksi". Suhdetta (4.4) voidaan kuvata seuraavasti (Van Daal & Merkies, 1981, s. 146):

$$\begin{array}{c}
 (4.5) \quad x_{11}, \dots, x_{1k}, \dots, x_{1m} \xrightarrow{f_1} y_1 \\
 \vdots \qquad \qquad \qquad \vdots \qquad \qquad \qquad \vdots \qquad \qquad \qquad \vdots \\
 \\
 x_{k1}, \dots, x_{kk}, \dots, x_{km} \xrightarrow{f_k} y_k \\
 \vdots \qquad \qquad \qquad \vdots \qquad \qquad \qquad \vdots \qquad \qquad \qquad \vdots \\
 \\
 x_{n1}, \dots, x_{nk}, \dots, x_{nm} \xrightarrow{f_n} y_n \\
 \downarrow g_1 \qquad \downarrow g_k \qquad \downarrow g_m \qquad \downarrow G \\
 \\
 x_1, \dots, x_k, \dots, x_m \xrightarrow{F} y,
 \end{array}$$

josta on helppo huomata aggregoinnin kaksijakoisuus. Toinen aggregointiformulaatio perustuu aggregointiin yli mikrotilastoyksiköiden (kuluttaja, yritys...) funktioin $g_j: R^n \rightarrow R, \forall j = 1, \dots, m$ ja toinen aggregointiin yli mikromuuttujien funktioin $f_i: R^m \rightarrow R, \forall i = 1, \dots, n$. Yksinkertaisin konsistentin aggregoinnin esitys saadaan lisäämällä plusmerkit kaikkien mikromuuttujien välille ja asettamalla yhtäläisyysmerkit kaikkien nuolien paikalle. Toinen konsistentin aggregoinnin lähestymistapa perustuu mikrofunktioiden additiiviseen separoituvuuteen. Tällöin korvaamme kaikki muuttujat niiden transformaatioilla ja määrittelemme kullekin mikrotilastoyksikölle seuraavan funktion:

$$(4.6) \quad y_i = k_i \{ \phi_{i1}(x_{11}) + \dots + \phi_{im}(x_{im}) \}, \quad \forall i = 1, \dots, n,$$

jossa funktioit k_i oletetaan bijektioiksi, ts. niillä tulee olla käänteisfunktiot. Vastaavasti aggregointiformulaatiot määritellään seuraavasti:

$$(4.7) \quad x_j = h_j \{ \phi_{1j}(x_{1j}) + \dots + \phi_{nj}(x_{nj}) \}, \quad \forall j = 1, \dots, m,$$

ja

$$(4.8) \quad y = N\{k_1^{-1}(y_1) + \dots + k_n^{-1}(y_n)\},$$

jossa funktiot h_j ja N oletetaan bijektioiksi. Tällöin yhtälön (4.5) mukainen esitys saa muodon

$$(4.9) \quad \begin{array}{l} \phi_{11}(x_{11}) + \dots + \phi_{1m}(x_{1m}) = k_1^{-1}(y_1) \\ \quad \quad \quad + \quad \quad \quad + \quad \quad \quad + \\ \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \\ \quad \quad \quad + \quad \quad \quad + \quad \quad \quad + \\ \phi_{n1}(x_{n1}) + \dots + \phi_{nm}(x_{nm}) = k_n^{-1}(y_n) \\ \quad \quad \quad " \quad \quad \quad " \quad \quad \quad " \\ h_1^{-1}(x_1) + \dots + h_m^{-1}(x_m) = N^{-1}(y) . \end{array}$$

Tässä lähestymistavassa kaikki mikro-, makro- ja aggregointifunktiot ovat additiivisesti separoituvia. Kyseistä teoriaa kutsutaan Natafin teoreemaksi. Nataf todisti teorian Kleinin analogia-ajatuksen tapauksessa, kun $m=2$ (1948, s. 232-244). Natafin teoreeman ovat todistaneet yleisessä muodossa Green (1964, s. 35-38) ja van Daal & Merkies (1981, s. 145-150).

Natafin teoreema. Tarkastellaan yhtälöä (4.5), jonka funktioiden ensimmäisen kertaluvun derivaatat eivät häviä. Välttämättömät ja riittävät ehdot yhtälön (4.4) konsistentille aggregoinnille ovat, että kaikki funktiot (mikro-, atomistinen makro- ja aggregointifunktiot) ovat additiivisesti separoituvia. Konsistentin aggregoinnin tapauksessa tämä tarkoittaa, että yhtälö (4.4) voidaan ilmaista seuraavasti:

$$(4.10) \quad y = \Phi\left\{ \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \phi_{ij}(x_{ij}) \right\}, \quad \forall i = 1, \dots, n, \quad j = 1, \dots, m,$$

jossa Φ ja ϕ_{ij} :t ovat yhden muuttujan reaaliarvoisia funktioita (van Daal & Merkies, 1981, s. 146).

Teoreeman todistamiseksi van Daal & Merkies esittävät kaksi lemmaa (s. 148), jotka perustuvat Leontiefin (1947) ja Greenin (1964, s. 12-15) kehitelmiin. Näiden kahden lemmän avulla todistus on kaksivaiheinen. Aluksi todetaan atomistisen makrofunktion H additiivinen separoituvuus. Todistuksen toinen osa perustuu muiden funktioiden additiivisen separoituvuuden todistamiseen (ks. Van Daal & Merkies, s. 148-149; Green, s. 35-38).

4.2 Edustavan kuluttajan ja yrityksen analyysit

Edustavan kuluttajan ja yrityksen teoriat liittyvät keskeisesti mikrotilastoyksiköiden keskiarvokäyttäytymisen mallintamiseen. Näin johdetut makromallit perustuvat yleensä seuraaviin lähtökohtiin:

1. Kaikkien mikrotilastoyksiköiden käyttäytyminen oletetaan samanlaiseksi.
2. Mikrotaloudellisten muuttujien selittäjät ja niiden väliset funktio-relaatiot oletetaan samanlaisiksi eri mikrotilastoyksiköillä.
3. Kaikkien aggregoitavien mikromuuttujien talousteoreettinen mallintaminen on yleensä staattista (klassinen talousteoria).

Nämä mikrotaloudesta tehdyt oletukset ovat äärimmäisen rajoittavia johdettaessa aggregoinnilla käyttökelpoista makromallia. Tällaisella makrotaloudellisten mallien johtamisella on kuitenkin erittäin pitkät teoreettiset perinteet. Tutkielmassa pyritään tässä yhteydessä lyhyesti valaisemaan em. teorianmuodostuksen oppihistoriallisia lähtökohtia, niiden perustelemista ja kehittymistä sekä niiden luotettavuuden ja realistisuuden arviointia.

Cournot kehitti ensimmäisenä kohtia 1-3 mukailevalla logiikalla keskiarvokäyttäytymiseen perustuvan makromallin. Hän ei osoittanut formaali-

sesti miten aggregaattikysyntäfunktio johdetaan. Sitä vastoin hän kehitti ajatuksen kysyjien lukumäärän kasvusta, mikä ajatuksena mukailee suurten lukujen lakia. Tämän "kysynnän lain" avulla Cournot uskoi kysyntäfunktion konvergoituvan funktioksi $F(p)$ tietyn periodin aikana. Koska kokonaiskysyntä on funktio tarkasteluperiodin keskiarvo hinnoista, niin kysyntäfunktio $F(p)$ on periodin yksityisten kysyntöjen keskiarvo (Theocharis, 1983, s. 138–140). Filosofisen perustan kyseiselle lähestymistavalle on yrittänyt antaa Jevons.

Jevons (The Principles of Science, s. 357–379) huomasi keskiarvon oleellisen merkityksen johdettaessa taloudellisia aggregaatteja. Hän uskoi, että keskiarvon avulla voidaan tehdä tutkittavasta ongelmasta hypoteettinen yksinkertaistus välttämällä sekä analyysin kompleksisuus että virheiden suorittaminen. Kyseistä keskiarvoa Jevons kutsui "kuvitteelliseksi keskiarvoksi" (fictitious mean), mikä itsessään ei kuvaa mitään todellista olemassa olevaa talouden tilaa. Kaikesta huolimatta Jevons uskoi, että kuvitteellisella keskiarvolla on erittäin keskeinen tieteellinen merkitys, koska sen avulla voidaan kuvata monista yksityiskohdista muodostuvaa tapausta ainoastaan yhdellä lopputuloksella – kuvitteellisella keskiarvolla.

Jevons esitti esimerkin ihmisen kehon tasapainopisteen muodostumisesta. Tämä Archimedeksen johtama ajatus esittää, että ihmisen kehon tasapainopiste on ainoastaan ja vain yhdessä pisteessä, johon kaikki kehon äärimmäisen pienten osasten painojen summat ovat keskittyneet. Näin koko kehon käyttäytymistä voidaan tarkastella tämän yhden ainoan tasapainopisteen avulla. Jevonsin kuvitteellisen keskiarvon ajatuksena oli siis tiivistää informaatio mikrotilastoyksiköistä yhteen ainoaan makrosuureeseen, minkä kokonaisinformaatio vastaa täsmälleen kaikkien mikro-

yksiköiden informaatiomäärää. Näin koko tutkittavan ongelman käyttäytymistä voidaan tarkastella yhteen pisteeseen keskittyneen informaatiomäärän avulla. Kyseinen piste on näin "edustava" suhteessa koko ilmiöön nähden.

Jevonsin filosofisella pohdinnalla on ollut erittäin suuri vaikutus myöhempään talousteoreettiseen keskusteluun. Keskiarvokäyttämisen mallintamiseen (=edustavuus) liittyi aluksi pelkästään ongelmien oleellisten erityispiirteiden luonnehtiminen. Tästä hyvänä esimerkkinä on Marschallin edustavan yrityksen kuvaileva analyysi (Marshall, Principles of Economics s. 317-320). Marshallin edustava yritys on luonteeltaan taloudellista käyttäytymistä kuvaileva eikä sitä ole talousteoreettisesti täsmällisesti spesifioitu makromalliksi.

Myöhemmille edustavuuden (tässä analogian) analyyseille on ominaista yhä enenevässä määrin spesifioida tarkastelu erilaisten oletusten avulla. Tästä hyvänä esimerkkinä on Kleinin konsistenttiin aggregointiin liittyvä edustavan yrityksen analyysi. Siinä tarkastelu suoritettiin äärimmäisen rajoitetussa muodossa a priori -perustein valitulle Cobb-Douglas -tuotantofunktiolle. Rajoitukset keskiarvokäyttämisen mallintamiseksi perustuivat tuolloin oletuksiin talouden olemuksesta, toisin sanoen a) oletukseen analogian olemassaolosta, b) oletukseen täydellisestä kilpailusta ja c) oletukseen rajatuottavuusehtojen tyydyttämisestä mikro- ja makrotaloudessa (Klein, 1946, s. 93-108 & s. 303-314). Tällä tavoin määritelty keskiarvokäyttämisen ajautuu äärimmäisen rajoittavien olosuhteiden tarkastelemiseen, joka on mielekäs ongelmanasettelu vain hypoteettisessa mielessä.

Vastaavalla tavalla edustavan kuluttajan teoria rajoittuu toisaalta kuvaileviin ja toisaalta oletuksilla määriteltyihin analyyseihin. Esimerkkinä kuvailevasta analyysistä "keskiarvokuluttajan" määrittelemiseksi esittää Hicks (1939 s. 34–35). Hänen mukaansa markkinakysyntä omaa lähes täsmälleen samat ominaisuudet kuin yksityinen kysyntä. Kokonaiskysynnässä tapahtuneen muutoksen Hicks esitti aiheutuvan yksityisten kysyntöjen tulo- ja substituutiovaikutuksista. Kokonaiskysynnän muutos on näin summa vastaavista yksityisten kysyntöjen muutoksista. Hicks korosti substituutiovaikutuksen merkitystä ja totesi, että tulovaikutuksiin ei aggregointiteoreettisesti tule välttämättä kiinnittää huomiota.

Hicksin kuvailevan edustavan kuluttajan analyysin vastakohtana ovat ns. globaalisti integroituvat edustavan kuluttajan markkinakysynnän analyysit. Nämä teoreettiset tarkastelut perustuvat oletuksiin kuluttajan käyttäytymisestä ja toisaalta konsistenttiin aggregointiin mikroilta makrolle. Ensimmäisen tällaisen analyysin kehitti Gorman (1953, s. 63–80). Tämä on kuitenkin erikoistapaus Muellbauerin (1975 s. 525–543 ja 1976, s. 979–999) yleisemmästä tarkastelusta, joka sallii myös Engelkäyrien ei-lineaarisuuden. Muellbauerin edustavan kuluttajan analyysin logiikka vastaa Kleinin analogia-ajatusta edustavan yrityksen tapauksessa, koska myös Muellbauer spesifioi sekä mikro- (kuluttajan optimointikäyttäytyminen) että makrotaloudellisen käyttäytymisen (edustavan kuluttajan optimointikäyttäytyminen) ennen aggregoinnin suorittamista. Tarkastelun lopputulos riippuu näin voimakkaasti mikro- ja makrotaloudellisesta käyttäytymisestä tehdyistä oletuksista. Tästä antaa hyvän esimerkin W. Hildenbrand (1983, s. 997–1019), joka tarkasteli markkinakysynnän odotusarvon määräytymistä. Hän oletti yksilöiden preferenssit samoiksi, mutta yhteiskunnan preferenssirelaatioiden muodosta (edusta-

van kuluttajan preferenssit) Hildenbrand ei tehnyt oletuksia. Aggregoimalla yksilöiden optimoinnissa tulostuneet kysyntäfunktiot markkinakysyntäfunktioiksi, Hildenbrand huomasi laadullisen eron yksityisten kysyntäfunktioiden ja markkinakysyntäfunktion välillä (Hildenbrand, 1983, s. 997–998). Laadullinen ero perustuu siihen, että hyödykkeen hinnan muutoksesta aiheutuva tulovaikutus saattaa olla jollakin kulumenon arvolla positiivinen joillekin yksilöille ja joillekin se voi olla negatiivinen. Vastaava tulovaikutusten keskiarvo (makrosuure) on kuitenkin aina negatiivinen. Tämä tarkoittaa sitä, että yksilöiden kysyntäfunktiot voivat omata sellaisia ominaisuuksia, joita markkinakysyntäfunktiossa ei ole. Muellbauerin analyysi ei salli em. ongelmaa.

Hildenbrandin analyysi pyrki osoittamaan teoreettisesti sen, että "edustavan kuluttajan" käsite ei yksinkertaista kuluttajan valintateorian analyysia, vaan päinvastoin se saattaa olla harhaanjohtava (Hildenbrand, 1983 s. 998).

Edustavan kuluttajan käyttäytyminen perustuu yksilöiden ryhmäkäyttämisen mallintamiseen. Modernissa taloustieteessä tähän on liitetty erilaisia hypoteettisia oletuksia yksilöiden preferensseistä. Hicks esitti, että oletuksiin perustuvat hypoteesit kuluttajan preferensseistä on testattava tilastollisesti. Ryhmän käyttäytymiseen liittyvät testit ovat johtopäätösten osalta valideja, jos kaikki ryhmän jäsenet ovat taloudellisesti samanlaisia. Testien suorittamisen edellytyksenä on siis, että "keskiarvokäyttämisen" (edustavuus) mallintaminen on järkevää ainoastaan äärimmäisen homogeeniselle ryhmälle (1956, s. 55–58).

Erilaisten kysyntäjärjestelmien käyttäytymishypoteeseja on testattu tilastollisesti erittäin paljon 1960-luvulta lähtien. Luotettavien johtopäätösten tekemisen ehdoton edellytys on, että kysyntäjärjestelmään liittyvät käyttäytymishypoteesit tulevat kaikki tilastollisesti hyväksytyiksi. Hyviä empiirisiä esimerkkejä ko. testien suorittamisesta on runsaasti (ks. Theil, 1974; Christensen, Jorgenson & Lau, 1976). Christensenin, Jorgensonin ja Laun empiirinen tarkastelu osoittaa, että lähes kaikki käyttäytymishypoteesit tulevat hyläytyiksi. Tämä on hyvä esimerkki siitä, kuinka äärimmäisen rajoittavaa edustavan kuluttajan teoria on makrotaloudellisen käyttäytymisen tarkastelemisessa.

5 MIKROYHTÄLÖIDEN AGGREGOINTI YHDEKSI MAKROYHTÄLÖKSI

Aggregointiteoreettinen tarkastelu jaetaan tutkielmassa kahteen asiakokonaisuuteen: analogia-ajattelua mukailevaksi konsistentiksi aggregoinniksi (Klein 1946, s. 93-108 ja 303-312) ja aggregoinnin peruslauseeseen perustuvaksi aggregoinniksi (Edgren, Turkkila & Vartia 1978 s. 15). Esimerkinomaisesti analyysi läpiviedään molemmissa lähestymistavoissa lineaarisin mikroyhtälöin. Molemmat aggregointiratkaisut voidaan helposti johtaa myös osittaisesti heikosti separoituville mikrofunktioille ja funktioille, jotka eivät ole additiivisesti tai heikosti separoituvia (ts. vielä joustavammille mikrorelaatioille) (ks. esim. Deaton & Muellbauer, 1980). Lisäksi Y. Vartia (1979) on johtanut aggregoinnin peruslauseen ratkaisun kvadraattisille funktioille, mutta ko. aggregointiratkaisu on ilmeisesti johdettavissa myös korkeammanasteisille polynomeille. Molempia aggregointitapoja voidaan siis helposti kehittää yleisemmiksi ratkaisuiksi. Tutkielmassa ei kuitenkaan pyritä tutkimusongelman tarpeettomaan matematisointiin ja komplisoidumpiin kalkyyliihin, koska ne saattavat hämärtää koko tutkimusongelman ja aiheuttaa tarpeettomia hankaluuksia siihen liittyvien ongelmien selvittämisessä.

5.1 Lineaaristen mikroyhtälöiden aggregointi yli kuluttajien analogia-ajattelua mukaillen

Tarkastellaan yhden hyödykkeen kokonaiskysynnän muodostumista. Taloudessa on n yksityistä kuluttajaa ($i = 1, \dots, n$), joten ongelmana on aggregoida n mikroyhtälöä yhdeksi makroyhtälöksi. Kiinnostuksen kohteena on se, kuinka mikromuuttujat ja niiden relaatiot voidaan johtaa makromuuttujiksi ja niiden välisiksi relaatioiksi? Kuten edellisessä kappa-

Teessa esitettiin, tarkasteltavat n mikroyhtälöä ovat lineaarisia, joten mikromuuttujien $\{q_i, y_i, p\}$ välillä vallitsee lineaarinen riippuvuus seuraavasti:

$$(5.1) \quad q_i = \alpha_i + \beta_i y_i + \gamma_i p, \quad i = 1, \dots, n,$$

jossa q_i on i :nnen yksilön kysyntä, y_i vastaava tulo ja p hyödykkeen hinta. Tarkasteltavan hyödykkeen hinta oletetaan kaikille yksilöille samaksi. Jokaisella kuluttajalla on siis oma käyttäytymisfunktionsa $g_i: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ siten, että

$$(5.2) \quad g_i(y, p) = \alpha_i + \beta_i y + \gamma_i p$$

ja kaikilla $\{q_i, y_i, p\}$ -arvoilla pätee

$$(5.3) \quad q_i = g_i(y_i, p).$$

Lineaarisen kysyntäyhtälön parametrit tulkitaan seuraavasti: α_i on leikkauspiste, β_i on i :nnen yksilön rajakulutusalttius ja γ_i on hinnan muutoksen marginaalinen vaikutus kysyntään.

Analogia-ajattelun perusta muodostuu oletuksesta, että mikro- ja makrotaloudessa muuttujien välillä vallitsee samanlainen riippuvuus. Näin hyödykkeen kokonaiskysyntää voidaan kuvata lineaarisella makroyhtälöllä

$$(5.4) \quad q = \alpha + \beta y + \gamma p,$$

jossa q on hyödykkeen kokonaiskysyntä, y on kokonaistulot ja p on hyödykkeen hinta. Parametrit $\{\alpha, \beta, \gamma\}$ ovat tulkinnaltaan mikroyhtälön parametreja vastaavia makroparametreja. Analogia-ajattelu esittää siis, että on olemassa makrokäyttäytymistä kuvaava funktio $G: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ siten, että

$$(5.5) \quad G(y,p) = \alpha^* + \beta^*y + \gamma^*p$$

ja kaikilla $\{q,y,p\}$ -arvoilla pätee, että

$$(5.6) \quad q = G(y,p).$$

Perusongelmana on, kuinka aggregointia hyväksi käyttäen voidaan päätyä mikron ja makron väliseen analogiaan? Kokonaiskysynnän q määrittämisessä ei esiinny ongelmia ja sitä voidaan esittää seuraavasti: $q = \sum_{i=1}^n q_i$. Ongelmana on sitä vastoin mikromuuttuja yksityisistä tuloista, jotka tulee aggregoida yhdeksi makromuuttujaksi y (= kokonaistulo). Summaamalla yhtälö (5.1) yli i :n ($i = 1, \dots, n$) saadaan

$$(5.7) \quad \sum q_i = \sum \alpha_i + \sum \beta_i y_i + \sum \gamma_i p,$$

joka esittää, että hyödykkeen kokonaiskysyntä riippuu kaikista yksilöiden tuloista. Ongelmana on siis määrätä aggregointisäännöt siten, että makroyhtälö (5.5) toteutuu. Nämä säännöt voidaan ratkaista seuraavasti:

$$(5.8) \quad \left\{ \begin{array}{l} \alpha^* = \sum \alpha_i, \quad \gamma^* = \sum \gamma_i \\ \beta^* = \bar{\beta} = \frac{1}{n} \sum \beta_i \quad \text{määrittämällä, että} \\ y = \frac{1}{\bar{\beta}} \sum \beta_i y_i \end{array} \right.$$

Yhtälön (5.8) aggregointisäännöt ovat ratkaisu täsmällisen lineaarisen makroyhtälön (5.5) esiintymiselle perustuen n lineaariseen mikroyhtälöön. Makroparametrien tulkinnat ovat seuraavat: α^* on summa kaikista mikroyhtälöiden leikkauspisteistä, β^* on kokonaistulon rajakulutusalttius (keskiarvo kaikista yksilöiden rajakulutusalttiuksista) ja γ^* on summa yli yksilöiden kaikista hinnan muutoksen marginaalisista vaikutuksista kysyntään. Tarkastelemalla täsmällisemmin edellä esitettyä Allenin (Mathematical Economics, 1959, s. 694-699) aggregoinnin rat-

kaisua, huomataan helposti sen ongelmalliset piirteet. Ongelman ydin perustuu kokonaistulon y spesifiointiin. Allen painotti tulot yksilöiden rajakulutusalltiuksilla. Tällöin suurimman painon saavat ne kuluttajat, joiden rajakulutusalltiuus on suurin tulojen kasvaessa. Lisäksi, jos tulojen rajakulutusalltiudet poikkeavat toisistaan eri hyödykkeiden välillä, kokonaistulon määritelmiä on yhtä monta kuin hyödykkeitä taloudessa. Erityisen pulmallista on, että kokonaistuloa y ei voida määrätä tuntematta yksilöiden rajakulutusalltiuksia - se ei ole "otosuure".

Allenin aggregointiongelman ratkaisu perustuu analogia-ajatteluun, mutta se ei johda yksinkertaisiin aggregaattimuuttujien välisiin suhteisiin. Perusongelmaksi aggregoinnissa muodostuu uskomus, että summa-termi $\sum \beta_i y_i$ ja täsmällinen kokonaistulo y eivät ole eroteltavissa. Tähän virheelliseen johtopäätökseen päätyy myös Cramer (1971 s. 176), joka esittää aggregointiongelman ratkaisemiseksi seuraavan oletuksen:

$$(5.9) \quad \alpha_i = \alpha; \beta_i = \beta; \gamma_i = \gamma, \quad \forall i = 1, \dots, n.$$

Cramer oletti siis, että kaikkien kuluttajien mikroparametrit ovat saman suuruiset. Ts. kaikkien kuluttajien kulutuskäyttäytyminen on täsmälleen samanlaista tuloista ja hinnasta riippumatta. Vastaavan oletuksen teki myös Klein (1946, s. 93-108; s. 303-312). Nyt tarkastellaan siis mikroyhtälöitä, joissa muuttujien (q_i, y_i, p) välillä vallitsee lineaarinen vakiokertoiminen riippuvuus seuraavasti:

$$(5.10) \quad q_i = \alpha + \beta y_i + \gamma p, \quad i = 1, \dots, n.$$

Parametrit (α, β, γ) ovat samoja kaikille yksilöille. Vastaava analogia-ajatteluun perustuva makroyhtälö on

$$(5.11) \quad q = \alpha^* + \beta y + \gamma^* p, \quad \text{jossa } \alpha^* = n\alpha, \gamma^* = n\gamma, q = \sum q_i, y = \sum y_i.$$

Parametri β vastaa täsmällisesti tulkinnaltaan ja suuruudeltaan mikroyhtälön vastaavaa parametria. Tämä analogia-ajatuksen ratkaisu on erittäin rajoittava ja epärealistinen. Tästä huolimatta ko. aggregointi-idea on yleisesti käytetty erilaisten kysyntäsystemien johtamisessa (ks. Deaton & Muellbauer, 1980a).

Allenin esittämä makroyhtälö voidaan esittää myös toisin. On olemassa siis makrokäyttäytymistä kuvaava funktio $G: R^2 \rightarrow R$ s.e.

$$(5.12) \quad G(y,p) = \alpha^* + \beta^*y + \gamma^*p$$

jossa

$$(5.13) \quad \begin{aligned} \alpha^* &= \sum \alpha_i, \quad \gamma^* = \sum \gamma_i, \\ \beta^* &= \frac{\sum \beta_i}{\sum y_i} y_i = \sum \beta_i \frac{y_i}{y} = \sum w_i \beta_i, \\ y &= \sum y_i \end{aligned}$$

ja näin kaikilla (q,y,p) -arvoilla pätee, että

$$(5.14) \quad \sum q_i = q = G(y,p|\alpha^*,\beta^*,\gamma^*).$$

Tämä aggregointiratkaisu on ongelmallinen, eikä ratkaistu makromalli ole yksikäsitteisesti tulkittavissa. Ongelma perustuu makromallin "kertoimen", β^* , ratkaisuun. Se ei ole enää parametri, vaan funktio yksityisistä tuloista - täsmällisemmin funktio tulovektorista $y' = (y_1, \dots, y_n)'$. Tällöin makrokäyttäytymistä kuvaava yhtälö (5.12) voidaan kirjoittaa muotoon:

$$(5.12^*) \quad q = \alpha^* + \beta^*(y)y + \gamma^*p,$$

jossa yhtälön parametrien ja muuttujien tulkinnat vastaavat yhtälön (5.5) tulkintoja lukuunottamatta funktiota $\beta^*(y)$, jonka taloudellinen sisältö

on aggregoinnissa muuttunut. $\beta^*(y)$ ei ole makromallissa enää vakio vaan saattaa muuttua voimakkaasti yksilöiden tulojen muuttuessa. Makromalli (5.14) ei ole kuitenkaan aggregointiratkaisuna kelvoton, koska sille löytyy kaksi hyvin perusteltua ratkaisua. Ensimmäistä aggregointiratkaisua voidaan kutsua ns. "pennilinjan" ja toista ns. "prosenttilinjan" mikro-makro -ratkaisuksi (mic-mac -ratkaisu). Pennilinjan ongelma voidaan esittää seuraavasti: Mikä on suureen $q = \sum q_i$ muutos (ceteris paribus), kun kaikki tulot y_i kasvavat yhden yksikön: $y_i \rightarrow y_i + 1$? Ratkaisu on seuraavanlainen. Tarkastellaan kokonaiskysynnässä q tapahtuvaa muutosta Δq , joka johtuu yksikön suuruisista muutoksista kaikissa yksilöiden tuloissa. Tätä kysynnän muutosta ceteris paribus -ehdon alaisuudessa voidaan esittää seuraavasti:

$$\begin{aligned}\Delta q &= \sum \beta_i (y_i + 1) - \sum \beta_i y_i \\ &= \sum \beta_i,\end{aligned}$$

joka on makromallin rajakulutusalttius, kun kaikki tulot muuttuvat saman absoluuttisen määrän.

Vastaava prosenttilinjan ongelma voidaan esittää seuraavasti: Mikä on kokonaiskysynnässä tapahtuva muutos ∇q (ceteris paribus), kun kaikki yksilöiden tulot y_i muuttuvat saman suhteellisen määrän: $y_i \rightarrow y_i(1+\delta)$? Parametri δ ilmaisee muutoksen suuruuden ts. $100 \cdot \delta$ % kuvaa tulojen prosenttimuutosta. Ratkaisu on kaksiosainen. Aluksi tarkastellaan kokonaiskysynnässä q tapahtuvaa muutosta Δq , kun kaikki tulot y_i muuttuvat saman suhteellisen osuuden verran. Tätä tilannetta voidaan esittää seuraavasti:

$$\begin{aligned}\Delta q &= \sum \beta_i (y_i + \delta y_i) - \sum \beta_i y_i \\ &= \sum \beta_i y_i (1 + \delta) - \sum \beta_i y_i \\ &= \delta \sum \beta_i y_i.\end{aligned}$$

Toisessa aggregointiratkaisun osassa rajataan tarkastelu makromallin rajakulutusalltiuden ratkaisemiseen. Sitä voidaan esittää seuraavasti:

$$\frac{\Delta q}{\Delta y} = \frac{\delta \sum \beta_i y_i}{(1+\delta) \sum y_i - \sum y_i}$$

$$= \frac{\delta \sum \beta_i y_i}{\delta \sum y_i} = \beta^*(y) ,$$

jossa rajakulutusalltius vastaa täsmällisesti makromallin (5.12*) rajakulutusalltiutta. Tarkempi tarkastelu osoitti, että aggregointiratkaisu on analogia-ajatuksena käyttökelpoinen ja suositeltava teoreettisissa analyyseissa. Ratkaisulla voidaan välttää Cramerin (1971, s. 176) ja Kleinin (1946, s. 93-108 & s. 303-312) ankarat oletukset mikroparametreista (mikrotaloudellisesta käyttäytymisestä).

Aggregointi yli hyödykkeiden analogia-ajattelua mukaillen suoritetaan täsmälleen samoin kuin aggregointi yli kuluttajien. Näin tämän lähestymistavan kertaaminen ei tuo lisänäkemyksiä aggregointiongelman ratkaisuun, joten sen esittäminen on tässä yhteydessä tarpeetonta.

5.2. Aggregoinnin peruslauseeseen perustuva aggregointi yli kuluttajien

Tarkastellaan yhä samaa mikroteoreettista mallia kuin edellisessä kappaleessa yleisen vertailtavuuden takia. Aggregointiperiaatteen lähtökohdat perustuvat siis yhtälöiden (5.1)–(5.3) kokonaisuuteen, jossa yhtälöt (5.2) ja (5.3) määrittelevät täsmällisesti deterministisen yhtälön (5.1). Tarkastellaan nyt kokonaiskulutuksen muodostumista. Sitä voidaan kuvata yksinkertaisella summalausekkeella seuraavasti:

$$\begin{aligned}
 (5.15) \quad q &= \sum q_i \\
 &= \sum (\alpha_i + \beta_i y_i + \gamma_i p) \\
 &= \sum \alpha_i + \sum \beta_i y_i + \sum \gamma_i p
 \end{aligned}$$

Kuten edellisessä kappaleessa esitettiin, ongelmaksi muodostuu summatermi $\sum \beta_i y_i$. Sen ratkaisemiseksi Edgren, Turkkila ja Vartia (1978 s. 15) ja Vartia (1979, s. 9-11) esittävät aggregoinnin peruslausetta

$$(5.16) \quad \sum w_i \beta_i y_i = \bar{\beta} \bar{y} + \text{cov}(\beta, y),$$

jossa $\bar{\beta} = \sum w_i \beta_i$, $\bar{y} = \sum w_i y_i$ ja w_i on jokin ei-negatiivisten painojen vektori, jonka summa on yksi. Jos valitaan painoiksi $w_i = 1/n$, $\forall i = 1, \dots, n$, niin $\bar{\beta}$ ja \bar{y} ovat aritmeettisiä keskiarvoja rajakulutusalttiuksista ja tuloista.

Tällöin summalause $\frac{1}{n} \sum \beta_i y_i$ saa muodon:

$$(5.17) \quad \frac{1}{n} \sum \beta_i y_i = \left(\frac{1}{n} \sum \beta_i \right) \left(\frac{1}{n} \sum y_i \right) + \text{cov}(\beta, y), \quad i = 1, \dots, n,$$

ja kertomalla se n :llä saadaan

$$\begin{aligned}
 (5.18) \quad \sum \beta_i y_i &= \bar{\beta} \cdot \sum y_i + n \text{cov}(\beta, y) \\
 &= \bar{\beta} \cdot y + n \text{cov}(\beta, y)
 \end{aligned}$$

Soveltamalla yhtälön (5.18) ratkaisua yhtälöön (5.15) saadaan:

$$(5.19) \quad \sum q_i = q = \alpha + \bar{\beta} y + \gamma p + n \text{cov}(\beta, y),$$

jossa q on hyödykkeen kokonaiskysyntä, y on kokonaistulot, p on hyödykkeen hinta, α on mikroyhtälöiden leikkauspisteiden summa, γ esittää hinnan muutoksen vaikutusta kokonaiskysyntään (ts. $\gamma = \sum \gamma_i$) ja $\bar{\beta}$ on aritmeettinen keskiarvo kuluttajien rajakulutusalttiuksista. Nyt on

keskeistä huomata, että makroyhtälö (5.19) sisältää ylimääräisen selittävän tekijän, $n \text{ cov}(\beta, y)$. Se kuvaa rajakulutusalltiuksien β_i ja tulojen y_i yhdistettyä variointia (kovariointia) kerrottuna kuluttajien lukumäärällä n .

Y. Vartia (1979 s. 9-12) on esittänyt kovarianssitermin olemassaolon ehdot seuraavasti ($w_i = \frac{1}{n}$, $\forall i = 1, \dots, n$):

$$(5.20) \quad \text{Cov}(\beta, y) = 0, \text{ jos } \left\{ \begin{array}{l} \text{var}(\beta) = 0 \text{ ja/tai} \\ \text{var}(y) = 0 \text{ ja/tai} \\ \beta \perp y, \text{ jolloin } r(\beta, y) = 0, \end{array} \right.$$

jossa $\text{var}(\beta)$ ja $\text{var}(y)$ ovat variansseja rajakulutusalltiuksista ja tuloista. $r(\beta, y)$ on puolestaan ko. suureiden välinen korrelaatiokerroin.

Tarkastelemalla makroyhtälöä (5.19), huomataan, että kokonaiskulutus q riippuu kokonaistulosta y , hyödykkeen hinnasta p sekä kovarianssista $\text{cov}(\beta, y)$. Toisin sanoen on olemassa funktio $G: R^3 \rightarrow R$ s.e.

$$(5.21) \quad G(y, p, \text{cov}(\beta, y)) = \alpha + \bar{\beta}y + \gamma p + n \text{ cov}(\beta, y)$$

ja kaikilla $\{q, y, p, \text{cov}(\beta, y)\}$ -arvoilla pätee:

$$(5.22) \quad q = G(y, p, \text{cov}(\beta, y)) .$$

Kokonaiskulutusta selitettäessä kovarianssi $\text{cov}(\beta, y)$ on täysin kokonaistuloon y ja hyödykkeen hintaan p rinnastettava selittävä muuttuja.

Aggregoinnin peruslauseeseen perustuva aggregointi yli hyödykkeiden toteutetaan täsmälleen samojen periaatteiden mukaan kuin aggregointi yli yksilöiden, joten sen tarkastelu ei tässä yhteydessä ole tarpeen.

Samoin per capita kulutuksen analysointia ei suoriteta erikseen, vaan yleisluonteisesti voidaan todeta, että toivottuun keskimääräistä kulutusta esittävään malliin päästään jakamalla yhtälö (5.19) yksinkertaisesti yksilöiden lukumäärällä n (kts. Y. Vartia, 1979 s. 1-11).

Aggregoinnin peruslauseen ratkaisussa on oleellista, että se ei vaadi lisäoletuksia mikrotilastoyksiköiden taloudellisesta käyttäytymisestä. Toisin sanoen eri yksilöiden tulojen muutoksesta aiheutuneet kysynnän muutokset voivat poiketa toisistaan. Aggregoinnin peruslauseen avulla voidaan siis ratkaista helposti kahden satunnaissuureen (β_i ja y_i) summalause (ts. summatermi $\sum \beta_i y_i$). Aggregoinnin peruslauseen avulla johdettu makromalli (5.19) muodostuu analogia-ajatuksen makromallista (esim. (5.11)) ja kovarianssitermistä. Kovarianssitermi korjaa analogia-oletuksesta aiheutuvan aggregaattivirheen makromallista, mikäli mikrotilastoyksiköiden (esim. kuluttajien) taloudellinen käyttäytyminen ei ole samanlaista kaikilla yksilöillä.

6 STAATTISTEN KYSYNTÄYHTÄLÖIDEN AGGREGOINTI YHDEKSI MAKRO- MALLIKSI

Kappaleessa 5 esitetty ongelma voidaan ratkaista esimerkiksi tilastollisesti spesifioituilla mikroyhtälöillä. Nämä aggregointiratkaisut johdetaan tässä tutkimuksen osassa aggregoinnin peruslausetta mukaillevalle ongelmanasettelulle. Analogia-ajatuksen mukaista makromallia ei johdeta erikseen. Se on kuitenkin helposti ratkaistavissa, koska se perustuu oletukseen, että taloudelliset lainomaisuudet ovat samat sekä mikro- että makrotaloudessa. Toisin sanoen ainoana analogia-ajatuksen ongelmana on täsmällisen makromallin määrittelyminen. Ratkaistu staattinen makromalli on tällöin valmis estimoitavaksi, eikä hyödykeryhmien malleja tarvitse estimoida erikseen.

Yksityiset kulutusmenot jaetaan uuden kansantalouden tilinpidon mukaan 45 hyödykeryhmään. Tämä jaottelu on kuitenkin ongelmallinen useastakin syystä. Näistä ongelmista keskustellaan tilastoaineistoa esittävässä kappaleessa 8.2, jossa esitetään myös aggregoitavien hyödykeryhmien vaihtoehtoinen ryhmittely. Tässä yhteydessä tarkastellaan ensisijaisesti hyödykeryhmien staattisten kysyntäyhtälöiden aggregointia ja siihen liittyviä teoreettisia ongelmia. Tavanomainen tapa staattisen regressiomallin muodostamiseksi hyödykkeen kysytystä määrästä on tarkastella kysyntämallia kokonaislogaritmisena (kaksoislogaritmisena) funktiona sen argumenteista: reaalisista kulutusmenoista ja suhteellisista hinnoista. Suomalaisissa tämän ongelma-alueen analyyseissa on sovellettu lähes poikkeuksetta tätä funktiomuotoa, johon on mahdollisesti liitetty joitakin lisäselittäjiä edellä mainittujen selittäjien lisäksi. Tällaisista yksinkertaisista staattisten kysyntäyhtälöiden mallintamisista esimerkkinä voidaan mainita Marjomaan (1969), Hämäläisen (1973), Väisä-

sen (1980) ja Virénin (1983) ongelmaan liittyvät ratkaisut. Lisäksi Mellinin (tutkimusraportit no 41, 1983 ja no 55, 1985) kulutusmenojen analysointi Suomessa staattisten kysyntäyhtälöiden tapauksessa perustuu tähän teemaan. Nämä kysyntämallit ovat pääasiallisesti yksityisen kulutuksen hyödykeryhmittäistä jakaantumista kuvaavia malleja. Tutkielmassa pyritään osoittamaan, että nämä mallit eivät sovellu aggregoinnin lähtökohdaksi johdettaessa yhtä staattista makromallia.

Kappaleessa 6.3 kehitetään vaihtoehtoinen keynesiläinen ongelmanasettelu aggregoinnille. Tutkimusongelma liittyy samoin kuin aikaisemmatkin analyysit suuressa määrin suhteellisten muutosten hyväksikäyttöön. Tämän takia on keskeistä tarkastella suhteellisten muutosten mittaamiseen liittyviä ongelmia omana kappaleena. Suhteellisten muutosten valinta analyysin perustaksi liittyy niiden hyviin ominaisuuksiin indeksilukuteoreettisesti. Tutkimuksessa tarkasteltavat eri hyödykeryhmien kulutusmenot eivät ole per capita-suureita, vaan kokonaiskulutusmenoja eri ajankohtina. Tämän takia kuluttajan valintateorian merkitys tutkimuksessa on erittäin vähäinen.

6.1 Suhteellisten muutosten mittaaminen

Tarkastellaan suhteasteikolla mitattavaa muuttujaa (esim. hinta, volyyymi ja arvo) ja tämän muuttujan suhteellisten muutosten indikaattoreita. Suhteellisten muutosten etuna absoluuttisiin muutoksiin nähden on, että ne ovat pelkkiä lukuja ja ovat riippumattomia mittayksiköstä. Näin ollen ne ovat suoraan vertailukelpoisia muuttujille, joilla on eri mittayksikkö. Y. Vartia (1976a & 1976b) ja Törnqvist, P. Vartia & Y. Vartia (1985) ovat esittäneet erilaisia suhteellisten muutosten mittaamisen tarkastelumahdollisuuksia. Tässä yhteydessä niistä esitetään ainoastaan tutkimusongelman kannalta oleelliset lähestymistavat.

Törnqvist, P. Vartia & Y. Vartia (1985, s. 44) esittävät esimerkkeinä kymmenen erilaista suhteellisen muutoksen indikaattoria $H(y/x)$. Näistä kaksi viimeistä ovat tässä tutkimuksessa erittäin keskeisiä. Ne ovat

$$(6.1) \quad H(y/x) = (y-x)/K(x,y) \text{ ja}$$

$$(6.2) \quad H(y/x) = \log(y/x) ,$$

joissa \log on luonnollinen logaritmi ja $K(x,y)$ mikä tahansa (x,y) -arvojen keskiarvo. Yhtälön (6.1) mukaisia suhteellisen muutoksen indikaattoreita on useita, mutta tutkimusongelman aggregoinnissa painorakenteita määriteltäessä rajoitutaan tilanteeseen, jossa $K(x,y) = L(x,y)$. $L(x,y)$ on x - ja y -arvojen logaritmien keskiarvo ja sille pätee: $G(x,y) \leq T(x,y) \leq L(x,y) \leq M(x,y)$, jossa G , T ja M ovat geometrinen, Theilin ja aritmeettinen keskiarvo (Y. Vartia, 1976a, s. 122). x - ja y -arvojen logaritminen keskiarvo voidaan ilmaista seuraavasti:

$$(6.3) \quad L(x,y) = \begin{cases} (y-x)/\log(y/x), & \text{kun } x \neq y \\ x, & \text{kun } x = y. \end{cases}$$

Kahden luvun keskiarvon $K(x,y)$ ja siis myös logaritmisen keskiarvon $L(x,y)$ on tyydytettävä seuraavat ominaisuudet (Törnqvist, P. Vartia & Y. Vartia, 1985, s. 44):

$$(6.4) \quad \left\{ \begin{array}{l} 1. \text{ Keskiarvon ominaisuus: } \min(x,y) \leq K(x,y) \leq \max(x,y), \\ 2. \text{ Jatkuvuus: } K(x,y) \text{ on jatkuva,} \\ 3. \text{ Homogeenisuus: } \forall a > 0 \rightarrow K(ax,ay) = aK(x,y), \\ 4. \text{ Symmetrisyys: } K(x,y) = K(y,x). \end{array} \right.$$

Yhtälöiden (6.1) ja (6.2) suhteellisen muutoksen indikaattoreita sovelletaan toisaalta differenssimallien selittävien ja selitettävien muut-

tujen määrittämisen ja toisaalta aggregoitavien kysyntäyhtälöiden painorakenteiden määrittämiseen. Näistä kysyntäanalyysiin liittyvistä asioista keskustellaan lähemmin kappaleissa 6.3, 6.4 ja 6.5.

Logaritmissen keskiarvon, $L(x,y)$, valinta analyysin perustaksi muodostettaessa aggregoinnissa käytettävää painorakennetta perustuu ko. keskiarvon hyviin ominaisuuksiin. Indeksiluvut, joissa käytetään logaritmissa keskiarvoa käyttäytyvät hyvin kaikenlaisissa olosuhteissa. Esimerkiksi aritmeettista keskiarvoa käyttävät indeksiluvut ovat ongelmallisia äärimmäisen pienten indeksimuutosten tapauksessa. Vastaavasti geometrisen ja Theillin keskiarvon käyttäminen indeksikaavassa aiheuttaa ongelmia, jos indeksissä ei tapahdu muutoksia. Y. Vartia (1976a, s. 122-125) on osoittanut, että logaritminen keskiarvo käyttäytyy em. tapauksissa oikealla tavalla.

6.2. Hyödykeryhmien kysyntöjen aggregointi yksityiseksi kulutukseksi staattisten kysyntäyhtälöiden tapauksessa

Ongelmana on muodostaa kullekin hyödykeryhmälle valitulla aggregaattitasolla oma staattinen kysyntämalli ja aggregoida nämä yhdeksi kokonaiskulutusta esittäväksi makromalliksi. Koska kaikille hyödykeryhmille muodostetaan oma kysyntämalli, tarkastelu perustuu estimoinnissa yhden yhtälön mallien estimointiin. Toisin sanoen jokaisen hyödykeryhmän kysyntäyhtälö estimoidaan toisistaan riippumatta.

Ongelmanasettelussa ei keskitytä kuluttajan valintateorian esittämiin kysyntäjärjestelmiin ja niiden ehtoihin. Näiden kysyntäjärjestelmien tarkasteleminen ei ole mielekäästä tässä yhteydessä seuraavien ongelmien takia:

1. Estimoinnissa ilmenevän vapausasteongelman takia,
2. tarkasteltaviin yhden yhtälön malleihin halutaan tarvittaessa liittää dynaamisia ominaisuuksia ja
3. mielekkään tutkimusongelman määrittelymisen takia.

Kolmannen kriteerin perustelu liittyy selitettävän ja selittävien muuttujien spesifiointiin, jotka ovat tässä tutkimusongelmassa makrotaloudellisia suureita (esim. kokonaiskulutusmenot eri hyödykeryhmiin, ...). Lähestymistapa tarjoaa paremmat mahdollisuudet ainoastaan aggregoinnin tarkastelemiseen.

Mallityyppejä esiteltäessä käytetään jatkossa seuraavia merkintöjä:

h_i	=	i . hyödykeryhmän symboli
c_{it}	=	hyödykeryhmän h_i kulutus käyvin hinnoin vuonna t
q_{it}	=	hyödykeryhmän h_i kulutus kiintein hinnoin vuonna t
C_t	=	yksityiset kulutusmenot käyvin hinnoin vuonna t
Q_t	=	yksityinen kulutus kiintein hinnoin vuonna t
P_t	=	C_t/Q_t = kulutuksen hintaindeksi vuonna t
p_{it}	=	c_{it}/q_{it} = hyödykeryhmän h_i hintaindeksi vuonna t
RP_{it}	=	p_{it}/P_t = hyödykeryhmän h_i suhteellinen hinta vuonna t
w_{it}	=	c_{it}/C_t = hyödykeryhmän h_i budjettiosuus vuonna t
$i = 1, \dots, N$ $t = 1, \dots, T$.		

6.2.1. Kaksoislogaritmoituihin tasomalleihin liittyviä aggregointiongelmia

Tarkastellaan seuraavanlaista staattista kaksoislogaritmista (double-log) kysyntämallia

$$(6.5.) \quad \log(q_{it}) = \beta_{i0} + \beta_{i1} \log(p_{it}/\bar{P}_{it}) + \beta_{i2} \log(Q_t) + u_{it},$$

jossa hyödykeryhmän i kulutusmenon logaritmia selitetään suhteellisten hintojen (p_{it}/\bar{P}_{it}) ja yksityisen kulutuksen (Q_t) logaritmeilla. \bar{P}_{it} on p_{it} :n komplementti ja sisältää näin kaikki muut hinnat hyödykeryhmän i hintaa lukuun ottamatta. u_{it} on hyödykeryhmän virhetermi, jonka odotusarvo on nolla ja varianssi oletetaan vakioksi. β_{i0} , β_{i1} ja β_{i2} ovat tuntemattomia estimoitavia parametreja ja ovat vakiotermit, hintajousto ja kulutusmenojousto. Myöhemmissä analyyseissä \bar{P}_{it} korvataan P_t :llä. $\bar{P}_{it} \approx P_t$, jos aggregoitavia hyödykeryhmiä on paljon (ts. $\bar{w}_{it} \approx \log(p_{it})$ on likellä nollaa).

Yhtälö (6.5) voidaan johtaa tilastollisesti spesifioidusta Cobb-Douglas-tyyppisestä kysyntäfunktiosta, joten yhtälön vakio $\beta_{i0} = \log(\alpha_i)$ ja virhetermi $u_{it} = \log(\exp(u_{it}))$. Kysyntäyhtälöt voidaan estimoida tehokkaasti ns. pienimmän neliösumman menetelmällä (=OLS), jos $E(u_{it})=0$ ja $\text{var}(u_{it})=\sigma_i^2$ $\forall i,t$. Yhtälöiden (6.5) aggregoimiseksi on järkevää määritellä hyödykeryhmille painorakenne, joka määrittellään hyödykeryhmän kahden peräkkäisen ajankohdan arvo-osuuksien jonakin optimaalisena keskiarvona. Kyseisen painorakenteen $(\bar{w}_{it}, \forall i,t)$ valinnan kriteereistä keskustellaan täsmällisemmin myöhemmin omana kappaleena. Tavanomaisessa klassisessa talousteoreettisessa analyysissä painorakenteena käytetään hyödykeryhmien (ts. hyödykkeiden) kulutusmenojen arvo-osuutta kokonaiskulutusmenoista. Se soveltuu hyvin deterministiseen talusteoreettiseen analyysiin, mutta sen käyttöedellytykset empiirisessä aggregointitarkastelussa ovat ongelmalliset. Ko. ongelmat johtuvat pääasiallisesti siitä, että pelkkä hyödykeryhmän arvo-osuus kokonaiskulutusmenoista ajankohdalta $t=1, \dots, T$ ei sovellu hyvin indeksilukuteoreettiseen tarkasteluun. Myös tästä ongelmasta keskustellaan täsmällisemmin painorakenteiden määrittelyä käsittelevässä kappaleessa.

Hyödykeryhmien kysyntäyhtälöt (6.5) kerrotaan painorakenteilla \bar{w}_{it} , jolle pätee $\sum \bar{w}_{it} = 1$ ja $\bar{w}_{it} \geq 0$, $\forall i, t$. Tämän jälkeen kappaleen 5.2 periaatetta noudattaen kysyntäyhtälöt aggregoidaan summaamalla ne yli i :n. Makromalli on tällöin seuraavanlainen:

$$(6.6) \quad \log(\bar{Q}_t) = \beta_{t0} + \beta_{t2} \log(Q_t) + \text{cov}(\beta_{i1}, \log(p_{it}/P_t)) + \bar{u}_t,$$

jossa $\log(\bar{Q}_t) = \sum \bar{w}_{it} \log(q_{it})$ ja se on painotettu geometrinen keskiarvo hyödykeryhmien kulutuksen volyymeistä (ts. $\log(\prod_i q_{it}^{\bar{w}_{it}})$), $\beta_{t0} = \sum \bar{w}_{it} \beta_{i0}$, $\beta_{t2} = \sum \bar{w}_{it} \beta_{i2}$, $\bar{u}_t = \sum \bar{w}_{it} u_{it}$ ja kovarianssitermi perustuu aggregoinnin peruslauseeseen. Virhetermilille \bar{u}_t pätee $\forall t=1, \dots, T$:

$$(6.7) \quad \begin{aligned} E(\bar{u}_t) &= \sum \bar{w}_{it} E(u_{it}) = 0 \\ \text{var}(\bar{u}_t) &= \text{var}(\sum \bar{w}_{it} u_{it}) = \sum w_{it}^2 \sigma_i^2 = \sigma_t^2. \end{aligned}$$

Makromallin virhetermin varianssi riippuu ajasta t , mutta tämä ei aiheuta mallin parametriestimaattien tehottomuutta, koska ne johdetaan matemaattisesti tehokkaasti estimoiduista hyödykeryhmien kysyntäyhtälöistä.

Makromallissa (6.6) ei esiinny suhteellisia hintoja selittävänä muuttujana, koska ne katoavat aggregoinnissa seuraavasti:

$$(6.8) \quad \begin{aligned} \sum \bar{w}_{it} \beta_{i1} \log(p_{it}/P_t) &= (\sum \bar{w}_{it} \beta_{i1}) (\sum \bar{w}_{it} \log(p_{it}/P_t)) \\ &+ \text{cov}(\beta_{i1}, \log(p_{it}/P_t)) \\ &= \text{cov}(\beta_{i1}, \log(p_{it}/P_t)). \end{aligned}$$

Toisin sanoen $\sum \bar{w}_{it} \log(p_{it}/P_t) = \sum \bar{w}_{it} \log(p_{it}) - \sum \bar{w}_{it} \log(P_t) = 0$ (ks. esim. Y. Vartia 1976a, 1976b). Yhtälö (6.8) vastaa kappaleessa 5.2 esitettyä aggregoinnin peruslauseetta.

Malli (6.6) ei ole kovinkaan käyttökelpoinen yksityisen kulutuksen jakaantumista kuvaava makromalli, mikäli hyödykeryhmien kulutusmeno-osuudet muuttuvat yli ajan. Toisin sanoen jos hyödykeryhmien kulutusmenojoustopot ovat erisuuria ($\beta_{i2} \neq \beta_{j2}$, $\forall i \neq j$), niin vastaavat kulutusmeno-osuudet vaihtelevat kokonaiskulutusmenojen kanssa ja makrokulutusmenojoustopot ei tyydytä välttämättä makrobudjetti-identiteetistä johdettavaa adding-up-rajoitetta (ts. $\sum \bar{w}_{it} \beta_{i2} = \beta_{t2} = 1$) (Layard & Walters, 1978, s. 135-137). Makromallista (6.6) ei voida päätellä mitään β_{t2} suuruudesta, koska $\log(\bar{Q}_t) \neq \log(Q_t)$, joten mallia on pidettävä puutteellisena yksityisen kulutuksen jakautumisen mallina.

Hyödykeryhmien kysyntämalli (6.5) voidaan johtaa helposti myös differenssimallin muotoon, joka on seuraavanlainen:

$$(6.9) \quad D \log(q_{it}) = \alpha_{i0} + \alpha_{i1} D \log(p_{it}/P_t) + \alpha_{i2} D \log(Q_t) + u_{it}^*$$

Yhtälöt (6.9) ovat aggregoitavissa täsmälleen samoin kuin yhtälöt (6.5). Malliin (6.9) liittyy kuitenkin ongelmia, jos yhtälöiden (6.9) ja (6.5) tuntemattomat parametrit halutaan määritellä samansuuruisiksi keskenään. Toisin sanoen tällöin $\alpha_{i0} = 0$, $\alpha_{i1} = \beta_{i1}$ ja $\alpha_{i2} = \beta_{i2}$. Mallin (6.5) virhetermi noudattaa tällöin random walk-prosessia, eikä OLS tuota tehokkaita estimaattoreita yhtälön (6.5) tuntemattomista parametreista (ks. esim. Harvey, 1981, s. 165-166; Mellin, 1983, s. 4). Tämä ongelma tulee esiin myös kysyntäsystemien estimoinnissa. Näin esimerkiksi AIDS-mallin (ks. Deaton & Muellbauer 1980a, 1980b) taso- ja differenssiver-sioiden (TAIDS ja DAIDS) kulutusmeno- ja hintajoustopot eivät vastaa toisiaan. Toisin sanoen, jos AIDS-malli johdetaan teoreettisessa analyysissa tasomuotoon, niin differenssimallin estimointituloksia ei voida käyttää tasomuotoisen mallin perustelemissa. TAIDS ja DAIDS ovat yksinkertaisesti estimointiteoreettisesti kaksi toisistaan poikkeavaa mallia,

jotka tulee perustella teoreettisesti erillään toisistaan. Sitä vastoin mikäli mallien (6.5) ja (6.9) parametriestimaatteja ei identifioida keskenään, malli on käyttökelpoinen differenssimalli. Sekä taso- että differenssimallien ongelmat makrotaloudellisina yksityisen kulutuksen jakautumisen malleina ovat samankaltaiset. Näitä ongelmia tarkastellaan täsmällisemmin seuraavassa kappaleessa.

6.2.2 Kaksoislogaritmoitujen differenssimallien aggregointi

Edellä aikasarjoja tarkasteltiin tasosarjoina, mutta tutkielman myöhemmät analyysit perustuvat täysin kappaleen 6.1 suhteellisten muutosten hyväksikäyttöön. Suhteellisen muutoksen indikaattorina käytetään logaritmoituja muutoksia eli log-differensseja erilaisista tasosarjoista. Väärinkäsitysten välttämiseksi on aiheellista todeta, että aikasarjan $\{t_i, y(t_i)\}$ (t_i viittaa aikasarjan havainnon $y(t_i)$ sijoitusajankohtaan) differensointi, $z(t_i) = \nabla y(t_i)$, ei hävitä tilastoaineistosta informaatiota. Toisin sanoen tulee ainoastaan osoittaa, että z -sarjan sekä mielivaltaisen y -arvon tunteminen määrää koko y -sarjan. Näin differenssimallin käyttämisestä ei aiheudu informaation häviämistä.

Tavanomaisesti käytetty differenssimalli voidaan esittää muodossa (Mellin, 1983, appendix 51):

$$(6.10) \quad D\log(q_{it}) = \beta_{i0} + \beta_{i1} D\log(p_{it}/P_t) + \beta_{i2} D\log(Q_t) + u_{it}, \quad t=2, \dots, T,$$

jossa hyödykeryhmän h_i kiinteähintaista kulutuksen log-muutosta selitetään kiinteähintaisella yksityisen kulutuksen volyymin log-muutoksella ja suhteellisten hintojen log-muutoksilla. Virhetermin ominaisuudet vastaavat kappaleessa 6.2.1 esitettyjä ominaisuuksia.

Kertomalla yhtälö (6.10) molemmin puolin sopivasti valituilla painoilla \bar{w}_{it} , joille pätee: $\sum \bar{w}_{it} = 1$ ja $\bar{w}_{it} \geq 0$, $\forall t=2, \dots, T$, ja summaamalla ky-
syntäyhtälöt yli i :n huomataan seuraava makromalli:

$$(6.11) \quad D\log(Q_t) = \beta_{t0} + \beta_{t2} D\log(Q_t) + \sum_{i=1} \bar{w}_{it} \beta_{i1} D\log(p_{it}/P_t) + \bar{u}_t, \\ t=2, \dots, T,$$

jossa $D\log(Q_t) = \sum_i \bar{w}_{it} D\log(q_{it})$ on joillakin optimaalisilla painoilla, (\bar{w}_{it}) , laskettu kulutuksen volyyymi-indeksi, $\beta_{t2} D\log(Q_t) = \sum_i \beta_{i2} \bar{w}_{it} D\log(Q_t)$ ($\beta_{t2} = \sum \bar{w}_{it} \beta_{i2}$ painotettu keskiarvo menojoustoista), $\bar{u}_t = \sum_i \bar{w}_{it} u_{it}$ (painotettu keskiarvo hyödykeryhmien virhetermeistä) ja $\beta_{t0} = \sum_i \bar{w}_{it} \beta_{i0}$ (painotettu keskiarvo vakiotermeistä). Aggregoinnissa lausekkeen $\sum_i \bar{w}_{it} \beta_{i1} D\log(p_{it}/P_t)$ ratkaisu perustuu aggregoinnin peruslauseeseen ja se voidaan esittää tällöin muodossa:

$$(6.12) \quad \sum \bar{w}_{it} \beta_{i1} D\log(p_{it}/P_t) = (\sum \bar{w}_{it} \beta_{it}) [\log(p_{it}/P_t) - \log(p_{i,t-1}/P_{t-1})] \\ = \sum \bar{w}_{it} \beta_{i1} D\log(p_{it}) - \sum \bar{w}_{it} \beta_{it} D\log(P_t) \\ = (\sum \bar{w}_{it} \beta_{i1}) [\sum \bar{w}_{it} D\log(p_{it}) - \sum \bar{w}_{it} D\log(P_t)] \\ + \text{cov}[\beta_{i1}, D\log(p_{it})] \\ = \text{cov}[\beta_{i1}, D\log(p_{it})], \quad \forall t=2, \dots, T,$$

koska $\sum \bar{w}_{it} D\log(p_{it}) = \sum \bar{w}_{it} D\log P_t = D\log P_t$ (Y. Vartia, 1976a, s. 121-126).

Yksityisten kulutusmenojen staattinen differenssimalli on siis muotoa:

$$(6.13) \quad D\log(Q_t) = \beta_{t0} + \beta_{t2} D\log(Q_t) + \text{cov}[\beta_{i1}, D\log(p_{it})] + \bar{u}_t, \quad \forall t=2, \dots, T.$$

Makromallin kulutusmenojousto (β_{t2}) voidaan helposti osoittaa osittais-
derivoinnin avulla olevan yksi. Soveltamalla tätä yhtälöön (6.13) saadaan:

$$(6.14) \quad \beta_{t0} + \text{cov}[\beta_{i1}, D\log(p_{it})] + \bar{u}_t = 0.$$

Lopullisen mallin (6.14) johtopäätös on, että aggregoinnilla johdetun yksityisten kulutusmenojen jakautumisen mallin kaikki termit eivät suoraan "katoa", vaikka se on näiden mallien perimmäisenä tavoitteena. Seuraavaksi tutkielmassa tarkastellaan tähän ongelma-alueeseen liittyviä seikkoja ja niiden esiintymisen lähtökohtia.

Perustan yksityisten kulutusmenojen jakautumiselle muodostaa tässä agregointitarkastelussa hyödykeryhmien kysyntäyhtälöt (6.10). Niiden ominaisuudet ja aggregoiminen perustuu seuraaviin lähtökohtiin:

1. Kulutusmenojoustoille voi päteä ominaisuus $\beta_{i2} \stackrel{\geq}{<} 1, \forall i$.
2. Kysyntäyhtälöiden ei tarvitse olla välttämättä 0-asteen homogeenisiä funktioita: $\beta_{i1} + \beta_{i2} \stackrel{\geq}{<} 0, \forall i$. Tämä lähtökohta mahdollistaa rahallisuuden olemassaolon.
3. Hyödykeryhmien rajakulutusalttiuksien sallitaan teoreettisessa tarkastelussa realistisesti muuttua yksityisten kulutusmenojen kasvaessa, joten $\bar{w}_{it} = \bar{w}_{is}, \text{ kun } t \neq s, \forall i$, ei tarvitse päteä.

Aggregoinnilla johdettavasta makromallista (6.13) voidaan helposti huomata, että adding-up ehto (ts. $\sum \bar{w}_{it} \beta_{i2} = \beta_{t2} = 1$) tulee tyydytetyksi, vaikka ehdot 1-3 ovat voimassa. Tähän johtopäätökseen ei voida päätyä kappaleen 6.2.1 tasomallin tapauksessa. Ts. hyödykeryhmien kysyntäyhtälöistä aggregoinnilla johdettavalla makromallin (6.6) kulutusmenojoustoille ei välttämättä päde, että $\sum \bar{w}_{it} \beta_{i2} = \beta_{t2} = 1$. Itse asiassa mallin (6.6) voidaan osoittaa varmuudella tyydyttävän adding-up ehdon vain, jos $\partial \log(q_{it}) / \partial \log(Q_t) = 1, \forall i$. Tämä on kuitenkin ristiriidassa kohdan 3 kanssa, koska yksilöiden kulutustottumukset näyttävät kokonaisuutena muuttuvan yli ajan. Vastaavasti monista empiirisistä tutkimuksista voidaan tehdä se johtopäätös, että em. oletus on epärealistinen (ks. esim. M. Virén, 1983).

Mallin (6.10) vakiotermiä pidetään kulutustottumusten muutoksia kuvaavana parametrina (W. Barnett, 1981, s. 67; Theil, 1974). Agregoinnissa niihin kontribuoidaan hyödykeryhmien kysyntöjen asteittaiset ja pysyvät muutokset, koska \bar{w}_{it} voi vaihdella yli ajan. Yleisesti makrotaloudellisissa analyyseissä uskotaan tällöin, että kulutustottumusten muutokset eri hyödykeryhmien välillä kumoavat toisensa, joten $\beta_{t0} \cong 0$. Tämä on hyvin pitkälle empiirinen kysymys ja helposti tilastollisesti testattavissa. Agregoinnilla on myös tällöin oltava keskeinen merkitys johdettavaa testattavaa parametria ja sen hajontaa.

Kaikissa hyödykeryhmien kysyntäyhtälöissä hintajoustot ja suhteelliset hinnat muuttuvat tavanomaisesti yhtälöstä toiseen. Tämä on riittävä edellytys kovarianssitermin esiintymiselle makromallissa. W. Barnett'n (1981, s. 66-68, s. 303-328) esittämän periaatteen mukaan kovarianssitermi voidaan tällöin poistaa aggregointiharhana makromallin hintajoustosta. Tässä kulutuksen jakaantumisen analyysissä em. periaate on arveluttava, koska makromalli (6.13) ei sisällä hintoja selittävänä muuttujana - ne katoavat yhtälön (6.12) perusteella. Kovarianssitermi voidaan sitävastoin asettaa nolllaksi, jos ko. muuttujien välinen korrelaatio ei ole tilastollisesti merkitsevä kunakin ajankohtana. Jos samanaikaisesti β_{t0} voidaan asettaa nolllaksi, niin makromallin (6.14) kaikki termit katoavat, mikä on yksityisen kulutuksen jakaantumista kuvaavien mallien tavoitteena. Empiiriset mallit eivät välttämättä tyydytä em. vaatimuksia.

6.2.3 Differensoitujen logit-mallien aggregointi

Rahiala (ETLA:n keskusteluaiheita 149, 1984) esitti kolme ongelmaa, jotka liittyvät yhtälöiden (6.5) ja (6.10) kaltaisiin malleihin. Nämä ongelmat ovat:

1. Mallit eivät takaa sovitteiden (\hat{q}_{it}) pysymistä kokonaiskulutuksen rajoissa. Ts. $\sum p_{it}\hat{q}_{it} = P_t Q_t$ ei yleensä päde.
2. Näitä malleja ei voida yleensä johtaa minkään hyötyfunktion optimointitavoitteesta (ei päde malleille (6.5) ja (6.10)).
3. Jopa yksittäisen hyödykeryhmän sovite voi periaatteessa ylittää kokonaiskulutuksen. Ts. $\exists(i,t) p_{it}\hat{q}_{it} > P_t Q_t$ voi päteä.

Rahiala kehitti kolmea ongelmaa välttääkseen seuraavanlaisen hyödykeryhmän h_i kysyntämallin:

$$(6.15) \quad \text{logit}(w_{it}) = \log[w_{it}/(1-w_{it})] = \beta_{i0} + \beta_{i1} \log(p_{it}/P_t) + \beta_{i2} \log(Q_t) + u_{it} ,$$

jossa $t=1, \dots, T$ ja $w_{it} = p_{it}q_{it}/P_t Q_t$, joka esittää hyödykeryhmän h_i arvoosuutta ajankohtana t . Mallin selittävät muuttujat ja virhetermi vastaavat yhtälön (6.5) tapausta. Kyseinen malli voidaan johtaa yhtälöstä:

$$(6.16) \quad \frac{c_{it}}{\bar{c}_{it}} = \theta_{i0} \left(\frac{p_{it}}{\bar{p}_{it}} \right)^{\theta_{i1}} \cdot Q_t^{\theta_{i2}} \cdot u_{it} , \quad t=1, \dots, T .$$

Tämän voi huomata logaritmoimalla yhtälö molemmin puolin. Kuluttaja siis vertaa ostopäätöksiä tehdessään hyödykeryhmiä \bar{h}_i ja h_i (h_i :n komplementti) toisiinsa. Näin \bar{h}_i sisältää h_i :tä lukuunottamatta kaikki muut kulutusmuodot, joten on ilmeistä, että $\bar{p}_{it} \approx P_t$. Toisaalta on helppo huomata, että

$$(6.17) \quad \frac{c_{it}}{\bar{c}_{it}} = \frac{w_{it}}{1-w_{it}} , \quad \forall t=1, \dots, T ,$$

joten yhtälö (6.16) vastaa likimain yhtälöä (6.15) (Rahiala, 1984 s. 10).

Hyväksikäyttäen väliarvolausetta (Apostol, 1969, s. 117) ja tuntien, että lineaariset rakenteet pysyvät lineaarisissa operaatioissa muuttumattomina, yhtälöä (6.15) voidaan tarkastella differensoidun mallin avulla. Tarkasteltava hyödykeryhmän h_i kysyntämalli on tällöin muodoltaan seuraava:

$$(6.18) \quad D\log(w_{it}) = \beta_{i0} + \beta_{i1}^* D\log(p_{it}/P_t) + \beta_{i2}^* D\log(Q_t) + u_{it}, \quad t=2, \dots, T,$$

jossa D viittaa vuosimuutoksiin ("differenssi"). Virhetermin (u_{it}) odotusarvo on nolla ja sen varianssi oletetaan vakioksi $\forall i$. Yhtälö (6.18) voidaan ilmaista seuraavassa muodossa (liite 1):

$$(6.19) \quad D\log(q_{it}) \cong \beta_{i0} + \beta_{i1} D\log(p_{it}) + \beta_{i2} D\log(Q_t) + \beta_{i3} D\log P_t + u_{it}, \quad t=2, \dots, T.$$

Yhtälön likiarvoisuus johtuu siitä, että sen johtamisessa käytetään hyväksi likiarvoja $D\log Q_t \cong D\log(\bar{Q}_{it})$ ja $D\log P_t \cong D\log \bar{P}_{it}$. Approksimoinnista aiheutuva virheen suuruus on differensoidussa muodossa erittäin pieni.

Kertomalla yhtälö (6.19) molemmin puolin sopivasti valituilla painoilla \bar{w}_{it} (hyödykkeen h_i arvo-osuuksien jokin keskiarvo), jolle pätee: $\sum_i \bar{w}_{it} = 1$, $\bar{w}_{it} \geq 0$, $\forall t, i$ ja summaamalla tulostunut lauseke yli hyödykkeiden h_i ($i=1, \dots, N$), päädytään seuraavaan makromalliin (liite 1):

$$(6.20) \quad D\log(Q_t) \cong \beta_{t0} + \beta_{t2} D\log(Q_t) + \text{cov}(\beta_{i1}, D\log(p_{it})) + \bar{u}_t, \quad t=2, \dots, T.$$

Yhtälön (6.20) tulkinta vastaa yhtälöstä (6.13) tehtyjä päätelmiä likimääräisesti. Aggregoimalla johdetun makromallin ongelmat ovat (likimääräisesti) samat kuin tavanomaisen differenssimallin tapauksessa.

6.3 Keynesiläisten kysyntäyhtälöiden aggregointi

Edellisissä kappaleissa tarkasteltiin yleisimpiä yksityisen kulutuksen jakaantumisen malleja. Niiden tavoitteena on jakaa yksityiset kulutusmenot hyödykeryhmiin muodostamalla kullekin hyödykeryhmälle erikseen sovite \hat{q}_{it} ja aggregoimalla nämä yksityisen kulutuksen sovitteeksi \hat{Q}_t . Aggregointitarkasteluissa osoitettiin, että ko. mallit eivät ole ongelmattomia, koska aggregoinnissa johdettua kovarianssitermiä ei voida loogisesti huomioida yhdessäkään hyödykeryhmän sovitteessa \hat{q}_{it} . Näin sitä ei voida huomioida myöskään yksityisen kulutuksen sovitteessa \hat{Q}_t , joten se on aggregointiratkaisuna puutteellinen. Tutkielmassa kehitetään vaihtoehtoinen aggregointiratkaisu, jossa kovarianssitermi voidaan loogisesti huomioida yksityisten kulutusmenojen sovitteessa \hat{Q}_t .

Yksi mahdollinen lähestymistapa on tarkastella keynesiläistä kulutusfunktiota

$$(6.21) \quad c_i = c_i(Y), \quad i=1, \dots, N,$$

jossa hyödykeryhmän (h_i) kulutus on funktio käytettävissä olevasta reaalitulosta (Y). Tutkimusongelmana on aggregoida hyödykeryhmien kulutukset yksityistä kulutusta kuvaavaksi kulutusfunktioksi, joka esittää talouden kaikkien yksityisten kulutusmenojen riippuvuuden kaikkien kotitalouksien (yksilöiden) käytettävissä olevista reaalityuloista. Hyödykeryhmän kysyntämallia voidaan muuttaa realistisemmaksi, jos hyödykeryhmän kysynnän muutosta selitetään lisäksi ko. ryhmän suhteellisten hintojen muutoksella. Aggregointiongelman ratkaisun yhteydessä voidaan tarkastella tällöin myös rahailluusion esiintymisen mahdollisuutta.

Käyttökelpoisen makromallin johtamiseksi tarkastelu on järkevää suorittaa differenssimuodossa käyttämällä suhteellisen muutoksen indikaattorina log-

muutosta sekä selitettävästä että selittävistä muuttujista. Tarkasteltava hyödykeryhmän h_i staattinen kysyntämalli on tällöin muotoa

$$(6.22) \quad D\log(q_{it}) = \beta_{i0} + \beta_{i1} D\log(Y_t) + \beta_2 D\log(p_{it}/\bar{p}_{it}) + u_{it},$$

$t=2, \dots, T,$

jossa hyödykeryhmän (h_i) kysynnässä tapahtuvaa log-muutosta selitetään log-muutoksilla käytettävissä olevasta reaalityulosta ja suhteellisista hinnoista (hintaindeksistä). Virhetermin (u_{it}) odotusarvo oletetaan nolllaksi ja sen varianssi vakioksi. Lisäksi virhetermin toivotaan sisältävän mahdollisimman vähän q_{it} :n kehitykseen liittyvää informaatiota. Rahialan (1984 s. 10) ajatusta noudattaen suhteellinen hinta muodostuu hyödykeryhmän hintaindeksistä (p_{it}) ja sen komplementista (\bar{p}_{it}), joka muodostuu p_{it} :tä lukuun ottamatta kaikista muista hyödykeryhmien hinnoista.

Malli (6.22) voidaan johtaa yhtälön (6.16) kaltaisesta mallista. Lisäksi voidaan helposti osoittaa, että se vastaa likiarvona per capita -mallia, mikäli väestön muutos yli ajan on vähäistä. Myös tämän kappaleen analyysissä käytetään approksimaatiota $D\log(p_{it}/\bar{p}_{it}) \approx D\log(p_{it}/P_t)$, joten \bar{p}_{it} korvataan yksityisen kulutuksen hintaindeksillä P_t . Approksimointivirhe on pieni, jos $\bar{w}_{it} D\log(p_{it})$ on pieni.

Kertomalla hyödykeryhmän h_i kysynnän muutosta selittävä malli (6.22) molemmiin puolin sopivalla painorakenteella \bar{w}_{it} ja summaamalla näin aikaansaadut mallit yli i :n, saadaan seuraava tulos:

$$(6.23) \quad D\log(Q_t) = \beta_{t0} + \beta_{t1} D\log(Y_t) + \text{cov}[\beta_{i2}, D\log(p_{it})] + \bar{u}_t,$$

$t=2, \dots, T,$

jossa $D\log(Q_t)$ on painorakenteella \bar{w}_{it} johdettu volyyymi-indeksi ja

$$(6.24) \left\{ \begin{array}{l} \beta_{t0} = \sum \bar{w}_{it} \beta_{i0} \\ \beta_{t1} = \sum \bar{w}_{it} \beta_{i1}, \quad i=1, \dots, N, \quad t=2, \dots, T \end{array} \right.$$

Yhtälön (6.23) johtamisessa on käytetty apuna yhtälöä (6.12), johon perustuen suhteellisten hintojen log-muutokset eivät esiinny makromallin selittäjinä.

Virhetermin ominaisuudet johdetaan hyödykeryhmien virhetermeistä aggregoinnin avulla ja ne ovat:

$$(6.25) \left\{ \begin{array}{l} E\bar{u}_t = 0, \quad \text{kaikille } t, \\ E(\bar{u}_t \bar{u}_s) = 0, \quad \text{kaikille } t \neq s, \\ E(\bar{u}_t \bar{u}_t) = \sum \bar{w}_{it}^2 E(u_{it}^2) = \sum \bar{w}_{it}^2 \sigma_i^2 \end{array} \right.$$

Virhetermin ominaisuuksista oleellisin on sen odotusarvo-ominaisuus, $E\bar{u}_t = 0$. Muut ominaisuudet ovat toisarvoisia kahdesta syystä.

1. aggregoinnin avulla tulostunutta mallia (6.23) ei tarvitse estimoida ja
2. hyödykeryhmien kysyntäyhtälöt estimoidaan erikseen.

Ensimmäinen syy liittyy virhetermin varianssin ominaisuuteen (riippuu ajasta t), joka ei aiheuta parametrien tilastollista tehottomuutta, koska niitä ei tarvitse estimoida makromallista. Toinen syy perustuu siihen, että makromallin parametrit johdetaan aggregoinnin avulla tehokkaasti estimoiduista hyödykeryhmien kysyntäyhtälöistä, joten aggregoinnilla johdetut makromallin parametrit ovat myös tehokkaita. Hyödykeryhmien kysyntäyhtälöiden ja aggregoinnilla johdetun makromallin ominaisuuksia tarkastellaan myöhemmin kappaleessa 6.5.

6.4 Sopivan painorakenteen valinta

Tutkielman differenssimallien indeksiluvut perustuvat ns. ketjumenetelmään. Tämä on aggregointiteoreettisesti järkevää, koska hyödykeryhmien taloudelliset suureet näiden mallien tapauksessa voidaan loogisesti johtaa makrotaloudellisiksi suureiksi, joilla on järkevä taloudellinen tulkinta. Varsinaiseksi ongelmaksi indeksilukuteoreettisesti muodostuu painorakenteen (jkn arvo-osuuskien keskiarvo ajankohdista $t, t-1$) valinta, koska se aikaansaa kontribuution hyödykeryhmien ja makrotaloudellisten suureiden välillä. Kontribuution täsmällisyys riippuu käytetyn painorakenteen ominaisuuksista. Keskeisimmät vaatimukset painorakenteilla lasketuille indekseille ovat:

1. Painorakenteella laskettu indeksi tyydyttää tekijäinvaihtotestin.
2. Ko. indeksi on konsistentti aggregoinnissa.
3. Painorakenteella laskettu indeksi huomioi parhaalla mahdollisella tavalla kaikensuuruiset indeksimuutokset hyödykeryhmien tasolla.
4. Painojen summan ominaisuudet.
5. Tyydyttääkö ko. indeksi proportionaalisuustestin.

Kolmanteen ominaisuuteen liittyviä ongelmia on tarkasteltu edellä suhteellisia muutoksia tarkastelevassa kappaleessa (ks. kappale 6.1).

Luonnollisesti valintakriteerit 1-5 eivät ole ainoita, mutta ne ovat riittäviä eroteltaessa hyviä painorakenteita huonoista. Muista mahdollisista kriteereistä kattavan esityksen on tehnyt Y. Vartia (1976b, s. 123-172, & 1976a, s. 121-126).

Indeksilukuteoria ei tunne yhtään indeksikaavaa, joka tyydyttää kaikki ominaisuudet 1-5, olipa laskennassa käytetyt painorakenteet minkälaiset tahansa. Näin on luonnollista asettaa valintakriteerit tärkeysjärjes-

tykseen ja valita se painorakenne, joka tyydyttää "parhaiten" tutkimusongelman vaatimukset. Yksi mahdollinen valintakriteerien järjestys on edellä esitetty järjestys 1-5. Tällöin tekijäinvaihtotestin (factor reversal test) tyydyttämisen vaatimus pudottaa tarkastelusta suurimman osan mahdollisista painorakenteista. Tunnetuimmat tarkastelun ulkopuolelle suljetut painot ovat Walshin, Törnqvistin ja Theilin kehittämää (Y. Vartia, 1976a s. 121-123). Nämä painorakenteet tunnetaan geometrisena, aritmeettisena ja Theilin keskiarvoina kahden ajankohdan arvo-osuuksista. Vaatimalla lisäksi tarkasteltavalta indeksiltä konsistentin aggregoinnin ominaisuus, yleisesti tunnetuista indekseistä jäljelle jäävät ainoastaan Vartia indeksi I ja Stuvelin indeksi (Y. Vartia, 1976b s. 90).

Kahden ensimmäisen indeksiltä vaaditun ominaisuuden tyydyttäminen on erittäin keskeistä tarkasteltaessa hyödykeryhmien kysynnässä tapahtuvien log-muutosten kontribuutiota yksityiseen kokonaiskysynnän log-muutoksen kanssa. Tämän kontribuution "välineinä" ovat luonnollisesti indeksikaavassa käytetyt painot. Näistä kahdesta indeksistä (Vartia I ja Stuvelin indeksi) tarkasteltavaksi valitaan Vartia indeksi I, joka perustuu seuraavaan lausekkeeseen (Y. Vartia, 1976a, s. 122):

$$\begin{aligned}
 (6.26) \quad \log\left(\frac{\sum p_{it}q_{it}}{\sum p_{i,t-1}q_{i,t-1}}\right) &= \frac{\sum p_{it}q_{it} - \sum p_{i,t-1}q_{i,t-1}}{L(\sum p_{it}q_{it}, \sum p_{i,t-1}q_{i,t-1})} \\
 &= \frac{L(p_{it}q_{it}, p_{i,t-1}q_{i,t-1})}{L(\sum p_{it}q_{it}, \sum p_{i,t-1}q_{i,t-1})} \log\left(\frac{p_{it}q_{it}}{p_{i,t-1}q_{i,t-1}}\right) \\
 &= \sum \bar{w}_{it} \log\left(\frac{p_{it}}{p_{i,t-1}}\right) + \sum \bar{w}_{it} \log\left(\frac{q_{it}}{q_{i,t-1}}\right) \\
 &\qquad t=2, \dots, T, \quad i=1, \dots, N.
 \end{aligned}$$

Indeksikaavassa käytetyt painot ovat:

$$(6.27) \quad \bar{w}_{it} = \frac{L(p_{it}q_{it}, p_{i,t-1}q_{i,t-1})}{L(\sum p_{it}q_{it}, \sum p_{i,t-1}q_{i,t-1})}, \quad i=1, \dots, N, \quad t=2, \dots, T,$$

jossa $L(,)$ on logaritminen keskiarvo toisaalta hyödykeryhmien ja toisaalta yksityisen kulutuksen kulutusmenoista käyvin hinnoin ajankohtina t ja $t-1$. Y. Vartia (1976a, s. 122-125) on osoittanut, että yhtälön (6.26) mukainen indeksi käyttäytyy oikeaoppisesti kaikenlaisten indeksimuutosten tapauksessa. Näin yhtälön (6.27) painojen käyttäminen kapaleen 6.2 hyödykeryhmien kysyntäyhtälöiden aggregoinnissa on järkevää, koska niiden avulla lasketut yksityisen kulutuksen hinta- ja volyyymi-indeksit ovat täsmällisessä kontribuutiossa vastaavien hyödykeryhmien hinta- ja volyyمیمuutosten kanssa. Aggregointi on näin loogisesti perusteltua Vartia indeksi I:n tapauksessa.

Vartia indeksi I:n painot (yhtälö (6.42)) eivät summaudu aina ykköseksi, vaan niille pätee, että $\sum \bar{w}_{it} \leq 1$ (Y. Vartia, 1976b, s. 195-197). Tämä ominaisuus pätee myös Paaschen ja Fisherin indekseistä johdetuille hintaindeksille. Tarkasteltaessa logaritmoitua muotoa Fisherin ideaalisesta indeksistä, niin päädytään siihen, että "alittavaa harhaisuutta" ei esiinny, vaikka painojen summa on enintään yksi (Y. Vartia, 1976a, s. 123). Tähän johtopäätökseen päädytään myös Vartia indeksin I osalta (Y. Vartia, 1976b, s. 128).

Indeksikaavoille suoritettavasta proportionaalisuustestistä Y. Vartia esittää kattavat vaatimukset, jotka ovat ehtoina testin tyydyttämiseksi. Tässä yhteydessä hän esittää mitkä indeksikaavat tyydyttävät proportionaalisuustestin (Y. Vartia, 1976a, s. 78-79). Vartia indeksi I ei tyydytä kaikkia testiin liittyviä vaatimuksia, mutta se antaa erittäin hyvän likivarvon taloudelliselle määräindeksille. Vastaava ominaisuus pätee myös Fisherin "superlatiivisten" geometrinen indeksien tapauksessa (Y. Vartia, 1976a s. 124).

Kohtien 1, 2 ja 3 ominaisuuksien tyydyttäminen on aggregointiongelman täsmällisemmän ratkaisemisen kannalta huomattavasti keskeisempää kuin kohtien 4 ja 5 tyydyttäminen. Tämän takia kaikissa tutkimusongelman aggregointiesimerkeissä painorakenne vastaa Vartia indeksi I:n painoja.

6.5 Staattisten kysyntäyhtälöiden tulkinnat ja estimointi

Hyödykeryhmien kysyntämalli (6.22) ja makromalli (6.23) ovat staattisia. Muutos käytettävissä olevissa tuloissa tai suhteellisissa hinnoissa aiheuttaa välittämästi muutoksen hyödykeryhmän kysynnässä. Tämä tarkoittaa sitä, että hyödykeryhmän (tai yksityinen kulutus) kulutus sopeutuu välittömästi tasapainotilaan (= steady state). Kysyntäyhtälöt (6.22) ja (6.23) esittävät siis pitkän ajan suhdetta toisaalta hyödykeryhmän kysynnän log-muutoksen ja sen selittävien tekijöiden välillä ja toisaalta yksityisen kokonaiskysynnän log-muutoksen ja sen selittävien tekijöiden välillä. Näin ollen mallin (6.22) estimoitavat parametrit, tulo- ja hintajoustot (β_{i1} ja β_{i2}), ovat myös pitkän ajan joustoja. Taloudellisesti ne voidaan tulkita seuraavasti: jos käytettävissä olevat reaalitytulot (tai suhteelliset hinnat) muuttuvat 1 %:lla, niin hyödykeryhmän kysyntä muuttuu β_{i1} %:lla (tai β_{i2} %:lla). Vastaava tulkinta pätee myös makromallin tapauksessa.

Hyödykeryhmän kysyntämallit estimoidaan pienimmän neliösumman menetelmällä (= OLS). Jos vierhetermi $u_{it} \sim \text{NID}(0, \sigma_1^2)$ (likimain), niin OLS tuottaa tehokkaita minimaalisesti tyhjettäviä tunnuslukuja estimoitavista parametreista. Estimoitavien parametrien tehokkuuden saavuttaminen ei vaadi kuitenkaan Gauss-Markov-teoreeman perusteella turhan ankaraa vierhetermin normaalisuuden oletusta - tehokkuuden saavuttaminen

vaatii ainoastaan, että $E(u_{it}) = 0$ ja $\text{var}(u_{it}) = \sigma_i^2$ $\forall i, t$. Tätä lähtökohtaa hyödynnetään myöhemmin empiirisissä esimerkeissä muodostettaessa staattisia hyödykeryhmien kysyntämalleja, joten mahdolliset teoreettiset tarkastelut jäävät vähemmälle huomiolle.

Makromalli (6.23) poikkeaa tavanomaisesta staattisesta makromallista seuraavasti: 1. makromallin parametrit ovat ajassa muuttuvia ja 2. se sisältää aggregoinnin peruslauseen avulla johdetun lisäselittäjän, kovarianssin, hintajoustojen ja hintojen log-muutoksen välillä. Makromallin parametrien muuttuminen yli ajan on hyvä lisäominaisuus, koska parametreihin on voitu johtaa lisäinformaatiota huomioimalla niissä painotuksen avulla hyödykeryhmien kulutustottumuksissa tapahtuneet asteittaiset ja pysyvät muutokset. Toisin sanoen hyödykeryhmien kysyntäyhtälöiden painottaminen Vartia indeksi I:n painoilla aikaansaa kontribuution toisaalta hyödykeryhmien ja makromallin log-muutosten välille ja toisaalta myös hyödykeryhmien ja makromallin parametrien välille. Siirryttäessä aggregoinnin avulla hyödykeryhmien kysyntämalleista makromalliin, kulutustottumusten muutokset yli ajan tulevat huomioituiksi mallien kaikissa taloudellisissa suureissa ja parametreissa. Makromallin parametrien muuttuminen yli ajan on sitä keskeisempi mitä enemmän \bar{w}_{it} vaihtelee yli t:n kaikille i. Tällöin tämä makromallin lisäominaisuus tavanomaiseen vakiokertoimiseen makromalliin nähden on sitä merkittävämpi mitä suuremmat kulutustottumusten muutokset ovat yli ajan.

Toinen aggregoinnilla johdetun makromallin lisäominaisuus, kovarianssi-termin esiintyminen, saattaa olla tapauskohtaisesti erittäin merkittävä. Sitä voidaan tutkia hintajoustojen ja hintojen log-muutoksen välisen korrelaatiokertoimen avulla erikseen kullekin ajankohdalle t. Korrelaatiokertoimen kolme pääasiallista vaihtoehtoa ovat: 1. Se on positiivi-

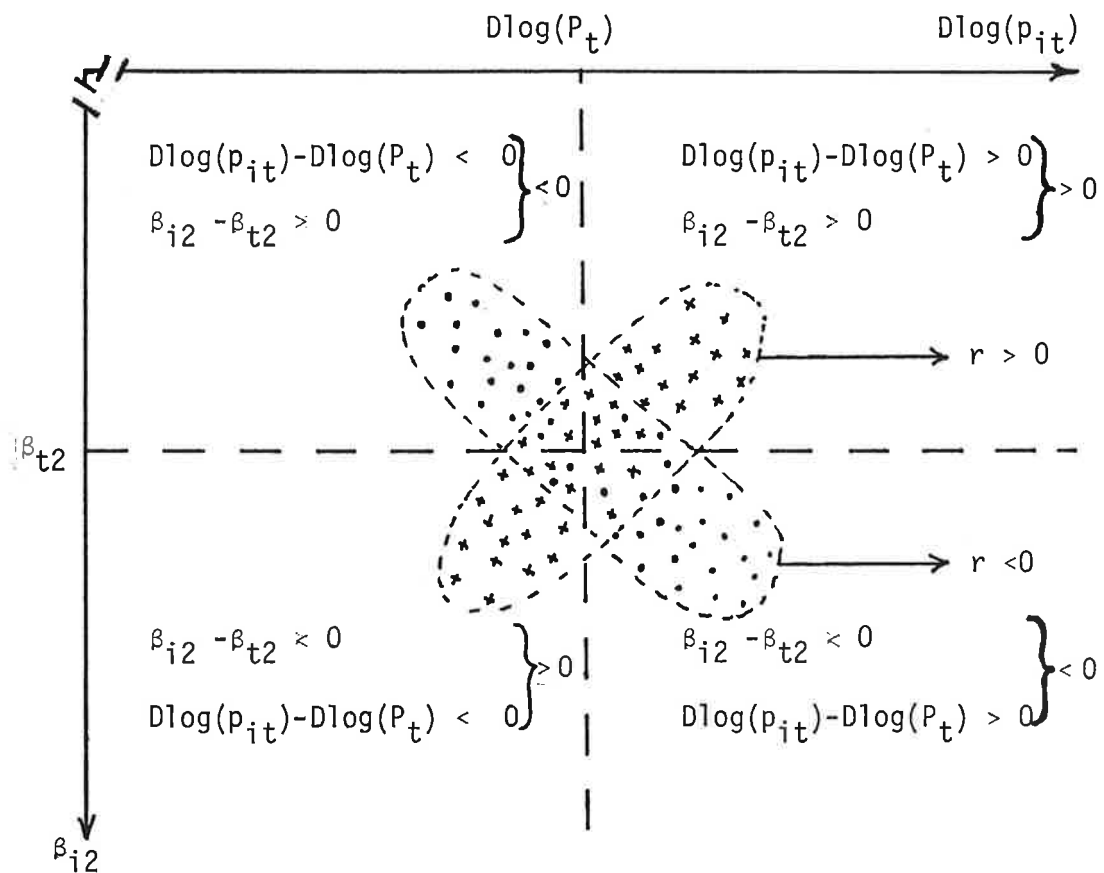
Taulukko 6.1: Hintajoustojen (β_{i2}) ja hintojen log-muutosten ($D\log(p_{it})$) välinen korrelaatio ajankohtana t .

$\beta_{i2}-\beta_{t2}$	$D\log(p_{it})-D\log(P_t)$	$[\sum (\beta_{i2}-\beta_{t2})(D\log(p_{it})-D\log(P_t))]/(N-1)$
+	+	}
-	-	
+	-	}
-	+	
0	$\neq 0$	}
$\neq 0$	$= 0$	

nen, 2. negatiivinen tai 3. nolla. Vastaavat ominaisuudet pätevät myös kovarianssille. Korrelaatiokertoimen (ja kovarianssin) eri vaihtoehtojen esiintymistä on tarkasteltu taulukossa 6.1. Taulukko paljastaa pelkistetysti korrelaatiokertoimen merkin eri tapauksissa. Sen tarkastelua voidaan havainnollistaa kuvion 6.1 avulla. Kuviossa tarkastelu rajataan pelkästään positiivisten tai negatiivisten korrelaatioiden kuvailuun. Sen avulla voidaan havaita ne taloudessa esiintyvät ilmiöt, jotka aiheuttavat joko positiivisen tai negatiivisen korrelaation ko. muuttujien välillä. Positiivinen korrelaatio aiheutuu seuraavasta syystä: Ne hyödykeryhmät, joiden hinnan muutokset, $D\log(p_{it})$, ovat suurimpia (pienimpiä) suhteessa yksityisen kulutuksen hintaindeksin muutoksiin nähden ovat keskimäärin hintajoustamattomampia (hintajoustavia) ja päin vastoin. Toisin sanoen hyödykeryhmän hintajousto on sitä joustamattomampi mitä likempänä se on nollaa ja päin vastoin ($\beta_{i2} < 0, \forall i$).

Ajankohdan t negatiivinen korrelaatio muuttujen välillä ilmenee täsmälleen päinvastaisten olosuhteiden vallitessa. Tällöin hyödykeryhmien hintojen muutokset ovat pienempiä (suurempia) kuin yksityisen kulutuksen hintaindeksin muutokset, jolloin vastaavien hyödykeryhmien hintajoustojen on oltava joustamattomampia (joustavampia) kuin ajankohdan t painotettu keskiarvo hintajoustoista.

Kuvio 6.1: Hintajoustojen (β_{i2}) ja hintojen log-muutosten ($D\log(p_{it})$) negatiivisen ($r < 0$) ja positiivisen ($r > 0$) korrelaation ta-paukset ajankohtana t . (kuvan tapaus: $D\log(P_t) > 0$ ja $\beta_{i2} < 0$, $\forall i$).



Korrelaatiokertoimen tilastollista merkitsevyyttä voidaan testata ongelmitta kullekin ajankohdalle erikseen, jos hyödykeryhmiä on riittävän monta (ts. kun N on suuri). Tilastollinen päättely suoritetaan tällöin t -jakauman perusteella.

7 DYNAAMISTEN HYÖDYKERYHMIEN KYSYNTÄMALLIEN AGGREGOINTI

P. Vartian (1974, s. 54-61) makrotaloudellinen analyysi osoittaa, että lyhyen ajan tulojousto on pienempi kuin vastaava pitkän ajan tulojousto. Tähän johtopäätökseen voidaan päätyä myös yksityisten kulutusmenojen jakautumista esittävien hyödykeryhmien kysyntämallien joustoista (ks. esim. Mellin, 1983, 1985; Virén, 1983; Rahiala, 1985). Nämä empiriset yksityisen kulutuksen analyysit antavat viitteitä siitä, että staattisilla kysyntämalleilla ei voida luotettavasti kuvata kaikkien hyödykeryhmien kysyntämuutoksia. Itse asiassa vain harvojen hyödykeryhmien kysyntämuutosten voidaan ajatella reagoivan välittömästi niiden selittävässä muuttujissa tapahtuneisiin muutoksiin. Näin on järkevää tarkastella kysynnän muutoksia dynaamisten kysyntämallien avulla. Ensimmäiset ongelmat ovat luonnollisesti mallin valintaan liittyviä ongelmia. Valitun dynaamisen kysyntämallin on tällöin tyydytettävä aggregoitavalta mallilta vaadittujen hyvin ominaisuuksien läpäiseminen. Toisin sanoen makromalli on oltava helposti ja ristiriidattomasti tulkittavissa. Lisäksi aggregoinnin on yhdistettävä loogisesti hyödykeryhmien kysyntämallit ja yksityisen kokonaiskulutuksen kysyntämalli toisiinsa. Dynaamisen ratkaisun on oltava näin kokonaisvaltainen looginen kokonaisuus, joka muodostuu yhtä tärkeistä osa-alueista: hyödykeryhmien kysyntämalleista, aggregoinnista ja makromallista.

Kappaleessa 6.2.1 esitettyyn kaksoislogaritmoituun staattiseen tasomalliin voidaan helposti liittää dynaamisia ominaisuuksia (ks. esim. Viren, 1983, s. 66-73). Tällöin aggregointiratkaisu voidaan suorittaa täsmälleen samoin kuin staattisessa tapauksessa ja ratkaistun makromallin ominaisuuksien voidaan osoittaa sisältävän samat puutteet kuin staattisessa tapauksessa. Toisin sanoen makromalli ei ole helposti ja ristiriidattomasti tulkittavissa (ks. kappale 6.2.1).

Vastaavalla tavalla voidaan staattisiin kaksoislogaritmoituihin differenssimalleihin liittää dynaamisia ominaisuuksia lisäämällä malliin esimerkiksi selittävät muuttujat viivästettyinä. Mallin dynaamisointi ei kuitenkaan poista makromallin tulkintaongelmia, josta tarkasteltiin kappaleessa 6.2.2. Samanlaiseen johtopäätökseen päädytään myös dynaamisen logit-kysyntämallin ja sen differensioidun mallin suhteen (kappale 6.2.3). Sitä vastoin kappaleen 6.3 staattinen keynesiläinen kysyntämalli voidaan laajentaa ongelmattomasti dynaamiseksi tarkasteluksi. Dynaamisten kysyntäyhtälöiden aggregointi yhdeksi makromalliksi muodostaa tällöin loogisen kokonaisuuden, joka on aggregointiratkaisuna perusteltu määritellylle tutkimusongelmalle.

7.1 Differenssoitujen dynaamisten kysyntäyhtälöiden määrittely

Dynaamisten kysyntäyhtälöiden aggregointiongelman ratkaisu mukailee vastaavaa staattisten yhtälöiden ratkaisua (kappale 6.3). Tarkasteluiden oleellisena erona on ainoastaan kysyntäyhtälöiden selittäviin muuttujiin liittyvät erot. Dynaamisen mallin selittävinä muuttujina ovat:

1. Vastaavaan staattiseen malliin liittyvät selittävät muuttujat, jotka ovat log-muutoksia a) käytettävissä olevista reaalityuloista ja b) suhteellisista hinnoista.

2. Kohdassa 1 esitettyjen a- ja b-kohtien muuttujat yhdellä tai useammalla vuodella viivästettyinä. 3. Lisäksi hyödykeryhmien kysyntään voidaan ajatella liittyvän hyödykeryhmän kysyntään vaikuttavia luonteenomaisia erityispiirteitä, jotka voidaan huomioida malliin eksogeenisinä selittäjinä. Eksogeenisten selittäjien huomioiminen liittyy erityisesti kestokulutushyödykkeiden kysyntään. Näistä muuttujista keskeisimmät ovat kulutusmenojen implisiittisellä deflaattorilla deflatoidut koti-

talouksien säästäminen ja kotitalouksien luottokanta. Jos nämä muuttujat liitetään jonkin hyödykeryhmän kysyntämalliin, niin niitä tarkastellaan myös log-muutoksina ja lisäksi säästämistä vähintään yhdellä vuodella viivästettynä. Reaalisen säästämisen log-muutoksen viivästäminen on ehdoton edellytys, että sitä voidaan käsitellä eksogeenisena muuttujana, koska se määräytyy samanaikaisesti yksityisten käytettävissä olevien reaalitulojen ja reaalisen yksityisen kulutuksen kanssa. Säästäminen on siis samanaikaisena muuttujana endogeeninen ja aiheuttaa multikollineaarisuuden ongelman, jos sitä käytetään selittävänä muuttujana samanaikaisesti käytettävissä olevien reaalitulojen kanssa.

Viimeisen malliin liitettävän selittävän muuttujan huomioiminen perustuu Houthakkerin ja Taylorin (1970) sekä Phillipsin (1974) esittämään ajatukseen kulutustottumusten muodostumisen vaikutuksesta hyödykkeen kysyntään. Tarkastelun perusajatuksena on, että hyödykkeen h_i aikaisemmasta kulutuksesta $q_{i,t-1}$, $q_{i,t-2}$, ... on kehittynyt varanto (joko psykologinen tai todellinen), joka kehittyy yhtälön

$$(7.1) \quad s_{it} - s_{i,t-1} = \theta s_{i,t-1} + q_{it}, \quad 0 < \theta < 1, \quad t=1, \dots, T,$$

mukaisesti (Rahiala, 1984 s. 11). Varannon $s_{i,t-1}$ oletetaan olevan suuri verrattuna q_{it} :hen. Huomioimalla hyödykkeen h_i kerääntynyt varanto dynaamiseen malliin selittäväksi muuttujaksi ja kehittämällä kysyntäyhtälöä Rahialan esittämien periaatteiden mukaisesti, päädytään stokastiseen differenssimalliin (Rahiala, 1984 s. 11-13).

Stokastisten differenssimallien käyttäminen voidaan siis perustella kulutustottumusten avulla. Kulutustottumusten muodostuminen voidaan puolestaan perustella joko psykologisilla tai todellisilla hyödyke-

ryhmän kysyntään kohdistuvilla tarpeilla. Esimerkiksi erilaisiin ai-
neettomiin hyödykkeisiin (erilaiset palvelut, matkat,...) kohdistuvat
kysynät voidaan perustella suurelta osalta aikaisemmin muodostuneiden
(psykologisten) kulutustottumusten ja -tapojen perusteella (ajassa ke-
hittyvä varanto). Toisaalta todellisista ajassa kehittyvistä varannois-
ta voidaan esimerkkeinä mainita erilaisia kestokulutushyödykkeitä (au-
tot, kotitalouskoneet, korut, kellot,...).

Luonnollisesti jokaiseen hyödykeryhmän dynaamiseen kysyntäyhtälöön ei
välttämättä tule liittää kaikkia edellä mainittuja neljän ryhmän selit-
täviä muuttujia. Muuttujien valinta suoritetaan toisaalta hyödykeryhmän
kysyntään liittyvien käytännön ominaisuuksien ja toisaalta mallin tilas-
tollisten ominaisuuksien perusteella. Lisäksi empiiristen mallien mää-
rittely on perusteltua käyttää apuna aikaisempaa tietoa empiiristen
kysyntämallien määrittelytavoista. Näistä keskeisimpinä lähteinä käyte-
tään Rahialan (1984) ja Mellinin (1985) analyyseja.

7.2 Differensoitujen dynaamisten kysyntäyhtälöiden aggregointi

Dynaamisen kysyntämallin teoreettisesti keskeisten ominaisuuksien esit-
tämiseksi ei ole välttämätöntä tarkastella analyysia, johon liitetään
kaikki edellisessä kappaleessa esitetyt selittävät muuttujat. Tarkas-
teltavaksi mallispesifikaatioksi voidaan valita esimerkiksi seuraavan-
lainen stokastinen differenssimalli:

$$(7.2) \quad D\log(q_{it}) = \beta_{i0} + \beta_{i1} D\log(Y_t) + \beta_{i2} D\log(p_{it}/P_t) + \beta_{i3} D\log(Y_{t-1}) \\ + \beta_{i4} D\log(p_{i,t-1}/P_{t-1}) + \beta_{i5} D\log(q_{i,t-1}) + u_{it}, \quad t=3, \dots, T,$$

jossa hyödykeryhmän h_i kysynnän log-muutosta selitetään log-muutoksilla käytettävissä olevista reaalityuloista, suhteellisista hinnoista, edellisillä muuttujilla vuodella viivästettyinä ja hyödykeryhmän edellisen vuoden kysynnän muutoksella (= varantosuure). Yhtälön virhetermistä oletetaan, että $E u_{it} = 0$ ja $\text{var}(u_{it}) = \sigma_i^2$, \forall pareille (i, t) . Malli on stabiili, jos $|\beta_{i5}| < 1$, $\forall i$.

Kertomalla kaksoislogaritmoitu malli (7.2) molemmin puolin Vartia I indeksi painoilla (\bar{w}_{it}) ja summaamalla malli yli $i:n$, saadaan tulokseksi makromalli, joka on muotoa (kts. liite 2):

$$(7.3) \quad \begin{aligned} D\log(Q_t) \cong & \beta_{t0} + \beta_{t1} D\log(Y_t) + \beta_{t3} D\log(Y_{t-1}) + \beta_{t5} D\log(Q_{t-1}^*) \\ & + \text{cov}[\beta_{i2}, D\log(p_{it})] + \text{cov}[\beta_{i4}, D\log(p_{i,t-1})] \\ & + \text{cov}[\beta_{i5}, D\log(q_{i,t-1})] + \bar{u}_t, \quad t=3, \dots, T. \end{aligned}$$

jossa $D\log(Q_t)$ ja $D\log(Q_{t-1}^*)$ ovat Vartia I volyyymi-indeksejä ajankohdina t ja $t-1$. Molemmat indeksit lasketaan ajankohdan t Vartia I indeksin painoilla. Makromallin likiarvoisuus perustuu liitteessä 2 esitettyyn approksimaatioon (kts. liite 2 yht. (1.6)). Approksimointivirheen ominaisuuksia on tarkasteltu lisäksi liitteen 2 lopussa yhtälö (1.8)). Samalla periaatteella voidaan osoittaa, että $D\log(Q_{t-1}) \cong D\log(Q_{t-1}^*)$, jos $\bar{w}_{it} \cong \bar{w}_{i,t-1}$.

Aggregoinnissa käytettyä painorakenteen, \bar{w}_{it} valintaa voidaan perustella kuten edellä kappaleessa 6.4. Lisäksi dynaamisessa tarkastelussa painoilta on erittäin keskeistä vaatia, että ne valitaan samanaikaisiksi selitettävän muuttujan kanssa. Tällä menettelyllä voidaan välttää approksimointivirheet makromallin selitettävässä muuttujassa (ks. liite 2).

Dynaaminen makromalli sisältää kolme kovarianssitermiä, joihin pätee luonnollisesti kappaleessa 5.2 esitetyt ominaisuudet. Jos nämä kovarianssit ovat nolliä, niin tämän makromallin etuna on, että sen kaikki parametrit ovat ajassa muuttuvia suureita. Dynaamisen mallin kovariansseille voidaan suorittaa täsmälleen samanlainen teoreettinen tarkastelu kuin kappaleen 6.5 staattiselle tapaukselle.

7.3 Dynaamisen mallin ominaisuudet ja estimointi

Estimoitavalle mallille (7.2) on asetettava lisäehto, $|\beta_{i5}| < 1$, jotta malli olisi stabiili. Tämän vaatimuksen lisäksi on aiheellista tarkastella virhetermiin u_{it} liittyviä ongelmia. Jos virhetermi on valkoista kohinaa (ts. $u_{it} \sim \text{N.I.D.}(0, \sigma_i^2)$), niin OLS-estimointi tuottaa tehokkaita estimaattoreita yhtälön (7.2) parametreille. Mikäli $E[D \log(q_{i,t-s}) u_{it}] \neq 0$, $\forall s \leq 1$, niin pienten otosten OLS-estimaattorit parametreista β_{ij} ($j=1, \dots, 5$) ovat harhaisia, eikä niiden ominaisuuksista pienten otosten tapauksessa voida varmuudella sanoa mitään. Mann-Wald teoreeman avulla voidaan kuitenkin osoittaa, että OLS-menetelmä tuottaa asympotoottisesti tehokkaita estimaattoreita mallin (7.2) parametreista. OLS-estimointi vastaa tällöin suurimman uskottavuuden menetelmää (maximum likelihood -menetelmä) (Harvey, 1981, kappaleet 2.3, 3 ja 7.1). Virhetermin normaalisuusoletus ei ole kuitenkaan välttämätön tai edes tarpeellinen oletus. Tehokkaan estimoinnin aikaansaamiseksi tulee ainoastaan varmistua siitä, että

1. $E(u_{it}) = 0$, kaikille i, t
2. $E(u_{it} u_{is}) = 0$, kaikille $i, t \neq s$
3. $E(u_{it}^2) = \text{var}(u_{it}) = \sigma_i^2$ kaikille i
4. $E(u_{it} u_{js}) = 0$ kaikille $t, s, i \neq j$.

Dynaamisen mallin parametrien tulkinnat eivät ole samat kuin staattisessa tapauksessa. Mallin (7.2) dynaamiset hintajoustot ovat ($\forall i=1, \dots, N$)

$$(7.4) \quad \frac{\partial \log(q_{it})}{\partial \log(p_{i,t-j})} = \begin{cases} \beta_{i2} & , \text{ kun } j = 0 \\ \beta_{i4} + \beta_{i2}\beta_{i5} & , \text{ kun } j = 1 \\ \beta_{i5}^{j-1} (\beta_{i4} + \beta_{i2}\beta_{i5}) & , \text{ kun } j > 1, \quad t=3+j, \dots, T, \end{cases}$$

ja vastaavat pitkän ajan hintajoustot ovat (edellyttäen, että $|\beta_{i5}| < 1$)

$$(7.5) \quad \beta_i^* = \frac{\beta_{i2} + \beta_{i4}}{1 - \beta_{i5}} .$$

Dynaamiset tulojoustot määritellään seuraavasti:

$$(7.6) \quad \frac{\partial \log(q_{it})}{\partial \log(Y_{t-j})} = \begin{cases} \beta_{i1} & , \text{ kun } j = 0 \\ \beta_{i3} + \beta_{i1}\beta_{i5} & , \text{ kun } j = 1 \\ \beta_{i5}^{j-1} (\beta_{i3} + \beta_{i1}\beta_{i5}) & , \text{ kun } j > 1 \end{cases}$$

ja vastaavat pitkän ajan tulojoustot ovat ($|\beta_{i5}| < 1$)

$$(7.7) \quad \beta_i^{**} = \frac{\beta_{i1} + \beta_{i3}}{1 - \beta_{i5}} .$$

Dynaaminen hintajousto (tulojoustot) kertoo ajankohdan $t-j$ ($j=0,1,\dots$) ($1\%:n$) hinnan muutoksesta (tulon muutoksesta) aiheutuvan kysynnän muutoksen (yhtälöt (7.4) & (7.6)). Pitkän ajan hinta- ja tulojoustot tulkitaan yhtälön (7.2) tasapainoratkaisun perusteella (steady state ratkaisu). Jos $DY_t = Y_t - Y_{t-1} = y$ ja $D(p_{it}/P_t) = x_i$, niin $D\log(q_{it})$:n odotusarvoura (= mean path) on vakio, $D\log(q_i)$, joten tasapainoratkaisu voidaan kirjoittaa muodossa

$$(7.8) \quad D \log(q_i) = E[D \log(q_{it})] = \beta_{i0} / (1 - \beta_{i5}) + \beta_i^* D \log(x_i) + \beta_i^{**} D \log(y),$$

kaikille $i=1, \dots, N$. Pitkän ajan joustot $(\beta_i^*, \beta_i^{**})$ antavat hyödykeryhmän kysynnässä tapahtuneen muutoksen, kun q_i on täydellisesti sopeutunut yli ajan (Harvey, 1981 s. 221-231, Mellin, 1985 s. 4).

Makromallin tasapainoratkaisun löytämiseksi joudutaan käyttämään seuraavaa approksimaatiota:

$$(7.9) \quad \sum \bar{w}_{it} D \log(q_{i,t-1}) = D \log(Q_{t-1}^*) = D \log(Q_{t-1}) = \sum \bar{w}_{i,t-1} D \log(q_{i,t-1})$$

$t=2, \dots, T$. Approksimointivirheen suuruutta voidaan arvioida liitteen 2 yhtälön (1.8) avulla seuraavasti:

$$(7.10) \quad \sum \bar{w}_{it} D \log(q_{i,t-1}) - \sum \bar{w}_{i,t-1} D \log(q_{i,t-1}) = \sum \tilde{w}_{it} D \log(\bar{w}_{it}) D \log(q_{i,t-1}),$$

jossa $t=3, \dots, T$, $i=1, \dots, N$, \bar{w}_{it} ovat Vartia I indeksin painoja ja w_{it} ovat logaritmisia keskiarvoja $L(\bar{w}_{it}, \bar{w}_{i,t-1})$. Soveltamalla approksimaatiota makromalliin (7.3), dynaamiset tulojoustot ovat

$$(7.11) \quad \frac{\partial \log(Q_t)}{\partial \log(Y_{t-J})} = \begin{cases} \beta_{t1} & , \text{ kun } J = 0 \\ \beta_{t3} + \beta_{t-1,1} \beta_{t5} & , \text{ kun } J = 1 \\ \prod_{j=2}^J \beta_{t-j+2,5} (\beta_{t-j+1,3} + \beta_{t-j+1,5} \beta_{t-j,1}) & \text{ kun } J > 1, \end{cases}$$

jossa $t=3+J, 4+J, \dots, T$. Vastaavat pitkän ajan tulojoustot voidaan johdattaa joko aggregoinnin avulla laskemalla painotetut keskiarvot hyödykeryhmien pitkän ajan tulojoustoista tai suoraan makromallista (7.3) seuraavasti:

$$(7.12) \quad \beta_t^d = \sum \bar{w}_{it} \beta_i^{**} = (\beta_{t1} + \beta_{t3}) / (1 - \beta_{t5}), \quad t=3, \dots, T.$$

Ratkaisut ovat luonnollisesti ekvivalentteja. Makromallissa ei esiinny selittävinä muuttujina hintajoustoja suoraan, koska ne katoavat aggregoinnissa liitteen 2 mukaisesti.

Makromallin (7.3) tasapainoratkaisun löytämiseksi käytetään apuna hyödykeryhmille määriteltyä ehtoa, jonka mukaan selitettävän ja selittävien muuttujan kasvuvauhdit oletetaan vakoiksi yli ajan. Tällöin makromallin tasapainoratkaisu voidaan johtaa helposti aggregoimalla hyödykeryhmien h_j tasapainoratkaisut yhdeksi makrotaloudelliseksi tasapainoratkaisuksi.

8 EMPIIRINEN ESIMERKKI AGGREGOINNIN KÄYTÖSTÄ

Empiirisessä analyysissä tarkastellaan esimerkinomaisesti kappaleiden 6 ja 7 aggregointimenetelmän käyttöä, kysymyksenasettelua ja aggregoinnin mahdollisuuksia. Tarkastelu pyritään muodostamaan Rahialan (1984) esimerkin mukaisesti mahdollisimman joustavaksi, joten hyödykeryhmien kysyntämallit voivat poiketa mallispesifioinneiltaan huomattavasti toisistaan. Aggregointiesimerkissä yhdistetään 1. staattiset mallit, 2. tavanomaiset dynaamiset viivemallit ja 3. stokastiset differenssimallit. Jokaisen hyödykeryhmän h_j tapauksessa suoritetaan erikseen päättely siitä, mihin malliluokkaan kyseinen hyödykeryhmä luokitellaan. Päättelykriteereinä käytetään seuraavia perusteita: empiirinen malli pyritään johtamaan 1. hyödykeryhmän todellisten luonteenomaisten piirteiden, 2. mallin tilastotieteellisten, 3. taloustieteellisten ja 4. aikaisempien empiiristen tutkimustulosten ominaisuuksien perusteella.

Mallin tilastotieteelliset ominaisuudet liittyvät pääasiassa virhetermiin, jonka odotusarvo $E(u_{it}) = 0$ ja varianssi $\text{var}(u_{it}) = \sigma_i^2$, $\forall i, t$. Luonnollisesti virhetermien toivotaan sisältävän mahdollisimman vähän q_{it} :n kehitykseen vaikuttavaa informaatiota, joten mallien selitysasteet pyritään saamaan mahdollisimman korkeiksi. Korkeat selitysasteet eivät ole kuitenkaan itsetarkoitus, eikä niiden kasvattaminen voi tapahtua mallien realistisuuden kustannuksella. Tähän realistisuuden vaatimukseen voidaan jossakin laajuudessa soveltaa talousteoreettisia ehtoja, jotka vaativat estimointituloksilta tiettyjä hyviä ominaisuuksia. Nämä ominaisuudet koskevat ensisijassa makromallin parametriestimaattien realistisuutta. Toisin sanoen esimerkiksi makromallin tulojoustojen tulee olla positiivisia. Näiden ehtojen tyydyttämistä ei vaadita välttämättä hyödykeryhmien tapauksessa, koska hyödykeryhmät (osa niistä) voivat omalta empiirisesti sellaisia ominaisuuksia, joita makromallissa ei ole.

Hyödykeryhmien kysyntäyhtälöiden määräämisessä voidaan lisäksi käyttää apuna aikaisempia empiirisiä tuloksia. Tässä tutkimuksessa pääasiassa käytetään apuna Rahialan (1984) ja Mellinin (1983 & 1985) tutkimuksia.

Jokaisen hyödykeryhmän tapauksessa regressiomallin määrääminen pohditaan erikseen em. kriteerien pohjalta. Yleinen kysyntämalli, jonka erikoistapauksia kaikki hyödykeryhmien kysyntämallit ovat voidaan kirjoittaa tällöin muodossa:

$$\begin{aligned}
 (8.1) \quad D\log(q_{it}) = & \beta_{i0} + \beta_{i1} DtwZD/P_t + \beta_{i2} D(RP_{it}) \\
 & + \langle \beta_{i3} LDtwZD/P_t \rangle + \langle \beta_{i4} LD(RP_t) \rangle \\
 & + \langle \beta_{i5} DTVAYKS_t \rangle + \langle \beta_{i6} LDTVAYKS_t \rangle \\
 & + \langle \beta_{i7} DLUOTOT_t \rangle + \langle \beta_{i8} LDLUOTOT_t \rangle + \langle \beta_{i9} LLDSÄÄST_t \rangle \\
 & + \langle \beta_{i10} LD(q_{it}) \rangle + \langle \gamma_{ij} D(X_{jt}) \rangle + u_{it} ,
 \end{aligned}$$

jossa $i=1, \dots, N$, $t=4, \dots, T$. Yleisen mallin (8.1) selittävinä muuttujina ovat (huom! D viittaa log-differenssiin ja L vuodella (LL kahdella) viivästettyyn sarjaan):

1. Käytettävissä olevien reaalityulojen ($twZD/P_t$) ja suhteellisten hintojen (RP_{it}) log-muutokset sekä niiden viivästetyt muuttuajat (Y_t ja p_{it}/P_t).
2. Säästämisen ($SÄÄST_t$) log-muutos kahdella vuodella viivästettynä.
3. Kotitalouksien luottokannan ($LUOTOT_t$) log-muutos ja se vuodella viivästettynä.
4. "Varantosuureen" log-muutos vuodella viivästettynä ($LD(q_{it})$).

5. Yksityisten/luonnollisten henkilöiden tuloveroasteen ($TVAYKS_t$) log-muutos.
5. Muiden mahdollisten selittäjien X_{jt} log-muutokset ja niiden viivästetyt arvot (esim. kotitalouksien pankkitalletusten muutos deflatoituna).

Luonnollisesti edellä mainittuja selittäviä muuttujia voidaan viivästää useammalla kuin yhdellä vuodella. Suluisissa $\langle \rangle$ olevat termit ovat valinnaisia, joten hyödykeryhmien kysyntämallit voivat poiketa huomattavasti toisistaan. Kaikkien hyödykeryhmien kysyntämallien yhteisinä selittäjinä ovat käytettävissä olevien reaalityulojen ja suhteellisten hintojen log-muutokset.

Mallien (8.1) aggregoimisessa voidaan käyttää apuna liitteen 2 ja kappaleen 6.3 tietoja, jolloin makromalli saa muodon:

$$\begin{aligned}
 (8.2) \quad D(Q_t) \cong & \beta_{t0} + \beta_{t1} DtwZD/P_t + \langle \beta_{t3} LDtwZD/P_t \rangle \\
 & + \langle \beta_{t5} DTVAYKS_t \rangle + \langle \beta_{t6} LDTVAYKS_t \rangle \\
 & + \langle \beta_{t7} DLUOTOT_t \rangle + \langle \beta_{t8} LDLUOTOT_t \rangle \\
 & + \langle \beta_{t9} LLDSÄÄST \rangle + \langle \beta_{t10} LD(Q_t) \rangle \\
 & + \text{cov}[\beta_{i2}, D(p_{it})] \rangle + \langle \text{cov}[\beta_{i4}, LD(p_{it})] \rangle \\
 & + \langle \text{cov}[\beta_{i10}, LD(q_{it})] \rangle + \bar{u}_t, \quad t=4, \dots, T.
 \end{aligned}$$

Kovarianssitermien esiintyminen perustuu aggregoinnin peruslauseeseen (liite 2 & kappale 6.3) ja ne toteutuvat välittömästi, jos valinnaisia selittäjiä $LD(RP_t)$ ja $LD(q_{it})$ on huomioitu useissa kysyntämalleissa. Kovarianssi $\text{cov}(\beta_{i2}, D(p_{it}))$ esiintyy aina makromallissa. Mallin approksimointivirhe muodostuu likiarvojen $\sum \bar{w}_{it} D \log(p_{i,t-1}) \cong \sum \bar{w}_{i,t-1} D \log(p_{i,t-1})$

ja $\sum \bar{w}_{it} D \log(q_{i,t-1}) \approx \sum \bar{w}_{i,t-1} D \log(q_{i,t-1})$ käytöstä ja sitä voidaan arvioida liitteen 2 yhtälön (1.8) ja kappaleen 7 yhtälön (7.10) avulla.

8.1 Hyödykeryhmien ja makromallin tilastotieteelliset ominaisuudet

Aggregoinnin avulla johdetun makromallin ominaisuudet vastaavat dynaamisen makromallin ominaisuuksia, jos vähintään yksi hyödykeryhmän kysyntämalli on dynaaminen. Muulloin makromallin ominaisuudet vastaavat kappaleen 6 staattisen mallin ominaisuuksia.

Tarkastellaan nyt regressiomallien (8.1) estimointia matriisimerkintöjen avulla. Tällöin tarkasteltava malli voidaan ilmaista seuraavasti (Huom: yhtälön (8.1) tapauksessa $T'=T-3$):

$$(8.3) \quad \underline{y}_i = \underline{X}_i \underline{\beta}_i + \underline{u}_i, \quad i=1, \dots, N,$$

jossa \underline{y}_i on $(T \times 1)$ -vektori selitettävästä muuttujasta, \underline{X}_i on $(T \times k_i)$ -matriisi selittävistä muuttujista, $\underline{\beta}_i$ on $(k_i \times 1)$ -vektori tuntemattomista estimoitavista parametreista ja \underline{u}_i on $(T \times 1)$ -vektori satunnaisista virhetermeistä. Virhetermien ominaisuudet ovat erittäin keskeisiä sekä hyödykeryhmän että makromallin tapauksessa. Makromallin parametrien varianssiestimaattoreiden johtamiseksi on keskeistä tarkastella hyödykeryhmien virhetermien välisiä kovariansseja, jotka voidaan ilmaista seuraavasti:

$$(8.4) \quad E(\underline{u}_i \underline{u}_j') = \begin{bmatrix} E(u_{i1} u_{j1}) & \dots & E(u_{i1} u_{jT'}) \\ \vdots & & \vdots \\ E(u_{iT'} u_{j1}) & \dots & E(u_{iT'} u_{jT'}) \end{bmatrix}.$$

Matriisin diagonaalialkiot ovat hyödykeryhmien samanaikaisia kovariansseja ja ovat muodoltaan $E(u_{it} u_{jt})$. Jos virhetermejä kuvaavat vektorit

ovat homoskedastisia ja korreloimattomia eri ajankohtien välillä, niin yhtälön (8.4) matriisi on diagonaalinen. Tällöin virhetermien kovariansseja voidaan esittää matriisimerkinnöin seuraavasti:

$$(8.5) \quad E(\underline{u}_i \underline{u}_j') = \sigma_{ij} \underline{I}, \quad i=j=1, \dots, N,$$

jossa σ_{ij} on hyödykeryhmien h_i ja h_j virhetermien kovarianssi. Tarkastelemalla häiriötermien kaikkia mahdollisia kovariansseja yhtälöiden (8.4) ja (8.5) mukaan, huomataan virhetermien varianssi-kovarianssimatriisi

$$(8.6) \quad \underline{V} = \begin{bmatrix} E(\underline{u}_1 \underline{u}_1') & \dots & E(\underline{u}_1 \underline{u}_N') \\ \vdots & & \vdots \\ E(\underline{u}_N \underline{u}_1') & \dots & E(\underline{u}_N \underline{u}_N') \end{bmatrix} = \underline{\Omega} \otimes \underline{I},$$

jossa $\underline{\Omega} = [\sigma_{ij}]$ ($i, j=1, \dots, N$), \underline{I} on $(T \times T)$ -yksikkömatriisi ja \otimes on kahden matriisin Kroneckerin tulo. Hyödykeryhmien kysyntäyhtälöiden harhaton parametriestimaattori on

$$(8.7) \quad \hat{\underline{\beta}} = [\underline{X}'(\underline{\Omega}^{-1} \otimes \underline{I})\underline{X}]^{-1} \underline{X}'(\underline{\Omega}^{-1} \otimes \underline{I})\underline{y},$$

jossa $\hat{\underline{\beta}} = \begin{bmatrix} \hat{\beta}_1 \\ \vdots \\ \hat{\beta}_N \end{bmatrix}$, $\underline{X} = [\underline{X}_1 \dots \underline{X}_N]$, $\underline{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_N \end{bmatrix}$.

Estimaattorin $\hat{\underline{\beta}}$ kovarianssimatriisi on

$$(8.8) \quad \text{Var}(\hat{\underline{\beta}}) = [\underline{X}'(\underline{\Omega}^{-1} \otimes \underline{I})\underline{X}]^{-1}.$$

Merkitsemällä $\underline{\Omega}^{-1} = [\sigma^{ij}]$, sulkujen sisäinen lauseke saa muodon:

$$(8.9) \quad \underline{X}'(\underline{\Omega}^{-1} \otimes \underline{I})\underline{X} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} \underline{X}'_1 \underline{X}_1 & \dots & \sigma_{1N} \underline{X}'_1 \underline{X}_N \\ \vdots & & \vdots \\ \sigma_{N1} \underline{X}'_N \underline{X}_1 & \dots & \sigma_{NN} \underline{X}'_N \underline{X}_N \end{bmatrix},$$

joten jokaisen estimoitavan parametrivektorin varianssiestimaattori on

$$(8.10) \quad \text{var}(\hat{\underline{\beta}}_j) = \sum_{j=1}^N \sigma_{jj} (\underline{X}'_j \underline{X}_j)^{-1}.$$

Makromallin (8.2) parametrit saadaan painotettuina keskiarvoina vastaavista hyödykeryhmien harhattomista estimaattoreista, joten vastaavilla painoilla lasketut makromallin parametrien varianssit ovat:

$$(8.11) \quad \text{var}(\hat{\underline{\beta}}^*) = \sum_{i=1}^N \bar{w}_{it}^2 \text{var}(\hat{\underline{\beta}}_i).$$

Tutkimelman empiirisessä analyysissä hyödykeryhmien kysyntäyhtälöt estimoidaan erikseen. Tällöin virhetermien kovarianssimatriisi $\underline{\Omega}$ on diagonaalinen ja kunkin hyödykeryhmän kysyntäyhtälö voidaan estimoida ko. tilanteessa tehokkaasti OLS:lla. Estimoitujen parametrien varianssit ovat tällöin

$$(8.12) \quad \text{var}(\hat{\underline{\beta}}_i) = \sigma_{ii} (\underline{X}'_i \underline{X}_i)^{-1}, \quad i=1, \dots, N$$

ja vastaavat makromallin (8.2) parametrien varianssiestimaattorit ovat

$$(8.13) \quad \text{var}(\hat{\underline{\beta}})_t = \sum_{i=1}^N \bar{w}_{it}^2 \text{var}(\hat{\underline{\beta}}_i).$$

Makromallin (8.2) parametrien varianssiestimaattorit ovat ajassa muuttuvia samoin kuin tarkasteltavat parametritkin. Molempien mallien (8.1)

ja (8.2) regressiokertoimien hajonnat $SE(\hat{\beta}_1)$ tai $SE(\hat{\beta}^*)$ saadaan ottamalla neliöjuuret vastaavista varianssiestimaattoreista. Näin parametriestimaattien merkitsevyyden testaaminen on mahdollista molempien mallien tapauksessa.

Mallien (8.1) ja (8.2) selitysasteet (R^2) päätetään seuraavasti:

$$(8.14) \quad R_1^2 = 1 - (\tilde{u}_1' \tilde{u}_1) / (\tilde{y}_1' \tilde{y}_1)$$

ja

$$(8.15) \quad R^2 = 1 - (\bar{u}' \bar{u}) / (\bar{y}' \bar{y}),$$

joissa

$$(8.16) \quad \tilde{u}_1 = \begin{bmatrix} u_{11} \\ \vdots \\ u_{1T'} \end{bmatrix}, \quad \tilde{y}_1 = \begin{bmatrix} y_{11} \\ \vdots \\ y_{1T'} \end{bmatrix}, \quad \bar{u} = \begin{bmatrix} \bar{u}_1 \\ \vdots \\ \bar{u}_{T'} \end{bmatrix} \quad \text{ja} \quad \bar{y} = \begin{bmatrix} D \log(Q_1) \\ \vdots \\ D \log(Q_{T'}) \end{bmatrix}$$

joten kaikki ne ovat ($T' \times 1$)-vektoreita.

8.2 Tilastoaineiston esittely

Jatkossa esitettävät tilastolliset analyysit perustuvat vuosia 1964–1985 koskeville aikasarjahavainnoille. Analyysin tavoitteena on muodostaa makromalli yksityisille kulutusmenoille aggregoinnin avulla. Aggregointitasoksi tutkimuksessa valitaan Tilastokeskuksen ryhmittely, jossa on hyödykeryhmiä perinteisten 45 ryhmän lisäksi 5 muuta ryhmää. Taulu-

kossa 8.1. on esitetty kaikkien näiden hyödykeryhmien sisällöt ja koodit. Tilastokeskuksen hyödykeryhmittelyä ei voida käyttää suoraan hyväksi aggregointiongelmien takia, koska ne eivät aggregoidu yksityiseksi kulutusmenoksi kunakin vuonna. Ongelma perustuu siihen, että elintarvikkeisiin luettavat hyödykeryhmät (1A1-1A92 taulukko 8.1) sisältävät kulutusmenoissaan myös elintarvikkeiden välituotekäytön, joka ei sisälly puolestaan yksityisiin kulutusmenoihin. Tässä tutkimuksessa ongelma on ratkaistu seuraavasti: hyödykeryhmien 1A1-1A92 kulutusmenot lasketaan yhteen, josta sitten vähennetään elintarvikkeiden välituotekäyttö. Näin johdettu hyödykeryhmä esittää yksityisiä kulutusmenoja elintarvikkeisiin ja se on ongelmaton aggregoinnissa. Tutkimuksessa on siis aggregoitavia hyödykeryhmiä kaikenkaikkiaan 36 (plus 5 muuta ryhmää) ja ne aggregoituvat yksityisiksi kulutusmenoiksi. Taulukko 8.1. havainnollistaa em. ongelmaa ja sen ratkaisua.

Muuttujaa 10, joka esittää ulkomaalaisten kulutusmenoja Suomessa, mitataan negatiivisena Tilastokeskuksen ryhmittelyn periaatteen mukaan. Tätä periaatetta käytetään myös kysyntäyhtälöiden aggregoinnissa. Analyysin tarkoituksena on tällöin suorittaa hyödykeryhmien kulutusmalleille "korjaus", jolla voidaan poistaa empiirisistä malleista ulkomaalaisten kulutuskysynnästä aiheutuneet vaikutukset. Tämä on perusteltua, koska ulkomaalaisten kulutus Suomessa kohdistuu luonnollisesti kaikkiin hyödykeryhmiin ja voi näin vaikuttaa hyödykeryhmien keskeisimpien parametriestimaattien suuruuksiin vähäisessä määrin. Ko. korjauksella voidaan vähentää estimointivirhettä.

Tarkasteltavien aikasarjahavaintojen kantavuotena on ollut vuosi 1980. Tarkasteltavia aikasarjoja (1964-1985) valittaessa on kiinnitetty huomiota mahdollisiin mittausvirheisiin ja niiden minimoimiseen. Tämä on

Taulukko 8.1: Kulutusmenojen erittely hyödykeryhmittäin

<u>Koodi</u>	<u>Hyödykeryhmän sisältö</u>															
1A1	Leipä- ja viljatuotteet															
1A2	Liha															
1A3	Kala															
1A4	Maito, juusto ja munat															
1A5	Rasvat ja öljyt															
1A6	Hedelmät ja kasvikset															
1A7	Perunat															
1A8	Sokeri															
1A91	Kahvi, tee ja kaakao															
+ 1A92	Muu ravinto															
<hr/>																
= 1A	Elintarvikkeet															
- EVT	Elintarvikkeiden välituotekäyttö															
<hr/>																
= ET	Elintarvikkeet (yksityinen kulutus)															
1B	Alkoholittomat juomat															
1C	Alkoholijuomat															
1D	Tupakka															
2A	Vaatetus															
2B	Jalkineet															
3A	Bruttovuokrat															
3B	Lämpö, valo ja voima															
4A	Huonekalut ja matot															
4B	Muut tekstiilit ja kalusteet															
4C	Kotitalouskoneet															
4D	Kotitalousvälineistö															
4E11	Kotitalouden kertakulutustavarat															
4E12	Kotitalouspalvelukset															
4E2	Kotiapu															
5A	Lääkkeet ja farmaseuttiset tuotteet															
5B	Terapeuttiset laitteet ja välineet															
5C+D	Lääkäri- ja sairaalamaksut															
6A	Yksityiset kulkuvälineet															
6B11	Osat, lisätarvikkeet ja korjaukset															
6B12	Poltto- ja voiteluaineet															
6B13	Muut yksityisten kulkuvälineiden käyttömenot															
6C	Ostetut kuljetuspalvelukset															
6D	Tietoliikenne															
7A1	Radio ja TV															
7A2	Muut suurehkot kestokulutustavarat															
7A3+4	Muut ajanvietevälineet															
7B	Virkistys- ja kulttuuripalvelukset															
7C	Kirjat, sanoma- ja aikakauslehdet															
8A1	Henkilökohtainen puhtaus: palvelukset															
8A2	Henkilökohtainen puhtaus: tavarat															
8B1	Korut, kellot ja jalokivet															
8B2+3	Muut henkilökohtaiset tavarat															
8C	Ravintola- ja hotellimenot															
8D	Valmismatkat															
8E	Muut palvelukset															
<hr/>																
Muut yksityisen kulutuksen ryhmät	<table border="0"> <tr> <td style="font-size: 2em; vertical-align: middle;">}</td> <td style="vertical-align: middle;">9</td> <td>Ostot julkiselta toiminnalta</td> </tr> <tr> <td style="font-size: 2em; vertical-align: middle;">}</td> <td style="vertical-align: middle;">10</td> <td>Ostot voittoa tavoittelemattomalta toiminnalta</td> </tr> <tr> <td style="font-size: 2em; vertical-align: middle;">}</td> <td style="vertical-align: middle;">11</td> <td>Kotitalouksien kulutusmenot ulkomailla</td> </tr> <tr> <td style="font-size: 2em; vertical-align: middle;">}</td> <td style="vertical-align: middle;">12</td> <td>Ulkomaalaisten kulutusmenot Suomessa</td> </tr> <tr> <td style="font-size: 2em; vertical-align: middle;">}</td> <td style="vertical-align: middle;">+ 13</td> <td>Voittoa tavoittelemattomien yhteisöjen</td> </tr> </table>	}	9	Ostot julkiselta toiminnalta	}	10	Ostot voittoa tavoittelemattomalta toiminnalta	}	11	Kotitalouksien kulutusmenot ulkomailla	}	12	Ulkomaalaisten kulutusmenot Suomessa	}	+ 13	Voittoa tavoittelemattomien yhteisöjen
}	9	Ostot julkiselta toiminnalta														
}	10	Ostot voittoa tavoittelemattomalta toiminnalta														
}	11	Kotitalouksien kulutusmenot ulkomailla														
}	12	Ulkomaalaisten kulutusmenot Suomessa														
}	+ 13	Voittoa tavoittelemattomien yhteisöjen														
<hr/>																
=	yksityiset kulutusmenot Suomessa															

hyvin oleellista, koska Tilastokeskuksen sarjat ovat konstruoituja sarjoja vanhasta kansantalouden tilinpidosta uuden SNA:n mukaisiksi sarjoiksi kaikille 1969 edeltäneille vuosille. Tutkimuksen aikasarjoissa ovat ainoastaan viisi ensimmäistä vuosihavaintoa konstruoituja.

Taulukko 8.2. Hyödykeryhmien kysyntäyhtälöissä käytettyjen selittävien muuttujien koodit ja sisältö.

Nimi	Sisältö
D(RP)	Ko. hyödykeryhmän "-" suhteellisen hinnan log-muutos.
LD(RP)	Edellinen muuttuja vuodella viivästettynä.
DtWzD/P	Kotitalouksien käytettävissä olevien reaalitulojen log-muutos.
LDtWzD/P	Edellinen muuttuja vuodella viivästettynä.
DTVAYKS	Yksityisten/luonnollisten henkilöiden tuloveroasteen log-muutos.
LDTVAYKS	Edellinen muuttuja vuodella viivästettynä.
DLUOTOT	Kotitalouksien reaalin luottokannan log-muutos.
LDLUOTOT	Edellinen muuttuja vuodella viivästettynä.
LD(q)	Ko. hyödykeryhmän "-" kiinteähintaisen kulutusmenon log-muutos vuodella viivästettynä.
LLDSÄÄST	Kotitalouksien reaalin säästämisen log-muutos kahdella vuodella viivästettynä.

8.3. Hyödykeryhmien empiiriset kysyntämallit

Hyödykeryhmien empiiristen mallien selittäjien lista esitetään taulukossa 8.2. Yksityisten/luonnollisten henkilöiden tuloveroastetta lu-

kuunottamatta kaikki muut muuttujat perustuvat Tilastokeskuksen julkaisemiin aikasarjoihin. DTVAYKS-muuttuja perustuu J. Turkkilan (jatkoa 1980 tutkimukseen: ko. sarja julkaisematon) Tilastokeskuksen tilastoaineistoista laskemiin tuloksiin.

Taulukoissa 8.3a, 8.3b ja 8.3c esitetään kaikkien yksityisten kulutusmenoryhmien estimointitulokset. Niissä tulostetaan kaikkien regressiomallien joustot, niiden t-arvot (suluissa), ko. mallien selitysasteet (R^2) ja virhetermien 1-kertaluvun empiiriset autokorrelaatiot (R_1).

Taulukko 8.3.a: Hyödykeryhmien QET-Q5C+D estimointitulokset.

Hyödykeryhmä	Vakio	Dlog(RP)	LDlog(RP)	DtwZD/P	LDtwZD/P	DTVAYKS	LDTVAYKS	DLUOTOT	LDLUOTOT	LLSAKST	LDQYKS	R ²	R ₁
Q6A	-0.3684 (-2.11)	-1.1594 (-2.36)	0.8262 (1.68)	4.0926 (3.72)		-1.0049 (-1.51)	1.9759 (1.58)				-0.3184 (-2.21)	0.81	-0.10
Q6B11	0.0548 (1.01)	0.4527 (0.83)	-0.8082 (-1.68)	1.2231 (3.93)				-0.3459 (-1.02)				0.57	-0.13
Q6B12	-0.0023 (-0.20)	-0.5613 (-7.67)	0.2023 (1.91)	0.4023 (2.07)	0.4430 (2.20)				-0.0228 (-1.74)	0.3823 (2.60)		0.90	0.10
Q6B13	-0.0791 (-1.38)	0.0597 (0.77)	-0.1479 (-1.78)	-0.9537 (-1.87)			2.0207 (3.78)	-1.0770 (-2.20)				0.56	0.05
Q6C	0.0676 (1.49)	-0.8590 (-1.65)		-0.2235 (-0.65)	0.7271 (2.68)		0.6327 (1.73)	-0.9795 (-2.54)				0.68	-0.04
Q6D	0.0637 (5.72)	-0.2071 (-3.22)	-0.2172 (-2.74)	0.5978 (4.04)					-0.2298 (-1.55)			0.80	-0.23
Q7A1	-0.1124 (-1.46)	-2.1576 (-3.46)		0.6945 (0.57)	1.7059 (1.41)							0.47	0.04
Q7A2	-0.0181 (-0.38)	-2.1444 (-2.47)		2.5902 (2.35)		1.3470 (1.73)			-0.1408 (-1.80)	-0.2960 (-1.91)		0.64	-0.16
Q7A3+4	0.0308 (1.39)	-1.0622 (-2.20)	0.9116 (1.78)	1.0110 (2.25)		-0.5998 (-1.78)						0.49	-0.04
Q7B	0.0126 (0.81)	-0.2336 (-1.52)	0.2672 (1.80)	0.9171 (2.80)	-0.4397 (-1.11)				0.0596 (2.56)	0.3387 (1.41)		0.70	0.04
Q7C	0.0075 (0.19)	-0.1936 (-0.31)		0.3749 (0.59)		0.5904 (1.38)				-0.2229 (-0.86)		0.19	0.11
Q8A1	0.0479 (2.95)	-0.9854 (-5.08)	-0.2476 (-0.84)	0.3113 (1.19)						0.2163 (1.04)		0.75	0.05
Q8A2	0.0219 (0.86)	-1.6802 (-2.46)	-0.7791 (-1.06)	1.3171 (2.59)	-0.7090 (-1.40)					-0.2250 (-0.98)		0.45	-0.06
Q8B1	-0.1364 (-3.31)	-0.9327 (-4.40)	-0.6216 (-1.70)	2.4492 (2.30)	3.4944 (2.49)		-1.1197 (-2.03)				-0.5588 (-1.93)	0.84	0.04
Q8B2+3	-0.1804 (-1.88)	-1.2590 (-2.36)		1.7772 (2.96)		-0.6878 (-1.78)		1.1794 (1.94)		-0.4865 (-2.81)		0.62	-0.05
Q8C	0.1329 (5.43)	-1.4394 (-6.20)		0.8647 (5.14)				-0.7416 (-4.84)		0.3867 (4.44)		0.92	0.01
Q8D	0.0212 (0.48)	-1.5216 (-2.41)	0.7691 (1.19)	1.2080 (1.55)					0.0747 (1.38)	0.4424 (1.88)		0.46	0.21
Q8E	0.0078 (0.17)	0.0284 (0.15)		-0.2312 (-0.69)		-0.2696 (-1.45)	0.2909 (0.87)			0.1180 (0.47)		0.27	-0.00

Käytettävissä olevien reaalitylojen ja hyödykeryhmän suhteellisten hintojen log-muutokset ovat selittävinä muuttujina kaikissa hyödykeryhmien

kysyntämalleissa. Muut mallin selittäjät (taulukko 8.2.) voivat vaihdella hyödykeryhmästä toiseen. Regressiomallien selittäjien valinnan apuna on käytetty Rahialan (1984) ja Mellinin (1983,1985) estimointituloksia.

Taulukko 8.3.b: Hyödykeryhmien Q6A-Q8E estimointitulokset.

Hyödyke-ryhmä	Vakio	Dlog(RP)	LDlog(RP)	DtWZD/P	LdtWZD/P	DTVAYKS	LDTVAYKS	DLUOTOT	LDLUOTOT	LLSAAST	LDQYKS	R ²	R1
Q6T	0.0009 (0.14)	-0.3533 (-2.58)	-0.1622 (-1.19)	0.6347 (4.93)	-0.1969 (-1.53)							0.73	-0.16
Q1B	0.3037 (2.44)	-1.3336 (-2.58)		3.4086 (4.35)	1.9863 (1.67)			-2.7968 (-2.59)			-0.6088 (-1.52)	0.78	0.15
Q1C	0.1328 (2.61)	-0.8384 (-4.77)	-0.4552 (-2.40)	1.3180 (2.94)							-0.4164 (-2.46)	0.78	0.22
Q1D	-0.0203 (-1.10)	-0.3275 (-1.82)	0.2817 (1.58)	0.7558 (1.74)								0.43	0.04
Q2A	-0.0627 (-1.83)	-1.0871 (-1.34)		1.8667 (2.81)						0.0663 (1.66)		0.38	-0.13
Q2B	-0.0531 (-1.93)	-0.4673 (-1.74)		1.5881 (2.96)	0.8431 (1.22)						-0.4024 (-1.70)	0.56	-0.09
Q3A	-0.0016 (-0.42)	0.0650 (1.75)		0.0382 (1.21)			0.0329 (1.27)				0.9726 (10.68)	0.94	-0.38
Q3B	0.0117 (0.57)	-0.4072 (-3.63)		-0.1754 (-0.48)	0.3983 (1.12)						0.2889 (1.38)	0.52	0.03
Q4A	-0.0450 (-2.25)	-0.8768 (-2.40)		1.7559 (5.16)	1.6096 (3.71)						-0.3421 (-2.03)	0.75	0.02
Q4B	-0.0841 (-2.99)	-1.6599 (-2.23)		2.3896 (4.28)		0.6740 (1.71)					-0.1127 (-0.60)	0.63	-0.18
Q4C	-0.0906 (-2.41)	-1.3852 (-3.21)	-0.6206 (-1.46)	2.5339 (4.20)								0.70	-0.13
Q4D	-0.0491 (-1.77)	-0.3490 (-0.89)		1.6548 (3.01)	1.2692 (2.28)		-0.4184 (-1.11)					0.56	-0.16
Q4E11	0.0110 (0.50)	-1.4107 (-4.17)		0.3525 (0.82)	0.7530 (1.71)							0.65	0.25
Q4E12	-0.0257 (-1.68)	0.0658 (0.42)		0.6873 (2.06)								0.22	0.33
Q4E2	0.1614 (3.19)	-0.6527 (-1.72)		1.3052 (3.28)		0.4531 (1.67)	-0.9187 (-3.49)	-1.6366 (-3.71)			-0.3469 (-1.60)	0.70	0.09
Q5A	0.0182 (1.28)	-0.1945 (-0.93)	-0.1884 (-0.90)	-0.0039 (-0.01)	0.3136 (1.15)		0.4322 (2.30)					0.43	-0.22
Q5B	0.0251 (0.84)	-0.7804 (-2.97)		1.5286 (2.37)		-0.6631 (-1.45)					-0.2656 (-1.46)	0.53	0.20
Q5C+D	-0.0412 (-1.43)	-0.5372 (-3.58)	0.3930 (2.44)	0.5710 (2.63)							0.4971 (3.07)	0.76	0.22

Taulukko 8.3.c: Muiden yksityiseen kulutukseen luokiteltavien ryhmien estimointitulokset.

Hyödyke-ryhmä	Vakio	Dlog(RP)	LDlog(RP)	DtWZD/P	LdtWZD/P	DTVAYKS	LDTVAYKS	DLUOTOT	LDLUOTOT	LLSAAST	LDQYKS	R ²	R1
Q9	0.1560 (1.97)	-0.5217 (-0.49)		0.4908 (0.72)		-0.6526 (-1.68)		-0.8345 (-1.39)		0.0483 (1.36)		0.38	-0.23
Q10	-0.0041 (-0.33)	-0.6097 (-2.41)		0.0233 (0.14)	0.4644 (2.54)	-0.3152 (-2.08)	0.1657 (1.22)					0.66	0.02
Q11	0.0371 (1.24)	-1.1032 (-3.14)		1.3595 (2.14)						0.0430 (0.77)	-0.3354 (-1.38)	0.51	-0.05
Q12	0.0326 (0.72)	-2.1001 (-0.94)	2.0975 (0.93)	-0.6668 (-0.53)							0.7790 (3.13)	0.56	0.03
Q13	-0.0228 (-1.35)	-0.0929 (-0.27)		0.0369 (0.24)	0.4715 (3.06)							0.63	0.15

Taulukoiden sarakkeissa D(RP) ja DtWZD/P esitetään hyödykeryhmien lyhyen ajan (yht. (7.4) ja (7.6), kun $j=0$) hinta- ja tulojoustot. Muutamien hyödykeryhmien hintajoustot ovat positiivisia, mutta ne poikkeavat tällöin äärimmäisen vähän nolasta. Lisäksi niiden hajonnat ovat suuria verrattaessa niitä ko. joustoihin, joten nämä hintajoustot voidaan tarvittaessa asettaa nolliksi. Tämä menettely vaikuttaa makromallista tehtäviin johtopäätöksiin tämänkaltaisessa tapauksessa äärimmäisen vähän. Tarkasteltaessa negatiivisia tulojoustoja sarakkeesta DtWZD/P päädytään samanlaiseen lopputulokseen kuin hintajoustojen tapauksessa. Tähän johtopäätökseen päädytään helposti tarkastelemalla aggregoinnilla johdetun makromallin tulojoustoja (taulukko 8.5 sarake DtWZD/P), jotka ovat kunkin ajankohtana positiivisia. Lisäksi niiden hajonnat ovat erittäin pienet, joten aggregoinnilla johdetun makromallin tulojoustoja ajankohtana t voidaan pitää tilastollisesti luotettavina.

Hyödykeryhmien residuaaleista lasketut 1-kertaluvun autokorrelaatiot ovat kaikki välillä ± 0.45 , joten OLS on riittävä estimointimenetelmä estimoitaessa kysyntäyhtälöt erikseen (ts. toisistaan riippumattomasti).

Hyödykeryhmien selitysasteet vaihtelevat 19 %:sta 94 %:iin, mutta yleisimmin ne ovat 45 %:n ja 75 %:n välillä. Taulukoiden sarakkeessa R² esitetyt selitysasteet ovat varsin korkeita differenssimalleille. Asian voi tarkistaa muuttamalla estimoidut mallit tasomalleiksi, jolloin selitysasteet ovat huomattavasti korkeammat.

Eri hyödykeryhmien muiden selittävien muuttujien joustoja ja niiden käyttäytymistä ei hyödykeryhmätasolla tässä kommentoida, vaan niiden tarkastelu suoritetaan ensisijassa aggregoinnin avulla aikaansaadusta makromallista.

Muutamissa hyödykeryhmien kysyntäyhtälöissä on käytetty poikkeuksellisesti dummy-muuttujaa. Ensimmäinen syy dummy-muuttujan käytölle on hyödykeryhmän kysyntään vaikuttavien lainsäädännöllisten efektien poistaminen. Tämä ongelma-alue liittyy 1969 alkoholilain ja 1972 kansanterveyslain muutoksiin, joten hyödykeryhmissä Q1C ja Q5C+D on katsottu tarpeelliseksi dummy-muuttujan käyttäminen. Toinen dummy-muuttujan käytön edellytys perustuu vuonna 1973 alkaneeseen öljykriisiin (ryhmät Q10 ja Q13). Lisäksi hyödykeryhmän Q4C (kotitalouskoneet) kysyntäyhtälön estimoinnissa ei ole käytetty vuosihavaintoja 1967 ja 1968. Tällä menetelyllä on pyritty poistamaan 1967 suuren devalvaation vaikutukset ko. hyödykkeiden kysyntään (ryhmä sisältää paljon ulkomailta tuotavia hyödykkeitä).

8.3.1 Hyödykeryhmien kysyntämallien pitkän ajan joustot

Staattisen mallin estimoidut joustot ovat estimointituloksina sellaisenaan pitkän ajan joustoja. Dynaamisissa tarkasteluissa kysyntämallien lyhyen ja pitkän ajan joustot voivat puolestaan poiketa suuruudeltaan huomattavasti. Taulukossa 8.4. on esitetty kahden tärkeimmän jouston (hinta- ja tulojousto) pitkän ajan tasapainoratkaisun estimaatit. Vertaamalla näitä tuloksia taulukoiden 8.3.a ja b tuloksiin kunkin hyödykeryhmän tapauksessa, voidaan huomata, että lyhyen ja pitkän ajan hinta- ja tulojoustot poikkeavat lähes säännönmukaisesti toisistaan. Tämä empiirinen tosiseikka puoltaa erilaisten kysyntämallien käyttämistä eri hyödykeryhmien tapauksessa.

Pitkän ajan hintajoustot ovat ryhmää Q3A lukuun ottamatta joko negatiivisia tai hyvin lähellä nollaa. Vastaavat pitkän ajan tulojoustot ovat

lähes säännönmukaisesti positiivisia. Pitkän ajan hinta- ja tulojoustoihin liittyvät ongelmat ovat suhteellisen vähämerkityksellisiä ja voivat ilmeisesti johtua esimerkiksi yksityisen kulutuksen rakenteellisista muutoksista.

Taulukko 8.4: Hyödykeryhmien kysyntämallien pitkän ajan hinta- ja tulojoustot.

Hyödyke-ryhmä	Pitkän ajan hintajousto	Pitkän ajan tulojousto	Hyödyke-ryhmä	Pitkän ajan hintajousto	Pitkän ajan tulojousto
QET	-0.52	0.44	Q6A	-0.25	3.10
Q1B	-0.83	3.35	Q6B11	-0.36	1.22
Q1C	-0.91	0.93	Q6B12	-0.58	1.37
Q1D	-0.04	0.76	Q6B13	-0.09	-0.95
Q2A	-1.09	1.87	Q6C	-0.86	0.50
Q2B	-0.33	1.73	Q6D	-0.35	0.49
Q3A	2.37	1.39	Q7A1	-2.16	2.40
Q3B	-0.57	0.31	Q7A2	-1.65	2.00
Q4A	-0.65	2.51	Q7A3+4	-0.15	1.01
Q4B	-1.49	2.15	Q7B	0.05	0.72
Q4C	-2.01	2.53	Q7C	-0.16	0.31
Q4D	-0.35	2.92	Q8A1	-1.57	0.40
Q4E11	-1.41	1.11	Q8A2	-2.01	0.50
Q4E12	0.07	0.69	Q8B1	-1.00	3.81
Q4E2	-0.48	0.97	Q8B2+3	-0.85	1.20
Q5A	-0.38	0.31	Q8C	-2.35	1.41
Q5B	-0.62	1.21	Q8D	-1.35	2.17
Q5C+D	-0.29	1.15	Q8E	0.03	-0.26

8.4 Empiirinen makromalli

Yksityistä kulutusta kuvaava empiirinen makromalli johdetaan matemaattisesti taulukoiden 8.3.a, 8.3.b ja 8.3.c estimointituloksista. Aggregointi perustuu tällöin aggregoinnin peruslauseeseen ja makromallin sovite on seuraavanlainen:

$$\begin{aligned}
 (8.2^*) \quad DQYKS_t \approx & \hat{\beta}_{t0} + \hat{\beta}_{t1} D\log(WZD/P_t) + \hat{\beta}_{t3} LD\log(WZD/P_t) \\
 & + \hat{\beta}_{t5} D\log(VAYKS_t) + \hat{\beta}_{t6} LD\log(VAYKS_t) \\
 & + \hat{\beta}_{t7} D\log(UOTOT_t) + \hat{\beta}_{t8} LD\log(UOTOT_t) \\
 & + \hat{\beta}_{t9} D\log(SÄÄST_t) + \hat{\beta}_{t10} LD\log(QYKS_t) \\
 & + \text{cov}[\hat{\beta}_{t12}, D\log(p_{it})] + \text{cov}[\hat{\beta}_{t14}, D\log(p_{i,t-1})] \\
 & + \text{cov}[\hat{\beta}_{t10}, D\log(q_{i,t-1})], \quad t=4, \dots, T.
 \end{aligned}$$

Taulukko 8.5: Aggregoinnilla johdetun makromallin parametriestimaatit ($\hat{\beta}_t$) ja niiden t-arvot (suluissa) sarakeittain ajalla t.

Vuosi	Vakio	DtWZD/P	LdtWZD/P	DTWAYKS	LDTWAYKS	DLUOTOT	LDLUOTOT	LLSAAST	LQYKYS	C(a,Dp)	C(b,LDp)	C(c,LDq)
67	-0.0052 (-0.6267)	0.8421 (10.4473)	0.0948 (2.2784)	0.0076 (0.5266)	-0.0497 (-1.8092)	0.0741 (1.4092)	-0.0669 (-4.1890)	0.0055 (1.8551)	0.1195 (5.9305)	-0.0020	0.0048	0.0060
68	-0.0025 (-0.3240)	0.8214 (10.6582)	0.0959 (2.3394)	0.0079 (0.5296)	-0.0428 (-1.7684)	0.0641 (1.3721)	-0.0709 (-4.3199)	0.0053 (1.8403)	0.1251 (6.1610)	-0.0044	0.0060	0.0073
69	-0.0028 (-0.3343)	0.8485 (10.6033)	0.0941 (2.3518)	0.0089 (0.5985)	-0.0459 (-1.7023)	0.0727 (1.4043)	-0.0745 (-4.4721)	0.0052 (1.8345)	0.1179 (5.7034)	0.0023	0.0036	0.0091
70	-0.0051 (-0.5282)	0.9069 (10.3711)	0.0991 (2.5417)	0.0086 (0.5865)	-0.0550 (-1.6961)	0.0864 (1.3967)	-0.0757 (-4.5529)	0.0054 (1.8305)	0.1065 (4.9864)	0.0042	-0.0021	-0.0217
71	-0.0027 (-0.2981)	0.9034 (10.4201)	0.1053 (2.6999)	0.0082 (0.5593)	-0.0513 (-1.6985)	0.0779 (1.3518)	-0.0791 (-4.6273)	0.0054 (1.8454)	0.1061 (4.8311)	-0.0017	-0.0026	-0.0069
72	-0.0030 (-0.3200)	0.9125 (10.2489)	0.1063 (2.7352)	0.0080 (0.5520)	-0.0524 (-1.6711)	0.0851 (1.4252)	-0.0827 (-4.7273)	0.0053 (1.8932)	0.1031 (4.5555)	0.0019	0.0020	0.0051
73	-0.0065 (-0.6166)	0.9463 (9.9943)	0.1117 (2.9043)	0.0087 (0.6007)	-0.0596 (-1.6445)	0.1061 (1.5437)	-0.0852 (-4.8141)	0.0054 (1.9007)	0.0982 (4.2200)	0.0097	0.0039	-0.0110
74	-0.0048 (-0.5058)	0.9172 (10.2854)	0.1234 (3.1966)	0.0085 (0.5984)	-0.0526 (-1.6357)	0.0987 (1.6163)	-0.0880 (-4.8543)	0.0052 (1.8679)	0.1102 (4.7369)	0.0054	-0.0030	-0.0048
75	-0.0037 (-0.4086)	0.8995 (10.6139)	0.1282 (3.2352)	0.0093 (0.6572)	-0.0498 (-1.6251)	0.0941 (1.6229)	-0.0878 (-4.8519)	0.0047 (1.7757)	0.1157 (5.0234)	-0.0099	0.0009	0.0105
76	-0.0032 (-0.3526)	0.8921 (10.7070)	0.1268 (3.1595)	0.0082 (0.5681)	-0.0495 (-1.5965)	0.0942 (1.6053)	-0.0864 (-4.8539)	0.0044 (1.7619)	0.1134 (4.9772)	0.0042	-0.0034	0.0050
77	-0.0015 (-0.1706)	0.8668 (10.7466)	0.1234 (3.0560)	0.0047 (0.3200)	-0.0451 (-1.5763)	0.0860 (1.5822)	-0.0854 (-4.8632)	0.0047 (1.8600)	0.1177 (5.1677)	0.0024	0.0053	0.0116
78	-0.0005 (-0.0555)	0.8591 (10.7296)	0.1191 (2.9952)	0.0033 (0.2131)	-0.0436 (-1.5644)	0.0835 (1.5712)	-0.0858 (-4.8568)	0.0046 (1.8664)	0.1187 (5.1475)	-0.0045	-0.0026	0.0066
79	-0.0014 (-0.1555)	0.8786 (10.6097)	0.1206 (3.0744)	0.0030 (0.1822)	-0.0481 (-1.5962)	0.0894 (1.5569)	-0.0868 (-4.8361)	0.0046 (1.8589)	0.1135 (4.8889)	-0.0039	0.0046	0.0031
80	-0.0029 (-0.3028)	0.8984 (10.4640)	0.1271 (3.2585)	0.0035 (0.2111)	-0.0530 (-1.6320)	0.0953 (1.5437)	-0.0872 (-4.8406)	0.0047 (1.8314)	0.1092 (4.6662)	0.0009	0.0028	-0.0056
81	-0.0021 (-0.2282)	0.8858 (10.4147)	0.1300 (3.3334)	0.0033 (0.2004)	-0.0514 (-1.6254)	0.0937 (1.5580)	-0.0886 (-4.8115)	0.0045 (1.8008)	0.1132 (4.7662)	0.0058	0.0005	0.0002
82	-0.0026 (-0.2662)	0.8827 (10.3781)	0.1249 (3.2477)	0.0025 (0.1539)	-0.0538 (-1.6108)	0.1007 (1.5853)	-0.0896 (-4.7955)	0.0043 (1.7746)	0.1179 (4.9542)	0.0069	-0.0004	0.0010
83	-0.0028 (-0.2801)	0.8840 (10.5080)	0.1245 (3.2812)	0.0016 (0.0997)	-0.0547 (-1.6027)	0.1041 (1.6022)	-0.0905 (-4.8458)	0.0043 (1.7696)	0.1184 (5.0495)	-0.0043	-0.0047	-0.0006
84	-0.0018 (-0.1866)	0.8769 (10.6441)	0.1267 (3.3151)	0.0018 (0.1127)	-0.0526 (-1.5990)	0.1001 (1.5992)	-0.0917 (-4.8787)	0.0045 (1.8211)	0.1178 (5.0697)	0.0036	0.0034	0.0031
85	-0.0019 (-0.1912)	0.8819 (10.5636)	0.1254 (3.2931)	0.0014 (0.0870)	-0.0538 (-1.5912)	0.1016 (1.5761)	-0.0929 (-4.9070)	0.0047 (1.8696)	0.1163 (5.0082)	0.0023	-0.0024	0.0005

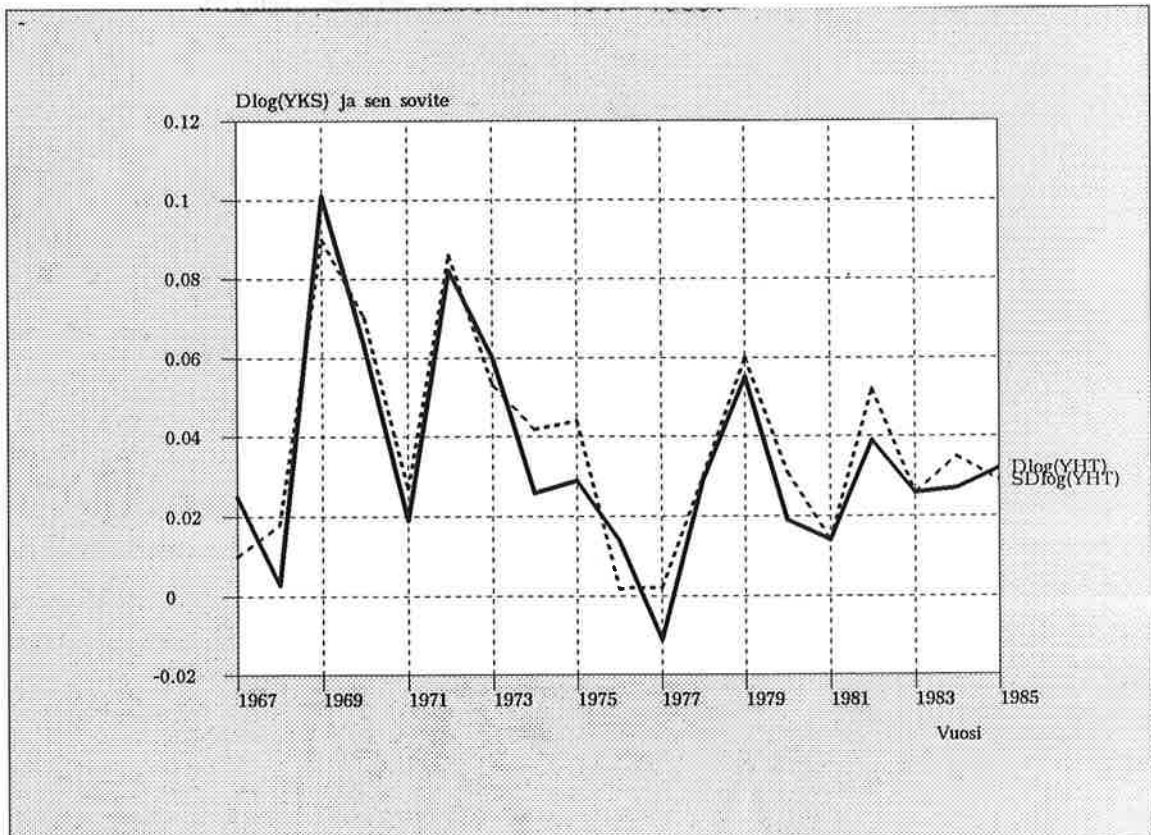
Yhtälön estimointitulokset on esitetty taulukossa 8.5. Jokaisessa taulukon sarakeessa esitetään ko. selittävän muuttujan joustot ja niiden t-arvot suluissa. Kolme viimeistä saraketta vastaavat järjestykseltään yhtälön (8.2*) kolme viimeistä kovarianssitermiä.

Taulukossa 8.5 on esitetty eri muuttujien joustot sarakeittain.

Joustot ja niiden hajonnat muuttuvat ajankohdasta toiseen, joten joustojen (= makromallin regressiokertoimet) t-arvot muuttuvat myös ajan mukana. Aggregoidun makromallin selitysaste on 0.945 ja virhetermin 1-kertaluvun autokorrelaatio noin -0.217.

Makromallin (8.2*) (taulukko 8.5.) sopivuuden hyvyyttä voidaan tarkastella esimerkiksi kuvan 8.1 avulla, jossa verrataan Vartia I volyyymiindeksiä mallin antamaan vastaavaan sovitteeseen. Kuva 8.1 paljastaa kaksi ongelmallista ajankohtaa, jolloin makromallin sovitteet poikkeavat vähäisessä määrin vastaavasta volyyymiindeksistä. Nämä ajankohdat sattuvat vuosille 1967–1968 ja 1974–1977. Ensimmäiseen ajankohtaan liittyy vuoden 1967 suuri devalvaatio, joka aiheutti suuria muutoksia kysyntään ennen kaikkea ulkomailta tuotavien hyödykkeiden kohdalla. Toiseen ajankohtaan liittyy puolestaan öljykriisi ja sitä seurannut taloudellinen epävakaisuus, joka aiheutti suurehkoja kysynnän volyyymimuutoksia (alensi kysyntää) useampien hyödykeryhmien tapauksessa. Mallin antamat sovitteet poikkeavat kuitenkin suurimmillaan vain noin 2

Kuvio 8.1: Yksityisen kulutuksen (uudelleen laskettu) volyymin log-muutos (yhtenäinen viiva) ja aggregoidun makromallin (8.2*) antama sovite vuosille 1967–1985.



log %:a vastaavista todellisista volyymin log-muutoksista ko. ajankohdina, joten tasomallissa (ts. malli (8.2*) voidaan muuntaa tasomalliksi) sovitteet poikkeavat todellisista volyymeista erittäin vähän. Luonnollisesti huolellisella dummy-muuttujan käytöllä em. ongelmaa voidaan pyrkiä vähentämään entisestään.

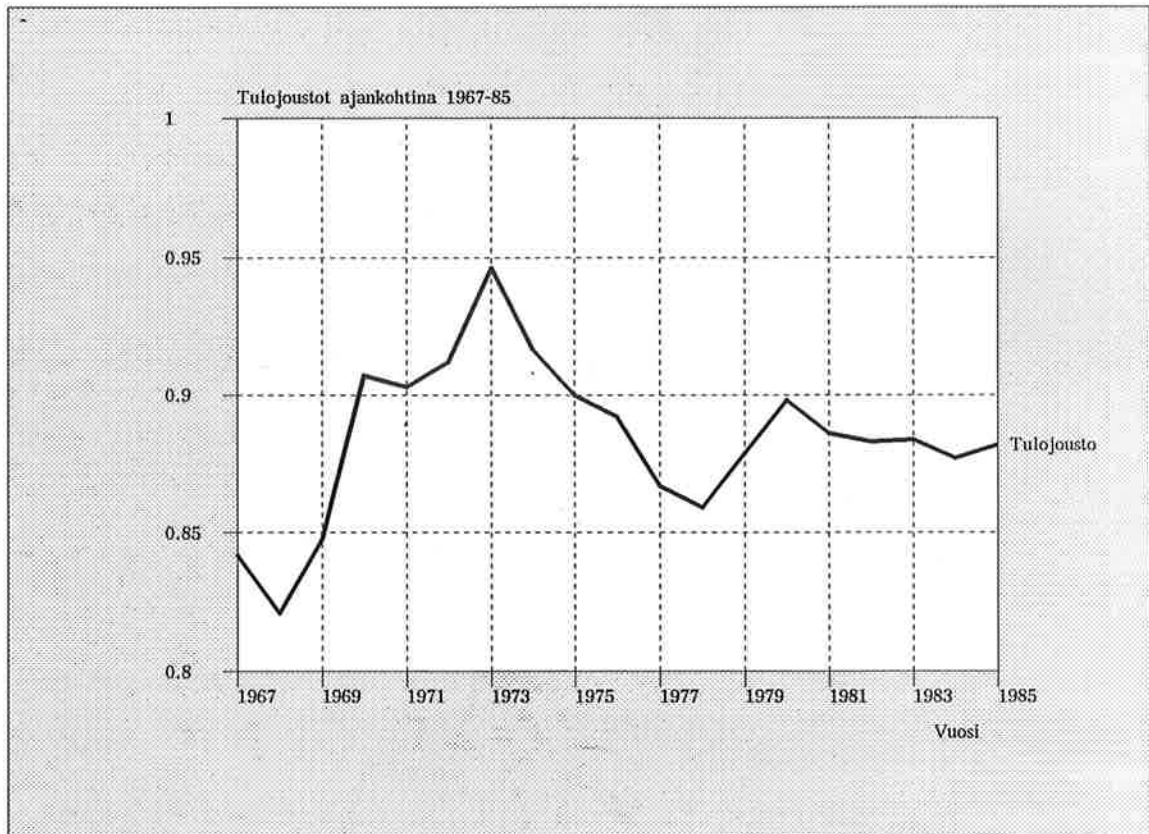
Tarkastelemalla makromallin joustoja huomataan, että mallin ne käyttäytyvät suhteellisen hyvin. Toisin sanoen muutamissa hyödykeryhmän kysyntämalleissa esiintyneet negatiiviset tulojoustot eivät ole aiheuttaneet ongelmia esimerkiksi makromallin tulojoustoihin. Sitä vastoin vertaamalla hyödykeryhmien kysyntämallien selitysasteita makromallin selitysasteeseen, makromallissa se on korkeampi kuin missään hyödykeryhmän mallissa. Tämä voidaan selittää kappaleessa 6.5. esitettyjen makromallin etujen perusteella. Ensimmäinen etu on, että makromallin parametriestimaatit (joustot) ovat ajassa muuttuvia suureita. Toinen etu perustuu puolestaan siihen, että aggregoinnin avulla makromalliin (8.2*) on johdettu kolme lisäselittäjää kovarianssitermeinä. Parametriestimaattien muuttuminen yli ajan perustuu siihen, että niissä huomioidaan kulutustottumuksissa tapahtuneet asteittaiset ja pysyvät muutokset. Toisin sanoen ne ovat Vartia I indeksin painoilla laskettuja painotettuja keskiarvoja hyödykeryhmien parametriestimaateista. Jos $\bar{w}_{it} = \bar{w}_{is} \forall i, t, s$, niin makromalli (8.2*) on tavanomainen vakiokertominen makromalli. Todellisuudessa $\exists i, t, s$, jolle pätee $\bar{w}_{it} \neq \bar{w}_{is}$, jolloin parametriestimaatit eivät ole vakioita. Tällöin parametriestimaatit sisältävät enemmän informaatiota kuin vastaavanlaisten vakiokertomisten makromallien parametriestimaatit.

Kulutustottumusten muutokset voivat aiheuttaa suuria vaihteluita makromallin joustoihin. Muutosten huomioiminen on puolestaan sitä oleell-

lisempi mitä keskeisempi on ko. muuttujan vaikutus regressiomalliin. Tässä tutkimuksessa keskeisimmät selittävät muuttujat ovat käytettävissä olevat reaalitytulot, em. muuttuja vuodella viivästettynä ja vuodella viivästetty kysynnän volyymin muutos. Muut makromallin joustot (taulukko 8.5) ovat niin pieniä, että ne vaikuttavat vain vähän yksityisen kulutuksen kysyntämuutoksiin. Kuvassa 8.2 esitetään tulojouston vaihtelua vuodesta 1967 vuoteen 1985. Tulojousto on ollut suurimmillaan vuonna 1973 (n. 0.95) ja pienimmillään vuonna 1968 (n. 0.82). Kuvioista voidaan havaita, että tulojousto on noussut voimakkaasti vuodesta 1968 vuoteen 1973. Öljykriisistä aiheutunut taloudellinen epävakaisuus ja kasvanut työttömyys ovat ilmeisesti vaikuttaneet voimakkaasti tulojouston alentumiseen aina vuoteen 1978, minkä jälkeen pieniä muutoksia lukuunottamatta tulojousto on ollut likimain 0.88:n suuruinen. Poikkeama tulojouston pienimmän ja suurimman arvon välillä on noin 0.13, jonka vaikutus yksityisen kulutuksen volyymin muutokseen on huomattava. Kuvioista 8.2 voidaan päätellä lisäksi, että tulojouston alentuminen vuodesta 1973 on omalta osaltaan vähentänyt kysyntää ja näin jossakin määrin syventänyt öljykriisin aiheuttamaa taloudellista kriisiä.

Yhdellä vuodella viivästetyn käytettävissä olevan reaalitytulon jousto käyttäytyy likimain samalla tavalla kuin käytettävissä olevien reaalitytulojen jousto (taulukko 8.5). Se nousee voimakkaasti vuoteen 1975, minkä jälkeen pieniä muutoksia huomioimatta se vakiintuu 0.12:n ja 0.13:n välille. Myös tämä jousto on positiivinen kaikkina ajankohtina, joten edellisen vuoden käytettävissä olevat reaalitytulot vaikuttavat yksityiseen kulutukseen positiivisesti lisäten sitä.

Kuvio 8.2: Makromallin (8.2*) tulojoustot vuodesta 1967 vuoteen 1985.



Kappaleessa 7 esitettiin hyödykeryhmien dynaamisille regressiomalleille stabiilisuuden ehto: $|\beta_{15}| < 1, \forall t$. Jos makromalli on stabiili, niin makromallin (8.2*) parametriestimaateille tulee päteä: $|\beta_{t10}| < 1, \forall t$.

Taulukosta 8.5 sarakkeesta LDQYKS voidaan havaita, että empirinen makromalli tyydyttää mallilta vaadittavan stabiilisuuden ehdon. Kyseinen parametriestimaatti vaihtelee yli ajan suhteellisen vähän 0.11:n molemmin puolin. Hyödykeryhmien kysyntämalleissa käytetyn vuodella viivästetyn vastemuuttujan (response variable) perusajatuksena on, että ko. hyödykeryhmän aikaisemmasta kulutuksesta muodostuu joko psykologinen tai todellinen varanto, joka vaikuttaa myöhempään kulutukseen. Koska yksityisen kulutuksen volyyymi kasvaa lähes lainomaisesti yli ajan, niin makromallin vuodella viivästetyn vastemuuttujan kertoimelta voidaan vaatia

seuraavaa hyvää ominaisuutta: psykologiseksi tai todelliseksi varannoksi muodostuneen aikaisemman kulutuksen on lisättävä yksityisen kulutuksen volyyymia (ts. LDQYKS-kerroin > 0). Tämä ominaisuus ja sen tyydyttäminen ei ole ehdoton edellytys makromallin järkevyydelle, mutta se tuntuu esimerkiksi Suomessa yksityisen kulutuksen tilastoaineiston valossa loogiselta vaatimukselta. Taulukosta 8.5 voi havaita, että aggregoinnilla johdettu empiirinen makromalli tyydyttää tämän ominaisuuden.

Makromallin (8.2*) muut joustot ovat merkitykseltään pieniä. Huomionarvoinen seikka on, että vuodella viivästettyjen luottokannan ja tuloveroasteen joustot ovat negatiivisia. Tämä merkitsee yksinkertaisesti sitä, että näiden suureiden kasvut vähentävät yksityistä kulutusta. Tarkasteltaessa luottokannan ja tuloveroasteen muutoksia samanaikaisina muuttujina, huomataan näiden joustojen olevan positiivisia. Tuloveroasteen joustot ovat hyvin likellä nollaa ja ovat tilastollisesti epäluotettavia, mutta luottokannan muutoksen joustot käyttäytyvät loogisesti ja ovat muutoksen suunnan suhteen luotettavia. Luottokannan muutos samanaikaisena muuttujana lisää yksityistä kulutusta kuitenkin vain vähän (taulukko 8.5).

Taulukon 8.5 joustoista pienimmät ovat samanaikaiset tuloveroasteiden joustot ja kahdella vuodella viivästetyn säästämisen joustot. Näiden käyttämisestä ei ole suurta etua hyödykeryhmien regressiomalleissa, koska makromallin selittävinä muuttujina ne osoittautuvat vähämerkityksellisiksi.

Makromallin (8.2*) tasapainoratkaisun johtaminen edellyttää, että pitkän ajan joustoestimaatit tunnetaan. Ne voidaan johtaa joko painotettuina keskiarvoina hyödykeryhmien pitkän ajan joustoista tai suoraan makromallin parametriestimaateista (ks. kappale 7.3). Jos makromallin (8.2*)

dynaamiset joustot ovat ajassa muuttuvia, niin vastaavat pitkän ajan joustot muuttuvat myös ajassa.

Makromallin kovarianssitermien teoreettisia ominaisuuksia on tarkasteltu alustavasti kappaleessa 6.5 korrelaatiokertoimen avulla. Koska korrelaatiokertoimen ja kovarianssitermin merkit ovat aina samat, makromallin (8.2*) empiirisistä kovariansseista voidaan tehdä kappaleen 6.5 periaatteen mukaan seuraavat johtopäätökset: 1. Jos kovarianssi on positiivinen, niin suurimmat (pienimmät) hintojen muutokset kohdistuvat hintajoustamattomimpiin (hintajoustavimpiin) hyödykkeisiin. 2. Jos kovarianssi on negatiivinen, niin pienimmät (suurimmat) hintojen muutokset kohdistuvat hintajoustamattomimpiin (hintajoustavimpiin) hyödykkeisiin. Taulukon 8.5 sarakkeet $c(a, Dp)$ ja $c(b, LDp)$ (ts. $\text{cov}[\hat{\beta}_{i2}, D\log(p_{it})]$ ja $\text{cov}[\hat{\beta}_{i4}, D\log(p_{i,t-1})]$) ovat enimmäkseen positiivisia, mutta ajankohdat 1967-68, 1974-75 ja 1978-79 muodostavat poikkeukset. Näihin ajankohtiin liittyy 1967 suuri devalvaatio, 1973 alkanut öljykriisi ja 1970-luvun lopun voimakas työllisyyden heikentyminen. Näinä aikoina kovarianssitermeistä $c(a, Dp)$ ja $c(b, LDp)$ jompi kumpi tai molemmat ovat negatiivisia. Tämä saattaa ilmeisesti johtua ko. kriisitilanteiden aikana tapahtuneista tarjontapuolen käyttäytymisen muutoksista.

8.5 Empiirinen vakiokertoiminen makromalli

Empiirinen tarkastelu laajennetaan nyt mallia (8.2*) vastaavan vakiokertoimisen makromallin tarkastelemiseen. Toisin sanoen yksityisen kulutuksen volyymin log-muutosta selitetään pelkästään makrotaloudellisten suureiden log-muutoksilla. Näin ollen yhtälön (8.2*) kovarianssitermit eivät voi esiintyä vakiokertoimisessa makromallissa. Lisäksi siinä ei voida

hyödyntää hyödykeryhmien kysyntään vaikuttavaa hintainformaatiota, koska $\sum \bar{w}_{it} D \log(p_{it}/P_t) = 0$.

Aggregointiteorian näkökulmasta makromallia ei voida valita a priori -perustein, vaan sen olemassa olo tulee perustella konsistentisti. Yksi mahdollinen tapa perustella vakiokertoimisen makromallin olemassaolo on uskoa, että hyödykeryhmien kysyntäyhtälöistä (tai yksilöiden käyttäytyminen samanlaista) ei saada lisäinformaatiota makromalliin. Toisin sanoen kaikkien hyödykeryhmien kysyntäyhtälöt ovat samanlaisia ja niiden joustot ovat samansuuruiset. Lähestymistapa perustuu tällöin analogia-ajatukseen.

Analogia-ajatukseen perustuvan makromallin ja hyödykeryhmien kysyntäyhtälöistä aggregoinnilla johdetun makromallin (8.2*) vertailemisen mahdollistamiseksi estimoidaan aluksi analogiamalli täsmälleen yhtälön (8.2*) makrotaloudellisilla selittävillä muuttujilla. Estimoinnissa käytetyt tilastoaineistot ovat samat. Empiirisen makromallin sovite on tällöin muotoa (estimaattien t -arvot sulussa):

$$\begin{aligned}
 (8.2^{**}) \quad \widehat{DQYKS}_t &= 0.0006 + 0.7926 * DtWZD/P_t \\
 &\quad (0.02) \quad (3.33) \\
 &+ 0.3886 * LDtWZD/P_t + 0.0797 * DTVAYKS_t \\
 &\quad (1.40) \quad (0.70) \\
 &+ 0.0023 * LDTVAYKS_t + 0.1081 * DLUOTOT_t \\
 &\quad (0.02) \quad (0.46) \\
 &- 0.0497 * LDLUOTOT_t + 0.0097 * LLDSÄÄST_t \\
 &\quad (-0.17) \quad (0.99) \\
 &- 0.5122 * LDQYKS_t, \quad t=4, \dots, T. \\
 &\quad (-1.62)
 \end{aligned}$$

Mallin selittävät muuttujat on esitetty taulukossa 8.2. Kysyntäyhtälön (8.2**) selityssaste on 0.87 ja virhetermien empiirinen 1-kertaluvun autokorrelaation on -0.28. Nämä mallin tunnusluvut eivät ole ongelmallisia, mutta empiirinen makromalli on tilastotieteen kriteerien mukaan heikko. Ensimmäinen ongelma perustuu siihen, että malli (8.2**) sisältää liian monta estimoitavaa parametria. Toisin sanoen estimoinnissa käytetyt tilastoaineistot eivät sisällä riittävästi aikasarjahavaintoja mallin järkevän estimoinnin perustelemiseksi. Toinen ongelma liittyy mallin selittäjien selityskykyyn. Kotitalouksien käytettävissä olevia reaali-tuloja (tWZD/P) lukuun ottamatta ne eivät ole tilastollisesti luotettavia. Tästä ongelmasta voidaan tehdä taulukoiden 8.3a,b ja c estimointitulosten perusteella se johtopäätös, että kaikkien hyödykeryhmien mallien selittävät muuttujat eivät voi olla samoja. Toisin sanoen analogia-ajatukseen perustuva makromallin estimointi ei ole järkevää suurelle selittävien muuttujien lukumäärälle. Se ei salli hyödykeryhmien kysyntämallien ja makromallin välillä laadullisia eroja, koska se perustuu olettamukseen, että taloudelliset lainomaisuudet ovat samanlaiset sekä hyödykeryhmien että makrotalouden suureiden välillä. Vastaavaan johtopäätökseen päädytään Rahialan (1984) ja Mellinin (1983, 1985) empiirisistä tuloksista, jotka osoittavat, että hyödykeryhmien kysyntämallit voivat poiketa ratkaisevasti toisistaan. Tämä lähtökohta on realistinen, sillä on kohtuutonta kuvitella, että esimerkiksi korujen, jalokivien, autojen ja elintarvikkeiden kysyntämalleissa olisivat täsmälleen samat selittävät muuttujat. Mallien spesifioinneissa on yksinkertaisesti huomioitava hyödykeryhmien kysyntöihin vaikuttavia erityispiirteitä.

Luonnollisesti analogiamallin estimointi on perusteltavissa paremmin, jos selittäviä muuttujia on vähemmän. Yksi mahdollinen vähemmän estimoitavia parametreja sisältävä empiirinen analogiamalli on seuraavanlainen (estimaattien hajonnat suluissa):

$$\begin{aligned}
 (8.2^{***}) \widehat{DQYKS}_t &= 0.0067 + 0.8815 \cdot DtWZD/P_t \\
 &\quad (1.28) \quad (8.60) \\
 &+ 0.4731 \cdot LDtWZD/P_t + 0.012 \cdot LLDSÄÄST_t \\
 &\quad (2.07) \quad (1.47) \\
 &- 0.5792 \cdot LDQYKS_t, \quad t=4, \dots, T. \\
 &\quad (-2.30)
 \end{aligned}$$

Mallin muuttujien tarkempi erittely on esitetty taulukossa 8.2. Empiirisen analogiaan perustuvan makromallin selitysaste on 0.856 ja 1-kertaluvun autokorrelaatio -0.23. Selitysaste on vain noin 0.015 alempi kuin mallissa (8.2**) ja mallin residuaaleista laskettu 1-kertaluvun autokorrelaatio on mallissa likempänä nolaa kuin mallin (8.2**) vastaava testisuure.

Tilastotieteen kriteerien perusteella yo. makromalli on suositeltavampi kuin (8.2**). Mallin (8.2***) joustojen estimaatit ovat suurempia kuin mallissa (8.2*). Lisäksi niiden hajonnat ovat huomattavasti pienempiä kuin mallissa (8.2**).

Huomionarvoisena mallin (8.2***) piirteenä on edelleen, että vuodella viivästetyn kulutuksen estimaatti on edelleen negatiivinen. Toisin sanoen aikaisemmasta kulutuksesta muodostuneen "kulutusvarannon" 1 %:n kasvu alentaa yksityistä kulutusta 0.5792 %:a. Tämä johtopäätös tuntuu ristiriitaiselta kulutustottumusten muodostumisen teoreettisten ja käytännöstä tehtyjen empiiristen huomioiden näkökulmasta. Aikaisemman kulutuksen tulisi pikemminkin lisätä kuin vähentää yksityistä kulutusta.

8.6 Empiiristen makromallien vertaileminen

Makromallien (8.2*), (8.2**) ja (8.2***) vertailussa tarkoituksenmukaisina kriteereinä ovat toisaalta tilastotieteelliset ja toisaalta taloustieteelliset tekijät. Nämä kriteerit ovat seuraavat:

1. Estimoitavat mallit ovat yksinkertaisia ja niissä ei saa olla liikaa estimoitavia parametreja.
2. Estimoitujen mallien selittäväillä muuttujilla täytyy olla sekä tilastotieteen teorian ja käytännön talouden kannalta selityskykyä.
3. Mallit on perusteltava teoreettisesti ja näiden teoreettisten olosuhteiden on pädettävä myös empiirisissä malleissa.

Mallien vertailukriteereitä on luonnollisesti myös monia muita, jotka liittyvät ensisijassa teoreettiseen mallin muodostamiseen. Näistä kriteereistä on keskusteltu kappaleissa 6 ja 7. Kyseiset kriteerit voidaan suurelta osalta luokitella ym. kolmeen kriteeriluokkaan.

Ensimmäinen kriteeri perustuu pääasiassa estimoitujen mallien vapausasteisiin. Makromalli (8.2*) johdetaan hyödykeryhmien estimointimenetelmällä, joka on erikoistapaus SURE-estimoinnista (ks. virhetermin ominaisuudet kappaleista 7.3 ja 8.1), joten estimoinnissa olevia aikasarjan vuosihavaintoja on tällöin yhteensä 810 ja estimoitavia parametreja 218 vakiotermiä mukaanluettuna. Ko. estimoinnissa on siis $\Sigma(T_1 - k_1 - 1) = 810 - 218 - 41 = 551$ vapausastetta. Hyödykeryhmien kysyntäyhtälöiden virhetermien oletuksiin ja niiden tutkimiseen on olemassa siis teoreettiset edellytykset. Loogisina testeinä ovat tällöin virhetermin odotusarvotesti, 1-kertaluvun empiirisen autokorrelaation testi ja virhetermien homoskedastisuuden testaaminen. Näihin testiteoreettisiin ongelmiin ei tässä tutkimuksessa puututa, koska ne eivät liity suoranaisesti aggregointiongelmaan.

Analogiamallissa (8.2**) estimoitavia parametreja on 9 ja tarkasteltavat aikasarjat sisältävät 19 vuosihavaintoa. Residuaalien vapausasteet ovat tällöin $T-k-1 = 19-9-1 = 10$. Virhetermien normaalisuuden oletus on erittäin ankara oletus 19 vuosihavainnon sarjalle, joten virhetermin oletuksiin ja niiden testaamiseen ei ole olemassa tilastotieteellisiä edellytyksiä.

Toinen makromallien vertailukriteeri liittyy tilastotieteen osalta mallien parametriestimaattien t -arvoihin. t -arvojen johdonmukainen käyttö tilastollisessa päättelyssä edellyttää kuitenkin virhetermien normaalisuuden olettamista tai keskeisen raja-arvoteoreeman hyväksikäyttöä (ts. T on riittävän suuri). Ongelman pohdinta liittyy näin ensimmäisessä kriteerissä esitettyyn vapausasteongelmaan yhtälöiden (8.2**) ja (8.2***) tapauksissa (ts. mallin parametriestimaattien asympotootisen jakauman olemassaolon ehtoihin).

Kolmas kriteeri perustuu makromallin teoreettiseen johtamiseen. Mallin (8.2*) spesifiointia on pohdittu kappaleissa 6, 7 ja 8. Kappaleen 8 alussa pohdinta on laajennettu empiirisen mallin muodostamiseen ongelmiin. Mallin (8.2*) muodostamisessa on kiinnitetty huomiota empiirisen mallin johtamisen edellytyksiin - deduktioon ja induktioon. Analogiamalli puolestaan hylkää tämän lähtökohdan, koska se perustuu oletukseen, että taloudelliset lainomaisuudet ovat samanlaiset sekä hyödykeryhmien että kokonaistalouden suureiden välillä. Hyödykeryhmien kysyntämallien selittävät muuttujat ovat tällöin samat kuin makromallissa. Lisäksi näiden selittävien muuttujien regressiokertoimet oletetaan samoiksi eri hyödykeryhmille. Nämä oletukset eivät ole järkeviä, jos selittäviä muuttujia on paljon. Tähän johtopäätökseen päädytään vertaamalla taulukon 8.5 tuloksia yhtälön (8.2**) tuloksiin.

Aggregoinnin peruslauseen aggregointiratkaisu ei sisällä ongelmia, jotka liittyvät mallin selittäjien lukumäärään. Hyödykeryhmien kysyntämalleihin voidaan liittää eri selittäjiä perustelemalla niiden käyttö hyödykeryhmien kysyntöihin vaikuttavilla luonteenomaisilla erityispiirteillä. Tällöin aggregoinnilla johdetussa makromallissa selittävien muuttujien lukumäärä voi ongelmitta ylittää tilastoaineiston vuosihavaintojen lukumäärän. Tämä makromallin ominaisuus perustuu jo teoreettisessa osassa esitettyyn aggregoidun mallin etuun, jonka mukaan makromallia ei tarvitse estimoida erikseen. Kyseinen malli johdetaan hyödykeryhmien estimoiduista kysyntämalleista. Tämä makromallin etu on erittäin oleellinen, jos tavoitteena on muodostaa makromalli, jonka selitysaste on mahdollisimman korkea. Analogia-ajatukseen perustuvassa makromallissa em. ominaisuuden tyydyttäminen on mahdotonta mallin estimoinnissa ilmenevän vapausasteongelman takia.

Mallien (8.2*) ja (8.2**) estimointitulosten vertailemiseen ei ole edellytyksiä, koska malli (8.2**) on tilastotieteellisesti puutteellinen. Sitä vastoin mallien (8.2*) ja (8.2***) parametriestimaattien suuruuksien vertaaminen on järkevämpää, koska molemmissa malleissa tilastotieteen kriteerit tyydytetään jokseenkin hyvin. (Ko. mallit eivät ole kuitenkaan sellaisenaan tilastotieteen kriteerien mielessä vertailukelpoisia).

Mallin (8.2*) tulojoustopot (taulukko 8.5. sarake dtWZD/P) vaihtelevat 0.82:n ja 0.95:n välillä ja niiden keskiarvo on likimain 0.88. Vastaavasti vakiokertoimisen makromallin (8.2***) tulojousto on 0.8815, joka on hyvin lähellä vaihtuvaparametrin makromallin tulojoustopotien keskiarvoa. Tämä viittaa siihen, että samanaikaisena selittävänä muuttujana käytettävissä olevat reaalitytulot ovat luotettavia myös mallissa (8.2***). Sitä vastoin muiden selittävien muuttujien parametriestimaatit poikkeavat absoluutti-

sesti huomattavasti toisistaan - vuodella viivästetyn kulutuksen volyyymi-
muutoksen parametriestimaatti lisäksi poikkeaa merkittävästi vastaavista mal-
lin (8.2*) kertoimista. Näiden muuttujien parametriestimaatteja ei voida
pitää luotettavana seuraavien syiden takia:

1. Analogia-ajatuksen makromalli perustellaan pragmaattisesti erilaisten
oletusten ja uskomusten avulla.
2. Taulukoiden 8.3a,b ja c tulosten perusteella kaikkiin hyödykeryhmien
malleihin ei voida tilastotieteen kriteerien mukaan käyttää samoja
selittäjiä, jos ne kaikki eivät sisällä selitysvoimaa hyödykeryhmien
empiirisissä kysyntämalleissa.
3. Hyödykeryhmien empiiriset kysyntämallit voivat olla mallispesifioinnil-
taan erilaisia - staattisia, dynaamisia tai stokastisia differenssiyhtä-
löitä. Tätä ominaisuutta ei voida käyttää hyväksi analogia-ajatuksen
perustuvan makromallin johtamisessa.

Analogiamallin ja aggregoinnin peruslauseen ratkaisujen erot ovat merkit-
täviä. Analogiaratkaisu perustellaan pragmaattisesti, eikä mallin perus-
tavat oletukset pidä empiirisesti paikkaansa (ks. taulukot 8.3a,b ja c).
Aggregoinnin peruslauseen avulla johdetun makromallin ratkaisu perustuu
puolestaan loogiseen johtamiseen ja eri mallien erityispiirteiden huomioi-
miseen. Empiirinen makromalli on näin realistinen ja loogisesti perusteltu.
Sen joustoestimaatit ovat luotettavampia ja niiden hajonnat ovat huomatta-
vasti pienemmät kuin vastaavien analogiamallien joustojen hajonnat. Tämän
takia makrokäyttäytymisen kuvaaminen on aggregoinnin peruslauseen ratkai-
sussa luotettavampaa. Lisäksi aggregoinnin peruslauseen mukainen empiirinen
ratkaisu mahdollistaa huomattavasti laajemman informaatiopohjan valinnan ti-
lastoaineistoksi. Toisin sanoen aggregoitavat hyödykeryhmien kysyntämallit
voivat sisältää periaatteessa mitä tahansa selittäviä muuttujia, jos nii-
den käyttö voidaan järkevästi perustella. Näin hyödykeryhmien kysyntään
vaikuttavaa tilastollista informaatiomäärää voidaan lisätä, joten myös mak-
romallin informaatiomäärä kasvaa ja ko. mallin luotettavuus lisääntyy.

Mallin realistisuutta luonnollisesti lisää parametriestimaattien muuttuminen yli ajan. Empiirinen analyysi (kts. taulukko 8.5) osoittaa, että sillä on huomattava merkitys makromallissa.

9 JOHTOPÄÄTÖKSET

Kappaleissa 1-4 valaistiin aggregoinnin peruskäsitteitä. Aggregointiongelmaa pohdittiin näissä kappaleissa ensisijassa taloustieteen oppihistorian näkökulmasta. Tämä lähestymistapa valittiin tutkielman lähtökohdaksi, koska oppihistoriallisessa pohdinnassa aggregoinnin peruskäsitteet tuodaan erittäin konkreettisesti esiin. Lisäksi oppihistorian tarkasteleminen valaisee aggregointiteorian aseman ja sisällön kehitystä taloustieteen teorianmuodostuksessa. Aggregointiteorian peruskäsitteet ovat loogisessa järjestyksessä seuraavat:

1. Mikrotaloudelliset olosuhteet ja niiden talusteoreettinen määrittelyminen.
2. Aggregointiratkaisujen kehittäminen määritettyjen mikrotaloudellisten relaatioiden aggregoimiseksi.
3. Aggregoinnilla johdettavan makroteoreettisen mallin ratkaiseminen.

Tutkielmassa on pohdittu näitä kolmea kriteeriä ja niiden keskinäisiä suhteita. Pohdinnoissa on pyritty tuomaan esiin aggregointiongelman talusteoreettisen määrittelyn vaikutuksia makroteoreettisen käyttäytymismallin ratkaisuun. Tästä asiayhteydestä voidaan huomata, että mahdollisia aggregointiratkaisuja on monia, koska tutkittava ongelma voidaan spesifioida usealla eri tavalla. Erityisesti talusteoreettisten käyttäytymisoletusten merkitys on tällöin erittäin keskeinen aggregointiratkaisun johtamisessa.

Talusteoreettisten käyttäytymisoletusten merkitys lisääntyi huomattavasti, kun aggregointiongelman ratkaisemisessa alettiin käyttää enenevässä määrin matemaattisia menetelmiä. Tämän kehitysvaiheen alku sijoit-

tuu 1940-luvun Econometrica-keskusteluun aggregoinnista. Keskustelun tärkein teema oli, miten voitaisiin matemaattisesti perustelemalla siirtyä mikrosta makroon? Ongelmana oli siis konsistentin aggregointisäännön ratkaiseminen. Ratkaisu esitettiin ns. Natafin teoreeman avulla 1940-luvun lopussa ja se perustuu mikro-, makro- ja aggregointifunktioiden additiiviseen separoituvuuteen. Konsistentti aggregointiratkaisu edellyttää siis varsin voimakkaita oletuksia talousteoreettisten olosuhteiden spesifioimisesta. Tästä lähestymistavasta esitettiin esimerkkinä Kleinin tuotantofunktioiden aggregointiongelma ja sen ratkaisu.

Kappaleessa 5 rajoituttiin tarkastelemaan yksinkertaista lineaaristen kysyntäyhtälöiden determinististä tapausa. Tarkastelussa esitetään kaikkiaan viisi erilaista aggregointiperiaatetta, joista Cramerin esittämä ratkaisu vastaa Kleinin aggregointiongelman ratkaisua (samansuuruiset mikroparametrit kaikilla mikrotilastoyksiköillä). Tarkastelussa valaistiin kahta aggregoinnin lähestymistapaa: 1. aggregointia analogia-ajatuksen mukaan ja 2. aggregointia perustuen aggregoinnin peruslauseeseen. Näillä esimerkeillä pyrittiin osoittamaan, että äärimmäisen yksinkertaisessakaan tapauksessa aggregointi ei ole yksikäsitteistä vaan loogisesti perusteltuja matemaattisia ratkaisuja on useita.

Kappaleen 6 tavoitteena on luoda perusta empiiriselle aggregointiesimerkille staattisessa tapauksessa. Siinä esitetään yleisimpiä hyödykeryhmien kulutuksen jakaantumisen malleja ja niihin liittyviä aggregointiongelmia. Tarkastelussa osoitettiin, että staattiset kaksoislogaritmiset taso- ja differenssimallit, joissa yksityiset kulutusmenot ovat yhtenä selittäjänä hyödykeryhmien kysyntämalleissa, eivät ole aggregointiratkaisuuksina tyydyttäviä. Vastaava ominaisuus pätee myös logit-kysyntämalleille, joissa yksityiset kulutusmenot ovat yhtenä selittäjänä muuttujana. Näiden aggre-

gointiratkaisujen voidaan helposti osoittaa pätevän deterministisessä tapauksessa, mutta ne eivät aggregoidu ristiriidattomiksi makromalleiksi stokastisissa tapauksissa. Aggregointisäännön tulee päteä sekä deterministisessä että stokastisesti määritellyissä aggregointiongelmassa.

Tutkimuksessa esille tulleiden tavanomaisimpien staattisten kysyntämallien aggregointiongelmien takia tutkielmassa kehitetään vaihtoehtoinen aggregointiesimerkki tutkimusongelman valaisemiseksi. Tarkastelun lähtökohdan muodostaa keynesiläinen kulutusfunktio, jossa hyödykeryhmän kysytty määrä on funktio käytettävissä olevista reaalityuloista. Tarkasteltavat kysyntämallit ovat tällöin yksinkertaisia aggregoituen loogisesti yksityisen kulutuksen makromalliksi. Lisäksi aggregointiratkaisu pätee myös deterministisessä tapauksessa. Aggregointisääntönä käytetään aggregoinnin peruslausetta, mikä osoitettiin järkeväksi aggregointisääntöksi deterministisessä tapauksessa kappaleessa 5.

Kappaleessa 7 tarkastelu laajennetaan dynaamiseksi ongelmaksi. Tavanomaiset hyödykeryhmien kysyntämallit, joissa yksityiset kulutusmenot ovat selittävänä muuttujana, eivät ole ristiriidattomia myöskään dynaamisessa tapauksessa. Näin dynaamisten kysyntäyhtälöiden teoreettiseksi lähtökohdaksi valittiin keynesiläinen kulutusfunktio. Tarkasteltu dynaaminen kysyntämalli on ns. stokastinen differenssimalli, jonka osoitetaan tutkielmassa aggregoituvan loogisesti ja ristiriidattomasti yksityisen kulutuksen makromalliksi.

Sekä staattisten että dynaamisten kysyntäyhtälöiden tapauksessa makromallin muodostamisessa on pyritty kehittämään aggregointia siten, että sen avulla johdettu makromalli olisi matemaattisesti ja tilastollisesti konsistentti. Tällöin on kiinnitetty erityistä huomiota tilastoaineisto-

jen aggregointiin, ts. aggregoinnin informaatiokriteeriin ja makromallin luotettavuuteen. Informaatiokriteeri edellyttää, että hyödykeryhmien tilastollinen informaatio kokonaisuudessaan vastaa aggregoinnilla johdetun makromallin informaatiomäärää. Aggregointisäännön tulee siis tiivistää hyödykeryhmien tilastoaineiston informaatio makromallin informaatioksi siten, että informaatiota ei häviä aggregoinnissa. Makromallin luotettavuus perustuu puolestaan siihen, että ko. mallin parametrit (joustot) johdetaan ajassa muuttuviksi suureiksi ja niiden hajontoja voidaan pienentää. Parametrit muuttuvat ajassa, koska aggregointisäännön avulla niissä voidaan huomioida kulutustottumuksissa tapahtuneet asteittaiset ja pysyvät muutokset.

Kappaleiden 6 ja 7 teoreettiset analyysit muodostavat perustan kappaleessa 8 esitetylle empiiriselle tarkastelulle. Empiirinen analyysi on esimerkki hyödykeryhmien kysyntäyhtälöiden aggregoinnista ja niistä eduista, joita aggregoinnilla voidaan saavuttaa. Aggregoitavat kysyntämallit voivat olla kolmea päätyyppiä: 1. staattisia, 2. dynaamisia viivemalleja tai 3. stokastisia differenssimalleja. Hyödykeryhmien erilaiset mallispesifioinnit eivät aiheuta aggregointiongelmia vaan lisäävät empiirisen makromallin luotettavuutta. Toisin sanoen tällä lähestymistavalla voidaan huomioida laajempi tilastollinen informaatio hyödykeryhmätasolla, joten informaatiopohjaa voidaan tällä tavalla luotettavasti laajentaa sekä hyödykeryhmätasolla että makromallissa. Informaatiopohjan laajentamisen edellytyksiä parantaa entisestään se, että empiirinen makromallin johtaminen ei kärsi vapausasteongelmista suoraan, koska sitä ei tarvitse estimoida makrotaloudellisista suureista. Makromalli johdetaan estimoiduista hyödykeryhmien kysyntäyhtälöistä aggregoinnin avulla.

Aggregoinnilla johdetun empiirisen makromallin edut huomaa parhaiten vertaamalla sitä suoraan aggregaattisuureista estimoituun makromalliin (taulukko 8.5 ja yhtälö (8.2**)). Ensimmäinen etu perustuu aggregoinnilla johdetun makromallin vapausasteisiin, jotka ovat 551, kun vastaavan makrosuureista estimoidun mallin vapausasteet ovat 10. Vapausasteet vaikuttavat oleellisesti parametriestimaattien luotettavuuteen. Toisin sanoen aggregoinnilla johdettavan makromallin parametriestimaattien hajontoja voidaan oleellisesti pienentää. Toinen aggregoinnilla johdetun makromallin etu on, että siihen on johdettu kolme kovarianssitermiä lisäselittäjiksi. Makromallin selitysaste on noin 0.95 ja kovarianssien vaikutus siihen on yhteensä noin 0.05 yksikköä. Vastaavan makrotaloudellisista suureista lasketun mallin selitysaste on noin 0.87. Mallit ovat kuitenkin luotettavuudeltaan täysin toistensa vastakohtia, koska makromallin (8.2**) joustot ovat tulojoustoja lukuunottamatta tilastotieteellisesti puutteellisia. Estimoinnin perustana oleva tilastotieteilä ei yksinkertaisesti sisällä riittävästi vuosihavaintoja luotettavan estimoinnin suorittamiseksi puhtaasti aggregaattisuureista.

Aggregoinnilla johdetun makromallin joustot ovat ajassa muuttuvia suureita. Niiden vaihtelut ovat sitä merkittävämpiä mitä suurempia nämä joustot ovat. Taulukosta 8.5 voi huomata, että esimerkiksi tulojousto vaihtelee 0.82:sta 0.95:een. Tulojouston muuttumisella yli ajan on siis huomattava vaikutus yksityiseen kulutukseen. Lisäksi joustojen muuttumista yli ajan voidaan aiheellisesti pitää makromallin realistisena ominaisuutena.

Esimerkkinä johdettu empiirinen makromalli (8.2*) on stokastinen differenssimalli. Tämän makromallin johtamisessa käytettyä aggregointiratkaisua kehitettäessä on pyritty keskittymään pelkästään aggregoinnin perusedellytyksiin ja niiden parantamiseen. Tällöin tutkielmassa on pyritty

luomaan mahdollisimman hyvät edellytykset aggregointiperiaatteen lisäkehittämiseksi. Tämän takia tarkasteltu empiirinen lähestymistapa valittiin mahdollisimman yleiseksi lineaaristen kysyntäyhtälöiden tapauksessa. Aggregointisääntöä voidaan kuitenkin soveltaa luontevasti kvadraattisten kysyntäyhtälöiden tapaukseen. Lisäksi on helppoa osoittaa, että empiirinen analyysi voidaan soveltaa myös per capita -muuttujille. Aggregointisääntö sallii myös hypoteettisten taloudellisten käyttäytymisoletusten käyttämisen, joten aggregointiratkaisun teoreettiset soveltamisen mahdollisuudet ovat hyvät. On kuitenkin keskeistä huomata, että aggregointiesimerkkinä johdetun empiirisen makromallin selityksaste on jo sinänsä erittäin korkea differenssimallin selityksasteeksi. Tämän näkemyksen konkreettisuutta lisää entisestään se, että tilastoaineisto sisältää kaksi estimoinnin kannalta ongelmallista aikaperiodia. Ensimmäinen aikaperiodi liittyy vuoden 1967 suureen devalvaatioon, mikä aiheutti ilmeisesti suuria kysynnän muutoksia tuontihyödykkeisiin. Toinen ongelmallinen ajankohta sattuu vuonna 1973 alkaneeseen öljykriisiin, jonka vaikutukset kysyntään olivat ilmeisesti vieläkin voimakkaampia kuin 1967 devalvaatiolla. Näitä kysynnän volyyymiin vaikuttavia tekijöitä ei voida luontevasti mallintaa tavallisilla kysyntään liittyvillä tekijöillä (esim. tulot, hinnat,...), koska volyymin muutokset ko. ajankohtina olivat huomattavasti suurempia kuin vakaan kysynnän aikana keskimäärin. Tarkastelemalla kuviota 8.1 huomataan, että aggregoinnilla johdetun makromallin selityksasteen puutteet (ts. $0.95 < 1$) johtuvat suurimmaksi osaksi juuri näistä ongelmallisista ajankohdista. Ilmeisesti huolellisella dummy-muuttujan käyttämisellä em. ongelmat voidaan suurelta osalta poistaa, jolloin makromallin selityksastetta voidaan entisestään nostaa aggregoinnilla johdetun empiirisen esimerkin tapauksessa.

Lähteet:

- Allen R.G. (1964) Mathematical Economics. Second ed., London, MacMillan.
- Apostol T. (1969) Mathematical Analysis. Third ed. Addison-Wesley Publishing Company.
- Aumann R.J. (1964) Market with a Continuum of Traders. Econometrica 32, s. 39-50.
- Barnett W.A. (1981) Consumer Demand and Labor Supply, North-Holland.
- Christensen, Jorgenson & Lau (1975) Transcendental Logarithmic Utility Function. American Economic Review 65, s. 367-383.
- Cobb & Douglas (1928) A Theory of Production. The American Economic Review, s. 139-165.
- Cramer J.S. (1971) Empirical Economics. London, North-Holland Publishing Company.
- Deaton & Muellbauer (1980a) Economics and Consumer Behaviour, Cambridge.
- Deaton & Muellbauer (1980b) An Almost Ideal Demand System. American Economic Review, 70 s. 312-326.
- Edgeworth F.Y. (1881) Mathematical Psychics. London, C. Kegan & Co.
- Edgren, Turkkila & Vartia Y. (1978) Tuloverotuksen matemaattisista ongelmista. ETLA:n keskustelualoitteita nro 17, Helsinki.
- Gorman W.M. (1953) Community Preference Fields. Econometrica 21, s. 63-80.
- Green J.A.H. (1964) Aggregation in Economic Analysis. Princeton, Princeton University Press.
- Harvey A.C. (1981) The Econometric Analysis of Time Series. Oxford, Philip Allan.
- Hicks J.R. (1939) Value and Capital. Oxford, Clarendon Press.
- Hicks J.R. (1956) A Revision of Demand Theory. Oxford, Clarendon Press.
- Hildenbrand W. (1974) "Distributions of Agents" Characteristics. Journal of Mathematical Economics 2, s. 129-138.
- Hildenbrand W. (1983) On the "Law of Demand". Econometrica 51, s. 997-1019.
- Houthakker & Taylor (1970) Consumer Demand in the United States 1929-1970. 2nd ed. Cambridge, Harvard University Press.
- Hämäläinen H. (1973) Yksityisten kulutusmenojen rakenne ja kehitys Suomessa vuosina 1965-1975. ETLA:n sarja B nro 5, Helsinki.
- Jaffe W. (1965) Corresponds of Léon Walras and Related Papers. Amsterdam, North-Holland.

- Jevons W.S. (1887) The Principles of Science, A Treatise on Logic and Scientific Method. New introduction by E. Nagel. New York, Dover Publications (1958).
- Jevons W.S. (1970) The Theory of Political Economy. 2nd ed. (1879). Reprinted in Pelican Books (1970), Harmondsworth, Beenguin Books LTD.
- Klein L.R. (1946) Macroeconomics and The Theory of Rational Behavior. Econometrica 14, s. 93-108.
- Klein L.R. (1946) Remarks on the Theory of Aggregation. Econometrica 14, s. 303-312.
- Layard & Walters (1978) Microeconomic Theory, McGraw-Hill Book Company, London.
- Leontief W.W. (1947) Introduction to A Theory of Internal Structure of Functional Relationships. Econometrica 15, s. 361-373.
- Marjomaa P. (1969) Yksityisten kulutusmenojen rakenne ja kehitys Suomessa 1948-1965. ETLA:n sarja A nro 7, Helsinki.
- Marchall A. (1920) Principles of Economics. Eight ed. London, MacMillan & Co.
- May K. (1946) The Aggregation Problem for A One-Industry Model. Econometrica 14, s. 285-298.
- Mellin I. (1983) Simple Static and Dynamic Regression Models: An Application to Consumption Expenditure in Finland. Helsingin yliopisto, Tilastotieteen laitos, tutkimusraportti 42, Helsinki.
- Mellin I. (1985) Consumption Expenditure in Finland: Static and Dynamic Properties. Helsingin yliopisto, Tilastotieteen laitos, tutkimusraportti 55, Helsinki.
- Muellbauer J. (1975) Aggregation, Income Distribution and Consumer Demand. Review of Economic Studies 42, s. 525-543.
- Muellbauer J. (1976) Community Preferences and The Representative Consumer. Econometrica 44, s. 979-999.
- Nataf A.P. (1948) Sur la Possibilite de Construction de Certains Macro-modelles. Econometrica 17, s. 232-244.
- Pu S.S. (1946) A Note on Macroeconomics. Econometrica 14, s. 299-302.
- Phillips L. (1974) Applied Consumption Analysis. Amsterdam, North-Holland Publishing Co.
- Rahiala M. (1984) Yksityisen kulutuksen hyödykeryhmittäistä jakaantumista kuvaava ennustejärjestelmä. Keskustelualoitteita nro 149, ETLA, Helsinki.
- Rahiala M. (1984) Yksityiset kulutusmenot Suomessa 1984-1988. ETLA:n sarja C nro 30, Helsinki.

- Theil H. (1974) Theory and Measurement of Consumer Demand vol 1. Amsterdam,, North-Holland Publishing Co.
- Theocharis R.D. (1983) Early Developments in Mathematical Economics. 2nd ed. London, The MacMillan Press LTD.
- Törnqvist, Vartia P. & Vartia Y. (1985) How Should Relative Changes be Measured? The American Statistician 39, s. 43-46.
- van Daal & Merkies A. (1981) A Simple Proof of Nataf's Theorem on Consistent Aggregation. Economic Letters, s. 145-150.
- Vartia P. (1974) An Econometric Model for Analyzing Short-Term Fluctuations in the Finnish Economy. ETLA, sarja A, nro 2, Helsinki.
- Vartia Y. (1976a) Ideal log-change Index Numbers. Scandinavian Journal of Statistics, s. 121-126.
- Vartia Y. (1976b) Relative Changes and Index Numbers. ETLA, sarja A, nro 4, Helsinki.
- Vartia Y. (1979) Kvadraattisten mikroyhtälöiden aggregoinnista. ETLA:n keskustelualoitteita nro 25, Helsinki.
- Virén M. (1983) Yksityisten kulutusmenojen rakenne ja kehitys Suomessa vuosina 1950-1986, ETLA, sarja B, no. 37, Helsinki.
- Wold H. (1953) Demand Analysis. Fourth printing, John Wiley & Sons, New York.

Liite 1: Differenssioidun staattisen logit-kysyntämallin aggregointi
hyödykeryhmien malleista yksityisen kulutuksen makromalliksi.

Tarkastelun lähtökohdan muodostaa hyödykeryhmän h_i kysyntämalli, joka on muotoa:

$$(1.1) \quad D\logit(w_{it}) = \beta_{i0} + \beta_{i1}^* D\log(p_{it}/P_t) + \beta_{i2}^* D\log(Q_t) + u_{it},$$

jossa $E(u_{it}) = 0$ ja $\text{var}(u_{it}) = \sigma_i^2$, $\forall i, t$. Yhtälön vasen puoli voidaan ilmaista seuraavasti:

$$\begin{aligned} (1.2) \quad D\logit(w_{it}) &= \logit(w_{it}) - \logit(w_{i,t-1}) \\ &= \log(w_{it}) - \log(1-w_{it}) - \log(w_{i,t-1}) + \log(1-w_{i,t-1}) \\ &= \log\left(\frac{p_{it}q_{it}}{P_t Q_t}\right) - \log\left(1 - \frac{p_{it}q_{it}}{P_t Q_t}\right) - \log\left(\frac{p_{i,t-1}q_{i,t-1}}{P_{t-1} Q_{t-1}}\right) \\ &\quad + \log\left(1 - \frac{p_{i,t-1}q_{i,t-1}}{P_{t-1} Q_{t-1}}\right) \\ &= D\log(p_{it}) + D\log(q_{it}) - D\log(P_t Q_t - p_{it}q_{it}) \\ &= D\log(p_{it}) + D\log(q_{it}) - D\log(\bar{P}_{it} \bar{Q}_{it}) . \end{aligned}$$

jossa \bar{P}_{it} ja \bar{Q}_{it} ovat hinta- ja volyyymi-indeksejä, joihin sisältyy kaikki muut hinnat ja volyymit h_i :tä lukuunottamatta. Käyttämällä (1.2):ta yhtälö (1.1) voidaan esittää seuraavasti:

$$\begin{aligned} (1.3) \quad D\log(q_{it}) &= \beta_{i0} + \beta_{i1}^* D\log(p_{it}/P_t) + \beta_{i2}^* D\log(Q_t) - D\log(p_{it}) \\ &\quad + D\log(\bar{P}_{it} \bar{Q}_{it}) + u_{it} . \end{aligned}$$

Suhteellisten hintojen differenssi voidaan ilmaista seuraavasti:

$$(1.4) \quad \beta_{i1}^* D\log(p_{it}/P_t) = \beta_{i1}^* [\log(p_{it}) - \log(P_t) - \log(p_{i,t-1}) + \log(P_{t-1})] \\ = \beta_{i1}^* D\log(p_{it}) - \beta_{i1}^* D\log(P_t).$$

Lisäksi käyttämällä approksimaatioita

$$(1.5) \quad D\log(P_t) \cong D\log(\bar{P}_{it}) \quad \text{ja} \quad D\log(Q_t) \cong D\log(\bar{Q}_{it}), \quad \forall t=2, \dots, T,$$

Yhtälö (1.3) voidaan kirjoittaa tällöin muodossa

$$(1.6) \quad D\log(q_{it}) \cong \beta_{i0} + (\beta_{i1}^* - 1)D\log(p_{it}) + (1 - \beta_{i1}^*)D\log(P_t) + (\beta_{i2}^* + 1) \\ D\log(Q_t) + u_{it}.$$

Tämä voidaan edelleen kirjoittaa muotoon

$$(1.7) \quad D\log(q_{it}) \cong \beta_{i0} + \beta_{i1} D\log(p_{it}) + \beta_{i2} D\log(Q_t) + \beta_{i3} D\log(P_t) + u_{it}, \\ t=2, \dots, T,$$

jossa

$$(1.8) \quad \left\{ \begin{array}{l} \beta_{i1} = \beta_{i1}^* - 1 \\ \beta_{i2} = \beta_{i2}^* + 1 \\ \beta_{i3} = 1 - \beta_{i1}^* \end{array} \right. \quad \forall i=1, \dots, N.$$

Tämä on toivottu hyödykeryhmän kysyntämallin muoto. Kerrotaan nyt yhtälö (1.7) molemmiin puolin sopivasti valituilla arvo-osuuksilla (painot: $\sum \bar{w}_{it} = 1$ ja $\bar{w}_{it} \geq 0$, $\forall i, t$) ja summataan näin saadut yhtälöt yli $i:n$, jolloin saadaan

$$\begin{aligned}
 (1.9) \quad \Sigma \bar{w}_{it} D \log(q_{it}) &\cong \Sigma \bar{w}_{it} \beta_{i0} = \Sigma \bar{w}_{it} \beta_{i1} D \log(p_{it}) + \Sigma \bar{w}_{it} \beta_{i2} D \log(Q_t) \\
 &+ \Sigma \bar{w}_{it} \beta_{i3} D \log(P_t) + \Sigma \bar{w}_{it} u_{it} . \\
 &\cong \beta_{t0} + \beta_{t2} D \log(Q_t) + \text{cov}[\beta_{i1}, D \log(p_{it})] + \bar{u}_t, \\
 & \qquad \qquad \qquad t=2, \dots, T,
 \end{aligned}$$

koska aggregoinnin peruslauseen mukaan (ks. Y. Vartia, 1979, s. 9)

$$\begin{aligned}
 (1.10) \quad \Sigma \bar{w}_{it} \beta_{i1} D \log(p_{it}) &= (\Sigma \bar{w}_{it} \beta_{i1}) (\Sigma \bar{w}_{it} D \log(p_{it})) + \text{cov}[\beta_{i1}, D \log(p_{it})] \\
 &= \beta_{t1} D \log(P_t) + \text{cov}[\beta_{i1}, D \log(p_{it})]
 \end{aligned}$$

ja

$$\begin{aligned}
 (1.11) \quad \beta_{t1} D \log(P_t) + \Sigma \bar{w}_{it} \beta_{i3} D \log(P_t) &= \beta_{t1} D \log(P_t) + \beta_{t3} D \log(P_t) \\
 &= (\beta_{t1} + \beta_{t3}) D \log(P_t) \\
 &= 0 .
 \end{aligned}$$

Yhtälön (1.11) tulos johtuu seuraavasta seikasta:

$$\begin{aligned}
 (1.12) \quad \beta_{t1} + \beta_{t3} &= \Sigma \bar{w}_{it} \beta_{i1} + \Sigma \bar{w}_{it} \beta_{i3} \\
 &= \Sigma \bar{w}_{it} (\beta_{i1}^* - 1) + \Sigma \bar{w}_{it} (1 - \beta_{i1}^*) = 0 .
 \end{aligned}$$

Näin aikaansaatu makromalli on

$$\begin{aligned}
 (1.13) \quad D \log(Q_t) &\cong \beta_{t0} + \beta_{t2} D \log(Q_t) + \text{cov}[\beta_{i1}, D \log(p_{it})] + \bar{u}_t \\
 & \qquad \qquad \qquad \forall t=2, \dots, T,
 \end{aligned}$$

koska $\Sigma \bar{w}_{it} D \log(q_{it}) = D \log(Q_t)$ (Y. Vartia: Scand.J.Stat. 1976 s. 121-126). Se on Vartia I volyyymi-indeksi.

Liite 2: Differensoitujen dynaamisten hyödykeryhmien kysyntäyhtälöiden aggregointi yhdeksi makroyhtälöksi.

Tarkasteltava hyödykeryhmän h_i kysyntäyhtälö on muotoa:

$$(1.1) \quad D\log(q_{it}) = \beta_{i0} + \beta_{i1} D\log(Y_t) + \beta_{i2} D\log(p_{it}/P_t) + \beta_{i3} D\log(Y_{t-1}) \\ + \beta_{i4} D\log(p_{i,t-1}/P_{t-1}) + \beta_{i5} D\log(q_{i,t-1}) + u_{it}, \\ i=1, \dots, N, \quad t=3, \dots, T$$

Mallin tulkintaan ja estimointiin liittyvät ongelmat on esitelty kappaleessa 7.2. Kertomalla yhtälö (1.1) arvo-osuuksilla

$$(1.2) \quad \bar{w}_{it} = \frac{L(p_{it}q_{it}, p_{i,t-1}q_{i,t-1})}{L(\sum p_{it}q_{it}, \sum p_{i,t-1}q_{i,t-1})}, \quad i=1, \dots, N, \\ t=3, \dots, T, \quad (\text{ks. kappaleet } 6.2 \text{ \& } 6.4),$$

ja järjestämällä yhtälö uudelleen, tarkasteltava malli saa muodon:

$$(1.3) \quad \bar{w}_{it} D\log(q_{it}) = \bar{w}_{it} \beta_{i0} + \bar{w}_{it} \beta_{i1} D\log(Y_t) + \bar{w}_{it} \beta_{i2} D\log(p_{it}) \\ - \bar{w}_{it} \beta_{i2} D\log(P_t) + \bar{w}_{it} \beta_{i3} D\log(Y_{t-1}) + \\ + \bar{w}_{it} \beta_{i4} D\log(p_{i,t-1}) - \bar{w}_{it} \beta_{i4} D\log(P_{t-1}) \\ + \bar{w}_{it} \beta_{i5} D\log(q_{i,t-1}) + \bar{w}_{it} u_{it}, \quad i=1, \dots, N, \\ t=3, \dots, T.$$

Mallin (1.1) stabiilisuuden ehto on, että $|\beta_{i5}| < 1$. Jos tämä ehto pätee hyödykeryhmien tapauksessa, niin on luonnollista, että ominaisuus säilyy myös aggregoinnissa, joten makromalli on tämän ehdon osalta sta-

kettuja Vartia I indeksikaavoja. Käyttämällä lisäksi yhtälön (1.4) sieventämisessä apuna approksimaatiota

$$(1.6) \quad \sum \bar{w}_{it} D \log(p_{i,t-1}) = D \log(P_{t-1}^*) \approx D \log(P_{t-1}) = \sum \bar{w}_{i,t-1} D \log(p_{i,t-1}),$$

kaikille $i=1, \dots, N$ ja $t=3, \dots, T$, yhtälö (1.4) voidaan kirjoittaa muodossa:

$$(1.7) \quad D \log(Q_t) \approx \beta_{t0} + \beta_{t1} D \log(Y_t) + \beta_{t3} D \log(Y_{t-1}) + \beta_{t5} D \log(Q_{t-1}^*) \\ + \text{cov}[\beta_{i2}, D \log(p_{it})] + \text{cov}[\beta_{i4}, D \log(p_{i,t-1})] \\ + \text{cov}[\beta_{i5}, D \log(q_{i,t-1})] + \bar{u}_t, \quad t=3, \dots, T.$$

Luonnollisesti $E\bar{u}_t = \sum w_{it} E(u_{it}) = 0$, $\forall t$, jos virhetermi u_{it} :lle pätee liitteen 1 yhtälön (1.1) ominaisuudet. Approksimointivirhe on erittäin pieni, jos $\bar{w}_{it} \approx \bar{w}_{i,t-1}$. Tämän huomaa helposti tarkastelemalla seuraavaa yhtälöä:

$$(1.8) \quad D \log(P_{t-1}^*) - D \log(P_{t-1}) = \sum w_{it} D \log(p_{i,t-1}) - \sum \bar{w}_{i,t-1} D \log(p_{i,t-1}) \\ = \sum (\bar{w}_{it} - \bar{w}_{i,t-1}) D \log(p_{i,t-1}) \\ = \sum \tilde{w}_{it} D \log(\bar{w}_{it}) D \log(p_{i,t-1}), \\ i=1, \dots, N, \quad t=3, \dots, T,$$

jossa \tilde{w}_{it} on logaritminen keskiarvo arvo-osuuksista (ts. $\tilde{w}_{it} = L(\bar{w}_{it}, \bar{w}_{i,t-1})$, k s. kappale 6.1). Jos $\bar{w}_{it} \approx \bar{w}_{i,t-1}$, niin $D \log(\bar{w}_{it}) \approx 0$, joten yhtälö (1.8) on likimain nolla. Termin $\sum \tilde{w}_{it} D \log(\bar{w}_{it})$ suuruuden arvioiminen liittyy odotetun informaation lähestymistapaan, jonka avulla voidaan testata, että kuinka hyvin tekijäinvaihtotesti tulee tyydytetyksi (Theil, Theory and... 1975 s. 168-180).

ELINKEINOELÄMÄN TUTKIMUSLAITOS (ETLA)
The Research Institute of the Finnish Economy
Lönnrotinkatu 4 B, SF-00120 HELSINKI Puh./Tel. (90) 601 322
Telefax (90) 601 753

KESKUSTELUAIHEITA - DISCUSSION PAPERS ISSN 0781-6847

- No 225 PEKKA SPOLANDER, Kapitalmarknader och ägarförhållanden i
Finlands näringsliv. 31.12.1986. 42 s.
- No 226 JUHA KINNUNEN, Comparison of the Arima-Model Forecasts of Some
Finnish Macroeconomic Variables with Econometric Macromodel
Forecasts. 31.12.1986. 33 p.
- No 227 ERKKI KOSKELA, Personal Savings and Capital Income Taxation:
A Differential Incidence Analysis. 12.01.1987. 16 p.
- No 228 MORTEN JONASSEN - PAAVO SUNI, Real Exchange Rates as
Indicators of Purchasing Power Parity. 20.02.1987. 30 p.
- No 229 JUHANI RAATIKAINEN, Variability of Exchange Rates under
Rational Expectations. 21.02.1987. 25 p.
- No 230 TIMO AIRAKSINEN, Talletusten verollistamisen vaikutus pankkien
käyttäytymiseen ja kannattavuuteen. 31.03.1987. 21 s.
- No 231 JUHA AHTOLA, Error Correction Mechanism: An Economic Interpretation.
01.04.1987. 10 p.
- No 232 HANNU TÖRMÄ, Katsaus eräisiin pohjoismaisiin panossubstituutio-
tutkimuksiin. 01.04.1987. 49 s.
- No 233 HANNU TÖRMÄ, Pääoman, työn, energian ja raaka-aineiden substi-
tuutio Suomen, Ruotsin ja Norjan tehdasteollisuudessa.
01.04.1987. 35 s.
- No 234 DAVID BENDOR, Finnish Price Competitiveness - A Sectoral
Review". 04.06.1987. 70 p.
- No 235 VESA KANNIAINEN, An Alternative Corporation Tax: Implications
for Efficiency of Investment and Valuations of Shares.
03.06.1987. 17 p.
- No 236 PEKKA NYKÄNEN, Tehdasteollisuuden ja sen toimialojen kansain-
välinen kilpailukyky. 10.06.1987. 75 s.
- No 237 JEAN-PIERRE SICARD - VALDEMAR DOS REIS MEIXEDO, "L'Economie
Européenne a l'Horizon 1992. 18.06.1987. 74 p.
- No 238 PASI AHDE, Measurement of Capacity Utilization in Manufacturing
Industry. 18.06.1987. 22 p.
- No 239 PEKKA ILMAKUNNAS, On the Profitability of Using Forecasts.
29.07.1987. 9 p.

- No 240 ERKKI KOSKELA, Changes in Tax Progression and Labour Supply under Wage Rate Uncertainty. 06.08.1987. 20 p.
- No 241 TIMO TERÄSVIRTA, Superiority Comparisons between Mixed Regression Estimators. 14.08.1987. 11 p.
- No 242 SYNNÖVE VUORI, Tiedonhankinnan ja -välityksen kehittäminen Elinkeinoelämän Tutkimuslaitoksessa. 17.08.1987. 54 s.
- No 243 PEKKA ILMAKUNNAS, Aggregation vs. Disaggregation in Forecasting Construction Activity. 08.09.1987. 20 p.
- No 244 PEKKA ILMAKUNNAS, On the Use of Macroeconomic Forecasts in some British Companies. 09.09.1987. 16 p.
- No 245 PENTTI VARTIA - SYNNÖVE VUORI, Development and Technological Transformation - The Country Study for Finland. 05.10.1987. 62 p.
- No 246 HANNU HERNESNIEMI, Helsingin Arvopaperipörssin osakeindeksit. 15.10.1987. 64 s.
- No 247 HANNU TÖRMÄ - MARKO MÄKELÄ - PEKKA NEITTAANMÄKI, Yleisen tasapainon veromallit ja optimoinnin asiantuntijajärjestelmä EMP. 28.10.1987. 33 s.
- No 248 PAAVO SUNI, Real Exchange Rates as a Time Series Process - A Case of Finland. 30.10.1987. 29 p.
- No 249 HEIKKI TULOKAS, Dollarin heikkenemisen vaikutuksista. 30.12.1987. 22 s.
- No 250 JUKKA LESKELÄ, Laskutusvaluuttojen muutokset ja laskutusvaluuttatilastojen tulkinta. 04.01.1988. 17 s.
- No 251 PEKKA NYKÄNEN, Suomen vaatetusteollisuuden hintakilpailukyky ja kilpailumenestys vuosina 1967-1985. 04.01.1988. 39 s.
- No 252 SYNNÖVE VUORI - PEKKA YLÄ-ANTTILA, Clothing Industry: Can the new Technologies Reverse the Current Trends? 18.01.1988. 25 p.
- No 253 HANNU TÖRMÄ, Suomen kansantalouden yleisen tasapainon veromalli (Gemfin 1.0) - ETLA:n esitutkimusprojektin loppuraportti. Helsinki. 03.03.1988. 48 s.
- No 254 MARKKU KOTILAINEN, Maailmantalouden ja Suomen viennin näkymät vuosina 1988-2007. 28.03.1988. 31 s.
- No 255 ANTTI SUOPERÄ, Analogiaperiaate ja aggregoinnin peruslause aggregoinnissa: yksinkertainen esimerkki makrotason kulutuskäyttäytymisen selvittämisestä. 29.03.1988. 116 s.

Elinkeinoelämän Tutkimuslaitoksen julkaisemat "Keskusteluaiheet" ovat raportteja alustavista tutkimustuloksista ja väliraportteja tekeillä olevista tutkimuksista. Tässä sarjassa julkaistuja monisteita on rajoitetusti saatavissa ETLAn kirjastosta tai ao. tutkijalta.

Papers in this series are reports on preliminary research results and on studies in progress; they can be obtained, on request, by the author's permission.