

Keskusteluaiheita

Discussion papers

Christian Edgren
Juhani Turkkila
Yrjö Vartia

TULOVEROTUKSEN ANALYSOINNIN
MATEMAATTISISTA ONGELMISTA

No 17

15.2.1978

This series consists of papers with limited circulation, intended to stimulate discussion. The papers must not be referred or quoted without the authors' permission.



ESIPUHE

Käsillä olevassa paperissa esitetyt ajatukset ovat vähitellen muotoutuneet muutaman viime vuoden aikana. Kirjoittajista Christian Edgren ja Yrjö Vartia ovat viime vuosina useasti keskustelleet verotuksen vaikutuksien selvittämiseen liittyvistä ongelmista. Viime vuodesta lähtien Juhani Turkkila on osallistunut tähän pohdiskeluun. Monia verotukseen liittyviä seikkoja on tarkasteltu julkisen talouden ryhmässä esim. suhdanne-ennusteita laadittaessa. Hyödyllisiä vaikutteita tarkasteltavista asioista on saatu vuosien mittaan myös Pentti Vartialta.

Yllyke paperin kirjoittamiseen oli Juhani Turkkilan ja Yrjö Vartian kesken käyty keskustelu, jossa eräs hyvältä tuntuva lähtökohta osoittautui vaikeaksi soveltaa. Tavallinen suomen kieli oli johtanut tutkijat harhaan. Tuntui motivoitulta yrittää esittää tarkasteltava ongelma ja osa julkisen sektorin ryhmässä jo aiemmin kehitetyistä laskentamenetelmistä täsmällisellä matematiikan kielellä.

Paperin käsikirjoitus syntyikin aiemmista muistiinpanoista vuoden 1977 joulun aikoihin. Paperissa rajoitutaan lähinnä verotuksen analysoinnin metodisiin ongelmiin. Aihepiiriin liittyviä empiirisiä laskelmia on tarkoitus esittää myöhemmin julkaistavissa tutkimuksissa ja selvityksissä.

SISÄLLYSLUETTELO

ESIPUHE	sivu
1. JOHDANTO	4
2. KÄSITTEISTÄ JA MERKINNÖISTÄ	5
2.1. Verofunktio	5
2.2. Veroaste	9
2.3. Rajaveroaste	9
2.4. Verofunktion jousto	10
2.5. Veroasteen derivaatta	11
2.6. Verofunktion Π -progressiivisuus	12
3. VÄLIARVOLAUSE JA MUITA MATEMAATTISIA TULOKSIA	13
4. TULOJEN MUUTOKSEN AIHEUTTAMA VEROJEN MUUTOS	16
5. ERI VEROMUOTOJEN AGGREGOINTI YHDEN VEROTETTAVAN TAPAUKSESSA	18
6. VEROFUNKTION MUUTTUMISEN VAIKUTUS VERON MÄÄRÄÄN ..	31
7. VEROTUKSEN KUVAAMINEN MAKROTASOLLA	38
7.1. Mikrotasolta makrotasolle	38
7.2. Kokonaisverojen suhteellisen muutoksen hajoitelma makrotasolla yhden verofunktion tapauksessa	44
7.3. Kokonaisverojen suhteellisen muutoksen hajoitelma makrotasolla muuttuvien verofunktioiden tapauksessa	52
7.4. Suomen tuloverotusta valaiseva esimerkki ...	58
LÄHDELUETTELO	62

1. JOHDANTO

Tässä paperissa tarkastellaan eräitä matemaattisia ongelmia, joita esiintyy tutkittaessa verotusta ja sen vaikutuksia. Ongelmia on tullut esiin esim. pyrittäessä ennustamaan verojen tulevaa kehitystä, tutkittaessa verotuksen tulonjakovai-
kutuksia ja selvitettäessä verotuksen vaikutuksia muuhun ta-
loudelliseen toimintaan. Tutkimuksessa esitetään matemaatti-
sia käsitteitä ja tuloksia, joista katsotaan olevan hyötyä
esim. laajennettaessa ETLAn suhdannemallia siten, että vero-
tuksen vaikutukset tulisivat kuvattua aikaisempaa tarkemmin¹⁾.

Tarkoituksena on myös selkiyttää käsitteitä, joita verotuk-
sesta keskusteltaessa käytetään. Paperissa lähdetään liik-
keelle verofunktion määrittelystä ja esitetään tärkeimmät
verofunktion ominaisuuksia kuvaavat käsitteet. Kolmannessa
luvussa esitetään eräitä matemaattisia tuloksia, jotka ovat
jäljempänä suoritettavan tarkastelun kannalta keskeisiä. Nel-
jännessä luvussa pohditaan, millä tavoin tulojen muutoksen
aiheuttama verojen muutos voidaan esittää valitun verofunk-
tion tapauksessa. Seuraava luku käsittelee eri veromuotojen
aggregointia yhden verotettavan henkilön tapauksessa. Kuuden-
nessa luvussa selvitetään verofunktion muuttumisen vaikutus-
ta verojen määrään. Viimeisessä seitsemännessä luvussa tarkas-
tellaan verotuksen kuvaamista makrotasolla ja esitetään Suomen
tuloverotusta valaiseva esimerkki.

1) ETLAn suhdannemallista ks. Pentti Vartia (1974). Julkisen
talouden problematiikasta ks. Christian Edgren (1972).

2. KÄSITTEISTÄ JA MERKINNÖISTÄ

2.1. Verofunktio

Tarkastellaan aluksi valtion tuloverotusta. Olkoon y valitun
henkilön tuloa (tarkemmin sanottuna valtion verotuksessa ve-
rotettavaa markkamääräistä tuloa) kuvaava muuttuja ja $T(y)$
tästä tulosta maksettavaa valtion veroa kuvaava funktio.

Tarkastelemme tyypillistä progressiivista tuloveroasteikkoa.
 $T(y)$ on funktio joukolta

$$\mathbb{R}_+ = \{y | y \in \mathbb{R} \text{ ja } y \geq 0\} = \text{"positiiviset reaaliluvut"}$$

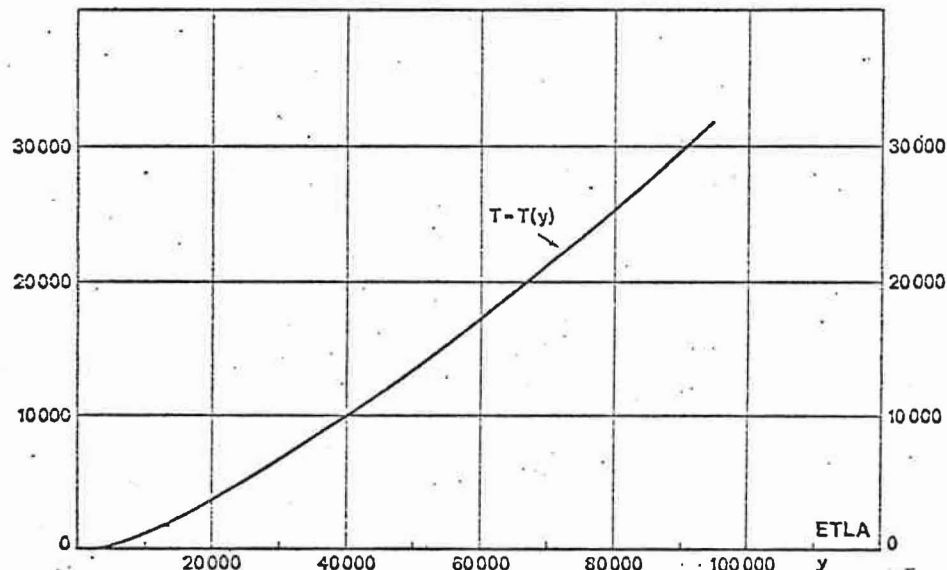
joukolle $\mathbb{R}_+$ eli $T: \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}_+$, jonka oletetaan (hieman todel-
lisuutta yksinkertaistaen) olevan paitsi jatkuva myös kaik-
kialla jatkuvasti derivoituva y :n funktio.

Toteamus, että $T(y)$ on tulon y funktio merkitsee, että mitä
tahansa tuloa y vastaa vain yksi veron määrä $T = T(y)$.

Tämä ehto ei ole täytetty, jos tuloksi y valittaisiin vero-
tettavan tulon sijaan esim. (valtion verotuksessa) veronalai-
nen tulo $Y = y + v$. Veronalainen tulo Y on verotettavan tu-
lon y ja (valtion verotuksessa sallittujen) vähennysten v sum-
ma. Saman veroasteikon mukaan kannetut verot $T_1 = T(y_1)$ esim.
eri henkilöillä a_i ($i = 1, 2, \dots, n$) eivät ole funktioyhteydes-
sä samojen henkilöiden veronalaisten tulojen $Y = y_i + v_i$
kanssa, koska vähennykset v_i eivät riipu vain y_i :stä, vaan

ne vaihtelevat samassakin tuloluokassa jonkin verran satunnaisesti. Näin tiettyä Y :n arvoa (esim. $Y = 40\,000$ mk/v) voi vastata useita Y_1 :n arvoja ja siten useita veron $T_1 = T(Y_1)$ arvoja. Seuraavassa kuviossa esitetään hypoteettinen valtion verotuksessa sovellettu verofunktio $T = T(y)$.

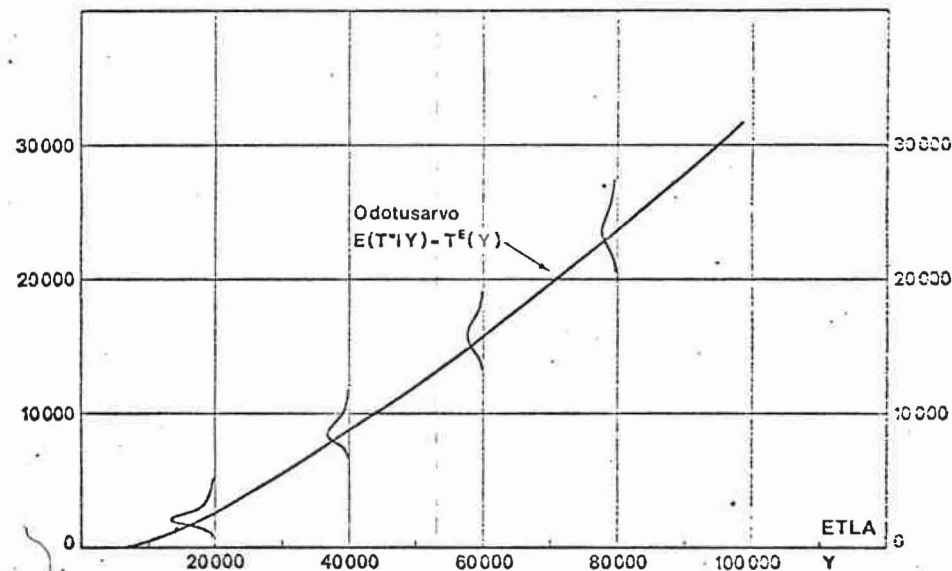
Kuvio 1. Verofunktio $T(y)$



Kuviossa y on valtion verotuksessa verotettava tulo ja T on tulosta kannettava vero, molemmat esim. markkoissa mitattuna.

Sen sijaan veronalaisen tulon Y mukaan taulukoitu valtion vero $T^* = T^*(Y)$ voidaan tulkita satunnaismuuttujaksi, jonka ehdolliset jakautumat muuttuvat suurin piirtein kuvion 2 mukaisesti.

Kuvio 2. Valtion veron määrä veronalaisen tulon mukaisesti



Kuviossa Y on $y + v$ eli valtion verotuksessa veronalainen tulo.

"Satunnaismuuttujana" $T^*(Y)$ ei ole Y :n (yksikäsitteinen) funktio, vaan valittua Y -arvoa (esim. $Y = 40\,000$ mk) vastaa konstruoidusta matemaattisesta mallista (todennäköisyyskentästä) riippuen useita veron määriä, joiden ehdollisen kertymäfunktion $F(T^*|Y) = P(T^*(Y) \leq T^*)$ malli määrää. Mallimaailmassa voidaan laskea (mikäli odotusarvo on olemassa) esim. veron ehdollinen keskiarvo (kun tulo on Y) odotusarvona $E(T^*(Y)) = E(T^*|Y) = \int_0^\infty T dF(T^*|Y)$. Tämä on (veronalaisen) tulon Y yksikäsitteinen funktio $T^E(Y) = E(T^*|Y)$. Ennakonpidätystaulukot määrittelevät eri henkilöryhmille juuri tällantapaisia funktioita. Valitettavasti vain $T^E(Y)$ riippuu jonkin verran valitun matemaattisen mallin

(tn-kentän) usein tulkinnanvaraisista piirteistä ja on siten jossain määrin subjektiivinen luonteeltaan.

Kun kuviossa 1 saatiin "äärettömän ohut, matemaattinen käyrä", niin kuvion 2 mukaisessa tilanteessa voidaan ajatella, että veron ja tulon riippuvuutta kuvaisi "epämääräinen, paksu käyrä". Kuvion 2 tilanteen havaintoparit sattuvat melko leveän vyön ("paksun käyrän") sisälle.

Tämän kaltaisiin melko syvällisiin pulmiin joudutaan, ellei tietyllä tavalla mitatun veron T_1 ja tulon y_1 välillä vallitsekaan täsmällistä funktioyhteyttä, jota voitaisiin kuvata verofunktiolla $T(y)$. Usein nämä vaikeudet valitettavasti si-
vuutetaan vaikenemalla, jolloin lukijan on vaikea käsittää, mihin tarkastelut todella soveltuvat.

Olkoon tämä pitkähkö huomautus varoituksena lukijoille funktiokäsitteen erilaisista tulkinnoista tai reippaammin sanotuna väärinkäytöstä.

Seuraavassa ei empiiristen ja matemaattisen mallin käsitteiden välillä tulla tekemään tiukkaa eroa, vaan esim. suhdetta $T(y)/y$ kutsutaan yksinkertaisesti vain "veroasteeksi". Täsmällisyys vaatisi, että suhdetta $T(y)/y$ kutsuttaisiin nimellä "veroastetta mittaava funktio". Seuraavassa oletetaan, että verofunktio $T(y)$ on tunnettu, riittävän säännöllinen funktio. Lähes aina $T(y)$ on tulon y kasvava funktio. Usein verojen kasvu tulon mukana tapahtuu progressiivisesti, jolloin jopa veroaste $T(y)/y$ kohoaa tulon y kasvaessa.

2.2. Veroaste

Verojen osuus tuloista on veroaste, joka määritellään yhtälöllä

$$(1) \quad \Theta(y) = T(y)/y,$$

jossa y = verotettava tulo ja $T(y)$ = vero.

Todetaan, että veroaste $\Theta(y)$ on tässä laskettu suhteessa verotettavaan tuloon; käytännössä veroaste voidaan laskea myös veron ja veronalaisen tulon suhteena. Usein veroaste ilmoitetaan prosenttilukuna, jonka mukaisesti esim. 30 000 markan tulolla $\Theta(y)$ on 26 %. Veroaste yleensä vaihtelee tulon y mukana.

Joissain julkaisuissa käytetään $\Theta(y)$:n sijaan symboleja $t(y)$ tai $a(y)$, joista ensin mainittu helposti sekoittuu verofunktioon.

2.3. Rajaveroaste

Rajaveroaste on tietyn tulonlisäyksen $\Delta y = y_1 - y_0$ ja sen aiheuttaman verojen lisäyksen $\Delta T = T(y_1) - T(y_0)$ suhteen

$$(2) \quad \Delta T / \Delta y = \frac{T(y_1) - T(y_0)}{y_1 - y_0}$$

raja-arvo, kun $\Delta y \rightarrow 0$.

Siis rajaveroaste $m(y)$ on verofunktion $T(y)$ derivaatta valitussa pisteessä (esim. $y = y_0$ tai $y = y_1$)

$$(3) \quad m(y) = \frac{dT(y)}{dy} = T'(y).$$

Rajaveroaste yleensä vaihtelee y :n muuttuessa. Merkintä $m(y)$ viittaa sanaan "marginal".

2.4. Verofunktion jousto

Verofunktion jousto (tulon suhteen) on tietyn suhteellisen tulonlisäyksen $\Delta y/y_0 = (y_1 - y_0)/y_0$ ja sen aiheuttaman verojen suhteellisen lisäyksen $\Delta T/T_0 = (T_1 - T_0)/T_0 = (T(y_1) - T(y_0))/T(y_0)$ suhteen

$$(4) \quad \frac{\Delta T/T_0}{\Delta y/y_0} = \left(\frac{T(y_1) - T(y_0)}{y_1 - y_0} \right) \frac{y_0}{T(y_0)}$$

raja-arvo, kun $\Delta y \rightarrow 0$.

Siis verofunktion jousto $e(y)$ on seuraava derivaatta

$$(5) \quad e(y) = \frac{d \log T(y)}{d \log y}.$$

Verofunktion jousto $e(y)$ yleensä vaihtelee y :n muuttuessa. Merkintä $e(y)$ viittaa sanaan "elasticity".

Verofunktion jousto voidaan määritellä myös seuraavilla yhtäpitävillä tavoilla:

$$(6) \quad e(y) = m(y) \frac{y}{T(y)}.$$

$$(7) \quad e(y) = m(y) / \theta(y).$$

Yhtälöstä (7) havaitaan, että $e(y)$ voi kasvaa rajatta, jos $\theta(y) = T(y)/y \rightarrow 0$. Kaavaa (7) on käytännössä mukavin soveltaa joustoa laskettaessa.

2.5. Veroasteen derivaatta

Veroasteen derivaatta tulon suhteen on $d\theta(y)/dy$, jota ei saa sekoittaa rajaveroasteeseen $m(y) = dT(y)/dy$. Veroasteen derivaatalle pätee esitys

$$(8) \quad \frac{d\theta(y)}{dy} = \frac{m(y) - \theta(y)}{y}.$$

Jos verotus on progressiivista, rajaveroaste $m(y)$ ylittää veroasteen $\theta(y)$, jolloin siis (8) on positiivinen. Slitor (1948) onkin ehdottanut veroasteen derivaattaa käytettäväksi veroasteikon progressiivisuuden mittana. Suhteellisen verotuksen tapauksessa $T(y) = ay$, jossa $a \geq 0$, jolloin $m(y) = \theta(y) = a$ ja $d\theta(y)/dy = 0$, kuten progressiivisuusmittalta on luontevaa edellyttää.

2.6. Verofunktion Π -progressiivisuus

Verofunktion ns. Π -progressiivisuus määritellään derivaattana

$$(9) \quad \Pi(y) = \frac{d\theta(y)}{d\log y}.$$

Tämä ilmaisee likimain paljonko veroaste muuttuu, kun tulot lisääntyvät prosentilla. Stevers (1975) kutsuu $\Pi(y)$:tä "veroasteen herkkyydeksi" ja käyttää sille (vähän epämääräistä¹⁾) symbolia $\sigma(t)$, jossa t viittaa veroasteeseen $\theta(y)$. Verofunktion Π -progressiivisuutta tarkastelee lähemmin Y. Vartia myöhemmin julkaistavassa paperissa.

$\Pi(y)$:lle voidaan helposti johtaa esitys

$$(10) \quad \Pi(y) = \frac{d\theta(y)}{d\log y} = m(y) - \theta(y),$$

jonka avulla se on mukavasti laskettavissa. Tästä nähdään, että $\Pi(y)$ kertoo veroasteikon progressiivisuuden siten, että $\Pi(y)$ on positiivinen, nolla tai negatiivinen, kun veroasteikko on tulon y kohdalla progressiivinen, suhteellinen tai regressiivinen.

1) Täsmällisempi merkintä olisi $\sigma_t(y)$ tai meidän symboleilamme $\sigma_\theta(y)$. Vrt. myös Keskinäki (1976).

3. VÄLIARVOLAUSE JA MUITA MATEMAATTISIA TULOKSIA

Väliarvolause ilmaisee yhteyden funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ lisäyksen $\Delta f(y_0) = f(y_1) - f(y_0)$, argumentin lisäyksen $\Delta y_0 = y_1 - y_0$ ja funktion derivaatan $f'(y)$ välillä.

Väliarvolause: Olkoon f välillä $[y_0, y_1]$ määritelty funktio, joka on derivoituva välin sisäpisteissä. Tällöin on olemassa välin $[y_0, y_1]$ sisäpiste ξ siten, että

$$(11) \quad f(y_1) - f(y_0) = f'(\xi) (y_1 - y_0).$$

Lauseen todistus löytyy esim. kirjasta Apostol (1957, s. 93). Jos tuntematonta pistettä ξ arvioidaan päätepisteiden keskiarvolla $\bar{y} = \frac{1}{2} (y_0 + y_1)$, saadaan funktion lisäykselle hyvä approksimaatio

$$(12) \quad f(y_1) - f(y_0) \approx f'(\bar{y}) (y_1 - y_0).$$

Approksimaation virhe on kolmatta astetta y :n lisäyksessä $\Delta y = y_1 - y_0$, siis muotoa $M(y_1 - y_0)^3$. Theil (1967, s. 222) antaa vastaavaa tarkkuutta olevan approksimaation

$$(13) \quad f(y_1) - f(y_0) \approx \frac{1}{2} (f'(y_0) + f'(y_1)) (y_1 - y_0),$$

jonka hän yleistää myös useamman muuttujan funktioille.

Seuraavaksi esitetään ilman todistusta eräitä yksinkertaisia identiteettejä ja määritelmiä, joita tarvitaan myöhemmin.

Logaritmisella muutoksella $\log(y_1/y_0)$, jossa "log" viittaa luonnolliseen logaritmiin, on esitys

$$(14) \quad \log(y_1/y_0) = \frac{y_1 - y_0}{L(y_1, y_0)}.$$

Tässä $L(y_1, y_0)$ on ns. logaritminen keskiarvo (katso Y. Vartia (1976) ss. 11-13), jolle voidaan johtaa seuraavat tarkat ala- ja ylärajat

$$(15) \quad \sqrt[3]{y_1 y_0 \frac{1}{2}(y_1 + y_0)} \leq L(y_1, y_0) \leq \frac{2\sqrt{y_1 y_0} + \frac{1}{2}(y_1 + y_0)}{3}.$$

Ala- ja ylärajat ovat ns. Theil'in ja Saton keskiarvot, katso Theil (1973) ja Sato (1974).

Seuraavaa identiteettiä kutsutaan Stuvelin identiteetiksi

$$(16) \quad p_1 q_1 - p_0 q_0 = \bar{p}(q_1 - q_0) + \bar{q}(p_1 - p_0),$$

jossa $\bar{p} = \frac{1}{2}(p_1 + p_0)$, $\bar{q} = \frac{1}{2}(q_1 + q_0)$ ja p :t sekä q :t ovat mielivaltaisia lukuja. Stuvel sovelsi identiteettiä hinnoille p ja määrille q , jolloin hän jakoi arvon lisäyksen hinnoista ja määristä aiheutuviin osiin, katso myös Törnqvist (1974, s. 49).

Seuraavaa identiteettiä kutsutaan aggregoinnin peruslauseksi:

$$(17) \quad \sum_{i=1}^n w_i x_i y_i = \bar{x} \bar{y} + \text{cov}(x, y),$$

jossa $\bar{x} = \sum w_i x_i$, $\bar{y} = \sum w_i y_i$ ja $\text{cov}(x, y) = \sum w_i (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$ ja painojen w_i summan on oltava 1.

Identiteetti (17) pätee, vaikka jotkut painoista w_i olisivat negatiivisia, kun vain painosumma on 1. Luvut x_i ja y_i saavat olla mielivaltaisia reaali-lukuja. Positiivisilla painoilla kovarianssilla on esitys

$$(18) \quad \text{cov}(x, y) = s(x) s(y) r(x, y),$$

jossa $s(x) = [\sum w_i (x_i - \bar{x})^2]^{1/2}$ ja $s(y) = [\sum w_i (y_i - \bar{y})^2]^{1/2}$ ovat muuttujien x ja y hajonnat ja $r(x, y)$ on näiden korrelaatiokerroin, jonka määritelmä saadaan (18):sta ratkaisemalla. Koska $-1 \leq r(x, y) \leq 1$, havaitaan suureen $\text{cov}(x, y)$ menevän nollaan hajontojen $s(x)$ ja $s(y)$ mukana. Näin ollen arvio $\sum w_i x_i y_i \approx \bar{x} \bar{y}$ on usein käyttökelpoinen. Käyttökelpoisuudestaan huolimatta identiteettiä (17) näkee vain harvoin käytettävän, merkittäviä poikkeuksia ovat Frisch (1936, s. 9), Törnqvist (1935, 1936) ja Rajaoja (1957).

4. TULOJEN MUUTOKSEN AIHEUTTAMA VEROJEN MUUTOS

Tarkastellaan edelleen vain verotettavasta tulosta y riippuvaa ("kiinteää") verofunktiota $T(y)$. Tulon muutoksesta $y_1 - y_0$ johtuva veron muutos voidaan jakaa osiin Stuvelin identiteetin avulla seuraavasti:

$$(19) \quad T(y_1) - T(y_0) = \theta(y_1)y_1 - \theta(y_0)y_0 \\ = \bar{\theta}(y_1 - y_0) + \bar{y}(\theta(y_1) - \theta(y_0)),$$

jossa $\bar{\theta} = \frac{1}{2}(\theta(y_1) + \theta(y_0))$ on keskimääräinen veroaste ja $\bar{y} = \frac{1}{2}(y_1 + y_0)$ on keskimääräinen tulo. Yhtälö (19) jakaa veron lisäyksen tulojen muutoksesta johtuvaan termiin $\bar{\theta}(y_1 - y_0)$ ja verotuksen kiristymisestä (progressiosta) johtuvaan termiin $\bar{y}(\theta(y_1) - \theta(y_0))$. Suhteellisen verotuksen tapauksessa jälkimmäinen termi on nolla. Jakamalla puolittain $(y_1 - y_0)$:lla ja antamalla sen lähestyä nollaa saadaan tulos $m(y) = \theta(y) + y \frac{d\theta(y)}{dy} = \theta(y) + d\theta(y)/d\log y = \theta(y) + \pi(y)$. Väliarvolauseen nojalla saadaan tästä

$$(20) \quad \Delta T(y) = \frac{dT(\xi)}{dy} \Delta y \\ = m(\xi) \Delta y \\ = \theta(\xi)\Delta y + \pi(\xi)\Delta y.$$

Siis veronlisäys $T(y_1) - T(y_0)$ voidaan jakaa tulonmuutoksesta johtuvaan termiin $\theta(\xi)(y_1 - y_0)$ ja verotuksen kiristymisestä johtuvaan termiin $\pi(\xi)(y_1 - y_0)$.

Verotuksen kiristymisestä johtuva termi on veroasteikon π -progressiivisuuden ja tulonmuutoksen tulo ja se häviää, jos progressiivisuus = 0.

Käyttämällä väliarvolauseetta saadaan vastaavasti

$$(21) \quad \Delta \log T(y) = \frac{d \log T(\xi)}{d \log y} \Delta \log y \\ = e(\xi) \Delta \log y.$$

Sijoittamalla tähän $e(y) = 1 + \frac{\pi(y)}{\theta(y)}$ saadaan

$$(22) \quad \Delta \log T(y) = \Delta \log y + \frac{\pi(\xi)}{\theta(\xi)} \Delta \log y,$$

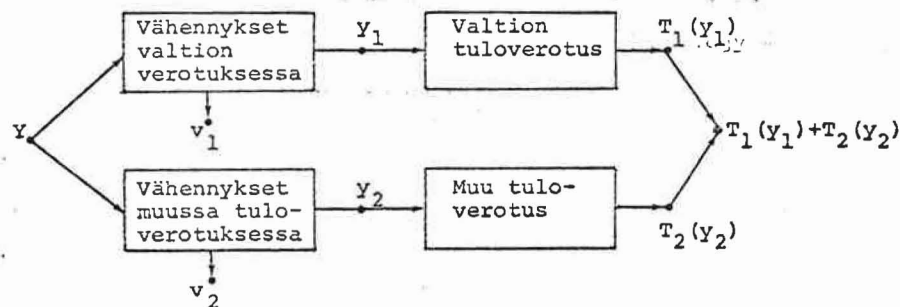
jossa verojen suhteellinen lisäys on jaettu tulojen lisäyksestä ja verotuksen kiristymisestä johtuviin termeihin. Jälkimmäisessä termissä tulon muutoksen $\Delta \log y$ kertoimena on π -progressiivisuuden ja veroasteen suhde. Progression aiheuttama veron suhteellinen lisäys (kontribuutio) on siis suoraan verrannollinen tulojen suhteelliseen kasvuun $\Delta \log y$ ja π -progressiivisuuteen, mutta kääntäen verrannollinen veroasteeseen.

5. ERI VEROMUOTOJEN AGGREGOINTI YHDEN VEROTETTAVAN TAPAUKSESSA

Edellä on tarkasteltu yhtä verotusmuotoa, jota on kuvattu verofunktiolla $T(y)$. Voidaan ajatella konkreettisesti, että tarkasteltavana oli valtion verotus ja tulona y valtion verotuksessa verotettava tulo. Laajennetaan tarkastelua useampien verotusmuotojen suuntaan (esim. ottamalla mukaan valtion tuloverotuksen lisäksi kunnallisverotus ym. suhteellinen tuloverotus). Kulutusveroja ei tarkastella.

Tarkastellaan kahden verofunktion verojärjestelmää keksityssä Suomen tapaisessa maassa, "Simpletaniassa"¹⁾. Kuvio 3 kuvatkoon Simpletanian verotusjärjestelmää.

Kuvio 3. Kahden verofunktion verojärjestelmä



Huom: Laatikot kuvaavat operaatioita. Laatikoon menee ja sieltä tulee ulos muuttujien arvoja. Informaatiovirtoja - siis muita tarvittavia input-tietoja - ei ole esitetty.

1) Vertaa Keynes (1936, s. 192): "Ricardo offers us the supreme intellectual achievement, unattainable by weaker spirits, of adopting a hypothetical world remote from experience as though it were the world of experience and then living in it consistently. With most of his successors common sense cannot help breaking in-with injury to their logical consistency".

Bruttotuloista Y saadaan tehdä valtion tuloverotusta varten vähennykset v_1 , jolloin saadaan valtion verotettava tulo $y_1 = Y - v_1$. Vastaavasti muun tuloverotuksen verotettavaa tuloa ("muun tuloverotuksen verokantaa") kuvaa muuttuja $y_2 = Y - v_2$.

Valtion tuloveron oletetaan määräytyvän yksikäsitteisesti y_1 :sta, ja tätä riippuvuutta kuvatkoon verofunktio $T_1(y_1)$. Vastaavasti $T_2(y_2)$ kuvaa muuta tuloverotusta.

Kokonaisverot riippuvat vain tuloista y_1 ja y_2 ja niiden arvo esim. markkoissa on

$$(23) \quad T(y_1, y_2) = T_1(y_1) + T_2(y_2).$$

Seuraavassa tarkastellaan kokonaisverojen kasvua tulojen muuttuessa. Aluksi oletetaan jopa Simpletanian todellisuutta yksinkertaistaen, että vähennykset v_1 ja v_2 bruttotuloista Y ovat aina yhtä suuret¹⁾.

Olkoon $v_1 = v_2 = v$ ja $y_1 = y_2 = Y - v = y$ ja $T(y, y) = T_1(y) + T_2(y)$, joka on nyt vain y :n funktio

$$(24) \quad T(y) = T_1(y) + T_2(y).$$

1) Toinen tapa olisi muuttaa Simpletania maaksi, jossa vähennykset v_1 ja v_2 ovat aina yhtä suuret.

Ilmaistaan $T(y)$:n veroaste $\Theta(y)$, rajaveroaste $m(y)$, verofunktion jousto $e(y)$ ja Π -progressiivisuus $\Pi(y)$ verofunktioiden $T_1(y)$ ja $T_2(y)$ vastaavien käsitteiden avulla. Veroaste $\Theta(y)$ on

$$\begin{aligned} (25) \quad \Theta(y) &= T(y)/y \\ &= [T_1(y) + T_2(y)]/y \\ &= \Theta_1(y) + \Theta_2(y). \end{aligned}$$

Vastaavasti saadaan rajaveroasteelle

$$\begin{aligned} (26) \quad m(y) &= dt(y)/dy \\ &= d[T_1(y) + T_2(y)]/dy \\ &= m_1(y) + m_2(y) \end{aligned}$$

ja joustolle

$$\begin{aligned} (27) \quad e(y) &= d \log T(y) / d \log y \\ &= d \log [T_1(y) + T_2(y)] / d \log y \\ &= \frac{y}{T_1(y) + T_2(y)} d[T_1(y) + T_2(y)] / dy \\ &= \frac{y}{T(y)} [m_1(y) + m_2(y)] \\ &= \frac{m_1(y) + m_2(y)}{\Theta_1(y) + \Theta_2(y)} \\ &= \frac{\Theta_1(y)e_1(y) + \Theta_2(y)e_2(y)}{\Theta_1(y) + \Theta_2(y)} \\ &= w_1 e_1(y) + w_2 e_2(y). \end{aligned}$$

Tämä on verofunktioiden $T_1(y)$ ja $T_2(y)$ joustojen painotettu keskiarvo, painoina $w_i = \Theta_i(y)/\Theta(y) = T_i(y)/T(y)$, siis vero-osuudet.

Π -progressiivisuudelle saadaan esitys

$$\begin{aligned} (28) \quad \Pi(y) &= d\Theta(y)/d \log y \\ &= d[\Theta_1(y) + \Theta_2(y)]/d \log y \\ &= \Pi_1(y) + \Pi_2(y). \end{aligned}$$

Siis kokonaisverojen Π -progressiivisuus saadaan osaverojen Π -progressiivisuuksien summana.

Kaavaa (20) vastaa näin ollen

$$\begin{aligned} (29) \quad \Delta T(y) &= [m_1(\xi_1) + m_2(\xi_2)] \Delta y \\ &= [\Theta_1(\xi_1) + \Theta_2(\xi_2)] \Delta y + [\Pi_1(\xi_1) + \Pi_2(\xi_2)] \Delta y \end{aligned}$$

ja kaavaa (22)

$$(30) \quad \Delta \log T(y) = \Delta \log y + \frac{\Pi_1(\xi) + \Pi_2(\xi)}{\Theta_1(\xi) + \Theta_2(\xi)} \Delta \log y.$$

Seuraavaksi yritetään vapautua oletuksesta $y_1 = y_2 = y$ ja tarkoituksena on tutkia, kuinka tulokset muuttuvat (millaisia lisätermejä kaavoihin tulee), kun tulojen y_1 ja y_2 annetaan muuttua toisiinsa nähden vapaasti. Tarkastelemme siis yhtälöä (23), joka kuvaa kuvion 1 verojärjestelmää tuloista y_1 ja y_2 eteenpäin. Tarkasteltava verofunktio $T(y_1, y_2) = T_1(y_1) + T_2(y_2)$ on kahden muuttujan (y_1, y_2) funktio. Sen osittaisderivaatat ovat

$$(31) \quad \partial T(y_1, y_2) / \partial y_1 = \partial T_1(y_1) / \partial y_1 = m_1(y_1)$$

ja

$$(32) \quad \partial T(y_1, y_2) / \partial y_2 = \partial T_2(y_2) / \partial y_2 = m_2(y_2).$$

Tulojen muutosten $\Delta y_1 = y_1^{(1)} - y_1^{(0)}$ ja $\Delta y_2 = y_2^{(1)} - y_2^{(0)}$

aiheuttama veron lisäys on

$$\begin{aligned} (33) \quad \Delta T(y_1, y_2) &= T(y_1^{(1)}, y_2^{(1)}) - T(y_1^{(0)}, y_2^{(0)}) \\ &= \frac{\partial T}{\partial y_1} \Delta y_1 + \frac{\partial T}{\partial y_2} \Delta y_2 \\ &= m_1(\bar{y}_1) \Delta y_1 + m_2(\bar{y}_2) \Delta y_2 \\ &= \theta_1(\bar{y}_1) \Delta y_1 + \theta_2(\bar{y}_2) \Delta y_2 + \pi_1(\bar{y}_1) \Delta y_1 + \pi_2(\bar{y}_2) \Delta y_2. \end{aligned}$$

Jos $\Delta y_1 = \Delta y_2 = \Delta y$ saadaan aiempi kaava (29). Viimeisellä rivillä tulojen muutosten verovaikutukset on jaettu veromuodot-
tain välittömiin tulovaikutuksiin sekä tulomuutosten aikaan-
saamiin progressiovaikutuksiin. Jos muu tuloverotus on suhteel-
lista, niin sen yhteydessä progressiovaikutus häviää, koska
 $\pi_2(y_2) = 0$.

Seuraavaksi tarkastellaan suhteellisia muutoksia. Joustot
ovat

$$\begin{aligned} (34) \quad \partial \log T(y_1, y_2) / \partial \log y_1 &= \partial \log (T_1(y_1) + T_2(y_2)) / \partial \log y_1 \\ &= \frac{y_1}{T_1(y_1) + T_2(y_2)} \frac{\partial (T_1 + T_2)}{\partial y_1} = \frac{y_1}{T_1 + T_2} m_1(y_1) \\ &= \frac{T_1}{T_1 + T_2} m(y_1) / \theta_1(y_1) = \frac{T_1(y_1)}{T_1(y_1) + T_2(y_2)} e_1(y_1) \end{aligned}$$

ja

$$(35) \quad \partial \log T(y_1, y_2) / \partial \log y_2 = \frac{T_2(y_2)}{T_1(y_1) + T_2(y_2)} e_2(y_2).$$

Väliarvolauseen avulla saadaan

$$\begin{aligned} (36) \quad \Delta \log T(y_1, y_2) &= \frac{\partial \log T}{\partial \log y_1} \Delta \log y_1 + \frac{\partial \log T}{\partial \log y_2} \Delta \log y_2 \\ &= \left(\frac{T_1}{T_1 + T_2} \right) e_1 \Delta \log y_1 + \left(\frac{T_2}{T_1 + T_2} \right) e_2 \Delta \log y_2 \\ &= w_1 e_1 \Delta \log y_1 + w_2 e_2 \Delta \log y_2, \end{aligned}$$

jossa $w_i = T_i(\bar{y}_i) / [T_1(\bar{y}_1) + T_2(\bar{y}_2)]$ = veron i osuus ja
 $e_i = e_i(\bar{y}_i)$ = verofunktion T_i jousto väliarvolauseen mukai-
sessa pisteessä $\bar{y}_i$. Jos valtion verotuksessa verotettavan
tulon y_1 suhteellinen muutos on $\Delta \log y_1$, niin tämän kontri-
buutio kokonaisverojen suhteelliseen kasvuun on $w_1 e_1 \Delta \log y_1$.
Tämä on tulon muutoksen $\Delta \log y_1$ lisäksi verrannollinen val-
tion veron osuuteen ko. tulonsaajalla ja valtion verofunk-
tion ko. kohdalla määrättyyn joustoon.

Jos halutaan jakaa kontribuutiot $w_i e_i \Delta \log y_i$ välittömiin
tulovaikutuksiin ja progressiovaikutuksiin, niin jakaminen
tapahtuu sijoittamalla $e(y) = 1 + \pi(y_i) / \theta(y_i)$

$$(37) \quad w_i e_i \Delta \log y_i = w_i \Delta \log y_i + w_i \frac{\pi_i}{\theta_i} \Delta \log y_i,$$

josta edelleen kaavan (36) perusteella saadaan

$$(38) \quad \Delta \log T(y_1, y_2) = [w_1 \Delta \log y_1 + w_2 \Delta \log y_2] \\ + [w_1 \frac{\pi_1}{\theta_1} \Delta \log y_1 + w_2 \frac{\pi_2}{\theta_2} \Delta \log y_2].$$

Jos y_1 :n ja y_2 :n suhteelliset muutokset ovat likimain samat ($\approx \Delta \log y$), saadaan arvio verojen muutokselle

$$(39) \quad \Delta \log T \approx \Delta \log y + (w_1 \frac{\pi_1}{\theta_1} + w_2 \frac{\pi_2}{\theta_2}) \Delta \log y.$$

Jos muu tuloverotus on suhteellista, niin $\pi_2 = 0$ ja

$$(39a) \quad \Delta \log T \approx \Delta \log y + w_1 \frac{\pi_1}{\theta_1} \Delta \log y.$$

Tällöin kokonaisverojen kasvu siis ylittää verotettavien tulojen kasvun määrällä $w_1 \frac{\pi_1}{\theta_1} \Delta \log y$, joka on verrannollinen valtion veron osuuteen $w_1 = T_1 / [T_1 + T_2]$, sen ko. kohdan π -progressiivisuuteen $\pi_1(\bar{y}_1)$ ja tulon kasvuun $\Delta \log y$ nähdessä sekä kääntäen verrannollinen valtion veron ko. kohdan veroasteeseen $\theta_1(\bar{y}_1)$.

Edeillä on tarkasteltu verojärjestelmää verotettavista tuloista y_1 ja y_2 eteenpäin. Vähennysten v_1 ja v_2 vaikutus on ajateltu jo selvitettyksi, kun y_1 ja y_2 "oletettiin tunnetuiksi". Jos Simpletanian verojärjestelmää halutaan tarkastella bruttotuloista Y lähtien on eo. kaavoja sovellettaessa tehtävä oletus bruttotulon Y ja verotettavien tulojen y_1 ja y_2 välisistä riippuvuuksista.

Huomattakoon, että tässä tarkastellaan yhtä valittua verotettavaa (esim. henkilöä), jolloin esim. muuttajat Y ja y_1 tarkoittavat ko. henkilön mahdollisia bruttotuloja ja verotettavia tuloja esim. vuonna 1977 Simpletanian pääkaupungissa. Tällöin riippuvuudet $Y \rightarrow y_1$ ja $Y \rightarrow y_2$ ovat ainakin pienillä muutoksilla selväpiirteisiä: esim. prosenttin (hypoteettinen) muutos bruttotuloissa Y Simpletanian tullihallituksen virkamiehellä lisänee tämän verotettavaa tuloa y_1 hieman yli prosentilla, koska vähennykset eivät seuraa välttämättä täysimääräisinä tulojen kasvua. Suurilla muutoksilla tai verotettavan sosiaalisen aseman muuttuessa tilanne oleellisesti mutkistuu (esim., jos naimaton virkamiehemme avioituu, häneen sovellettava verotus voi muuttua).

Tarkastelussa on tehtävä ero ainakin seuraavien tapausten välillä:

- A. Sama henkilö tietyn ajankohdan erilaisissa hypoteettisissa tilanteissa,
- B. Sama henkilö eri ajankohtien tilanteissa,
- C. Eri henkilöt tietyn ajankohdan tilanteissa.

Tässä tarkastellaan vain A-tapausta ja oletetaan rohkeasti, että riippuvuuksia $Y \rightarrow y_1$ ja $Y \rightarrow y_2$ voidaan kuvata tunnetuilla funktioilla $f_1: \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}_+$ ja $f_2: \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}_+$:

$$(40) \quad y_1 = f_1(Y), \quad y_2 = f_2(Y).$$

Nämä funktiot ovat luonteeltaan deterministisiä käyttäytymisyhtälöitä, joiden "ajatellaan pätevän" simpletanilaiselle virkamiehellemme - mitä tämä sitten tarkoittaakin.

Malli on spesifioitu, mitä siitä seuraa? Ensinnäkin Y määrittää ensin yksikäsitteisesti parin (y_1, y_2) ja tämä edelleen veron $T(y_1, y_2)$:

$$(41) \quad Y \xrightarrow{(f_1, f_2)} (y_1, y_2) \xrightarrow{T} T(y_1, y_2) = T^*(Y),$$

jossa $T^*(Y) = T(f_1(Y), f_2(Y))$.

Yhdistetyn funktion yleisen derivointisäännön (yleisen ketjusäännön, ks. Apostol (1957, s. 112-4)) avulla saadaan¹⁾

$$\begin{aligned} (42) \quad m^*(Y) &= dT^*(Y)/dY \\ &= \nabla T(y_1, y_2) \cdot \left(\frac{df_1(Y)}{dY}, \frac{df_2(Y)}{dY} \right) \\ &= \frac{\partial T}{\partial y_1} \frac{df_1}{dY} + \frac{\partial T}{\partial y_2} \frac{df_2}{dY} \\ &= \left(\frac{\partial T}{\partial y_1} \frac{\partial y_1}{\partial Y} + \frac{\partial T}{\partial y_2} \frac{\partial y_2}{\partial Y} \right) \\ &= m_1(y_1) \frac{df_1}{dY} + m_2(y_2) \frac{df_2}{dY} \end{aligned}$$

1) Kokonaisveron rajaveroastetta bruttotuloihin nähden merkitään symbolilla $m^*(Y)$, jossa tähti (*) on tarkoitettu muistuttamaan siitä, että tämä suure voidaan laskea vain, kun jonkin verran harkinnanvaraiset riippuvuudet (40) on valittu. Samaa merkintää käytetään muidenkin jonkin verran harkinnanvaraisten suureiden kohdalla.

ja siis väliarvolauseen mukaan

$$(42a) \quad \Delta T^*(Y) = m^*(\bar{Y}) \Delta Y$$

$$= m_1(\bar{y}_1) \frac{df_1}{dY} \Delta Y + m_2(\bar{y}_2) \frac{df_2}{dY} \Delta Y.$$

Tässä termi $m_1 \frac{df_1}{dY}$ Y vastaa yhtälön (33) termiä $m_1 y_1$, siis y_1 :n muutoksen aiheuttamaa verojen muutosta. Jos käytetään lineaarisia riippuvuuksia $y_1 = f_1(Y) = a_1 Y + b_1$ niin $\Delta T^*(Y) = (m_1 a_1 + m_2 a_2) \Delta Y$. Jos $y_1 = f_1(Y) = Y$ palautetaan yhtälöiden (24)-(32) kuvaamaan tilanteeseen korvauksella $Y \rightarrow y$.

Suhteellisille muutoksille saadaan vastaavasti

$$\begin{aligned} (43) \quad e^*(Y) &= d \log T^*(Y) / d \log Y \\ &= \frac{\partial \log T}{\partial \log y_1} \frac{d \log f_1}{d \log Y} + \frac{\partial \log T}{\partial \log y_2} \frac{d \log f_2}{d \log Y} \\ &= w_1 e_1(y_1) \eta_1^*(Y) + w_2 e_2(y_2) \eta_2^*(Y), \end{aligned}$$

jossa $\eta_1^*(Y) = d \log f_1(Y) / d \log Y$ on verotettavan tulon y_1 (jonkin verran harkinnanvarainen) jousto bruttotuloihin nähden.

$$(44) \quad \Delta \log T^*(Y) = e^*(\bar{Y}) \Delta \log Y$$

$$= [w_1 e_1(\bar{y}_1) \eta_1^*(Y) + w_2 e_2(\bar{y}_2) \eta_2^*(Y)] \Delta \log Y.$$

Sovellutuksia varten yksinkertainen kaava saadaan vakio-
joustoisella spesifikaatiolla $y_i = e^{Y_i \eta_i}$ eli $\log y_i =$
 $\eta_i \log Y + \gamma_i$, jolloin

$$(45) \quad \Delta \log T^*(Y) = [w_1 e_1 \eta_1 + w_2 e_2 \eta_2] \Delta \log Y.$$

Tässä $w_1 = T_1 / [T_1 + T_2]$ on ko. henkilön valtion veron osuus
kaikista veroista, e_i on valtion veron jousto ja η_i on val-
tion verotuksessa verotettavan tulon jousto bruttotuloihin
nähdessä. Jos sijoitetaan $e_i = 1 + (\pi_i / \theta_i)$ ja $\pi_2 = 0$ saadaan

$$(46) \quad \Delta \log T^*(Y) = (w_1 e_1 + w_2 e_2) \Delta \log Y + w_1 \frac{\pi_1}{\theta_1} \eta_1 \Delta \log Y.$$

Siis verojen suhteellinen kasvu ylittää tulojen suhteelli-
sen kasvun tekijällä $w_1 \frac{\pi_1}{\theta_1} \eta_1 \Delta \log Y$.

Seuraavassa kirjataan tärkeimmät kokonaisverojen $T^*(Y)$ ja
bruttotulojen riippuvuutta kuvaavat (siis tähdellä merkityt)
suureet.

"Veroaste bruttotuloista" on

$$(47) \quad \theta^*(Y) = T^*(Y)/Y = \theta_1(Y_1) \frac{f_1(Y)}{Y} + \theta_2(Y_2) \frac{f_2(Y)}{Y}.$$

Tässä $y_1 = f_1(Y)$ ja $y_2 = f_2(Y)$. Tämä käsite poikkeaa seuraa-
vasta

$$(48) \quad \theta(Y, y_1, y_2) = \theta_1(y_1) \frac{y_1}{Y} + \theta_2(y_2) \frac{y_2}{Y},$$

jos ja kun $y_1 = f_1(Y)$ tai $y_2 = f_2(Y)$.

"Rajaveroaste bruttotuloista" on

$$(49) \quad m^*(Y) = dT^*(Y)/dY = m_1(Y_1) \frac{df_1(Y)}{dY} + m_2(Y_2) \frac{df_2(Y)}{dY}.$$

Tätä ei voida määritellä ilman (harkinnanvaraisten) deri-
vaattojen $df_1(Y)/dY$ ja $df_2(Y)/dY$ olemassaoloa. Näistä kaa-
voista nähdään, että $\theta^*(Y)$ ja $m^*(Y)$ on laskettu "painotta-
malla yhteen" veromuotojen vastaavat suureet. On kuitenkin
syytä todeta, että ne eivät ole painotettuja keskiarvoja,
koska painojen summa ei yleensä ole yksi.

"Verofunktion $T^*(Y)$ jousto" on

$$(50) \quad e^*(Y) = d \log T^*(Y) / d \log Y$$

$$= \frac{T_1(Y)}{T^*(Y)} e_1(Y_1) \eta_1^*(Y) + \frac{T_2(Y)}{T^*(Y)} e_2(Y_2) \eta_2^*(Y)$$

Kun oletettiin, että $y_1 = f_1(Y)$, niin

$$(51) \quad \begin{aligned} \frac{T_1}{T^*} e_1 \eta_1^* &= \left(\frac{T_1}{T^*} \right) \left(\frac{m_1}{\theta_1} \right) \left(\frac{Y}{y_1} \right) \frac{df_1}{dY}; \\ &= m_1 \left(\frac{df_1}{dY} \right) \left(\frac{Y}{T^*} \right) \\ &= m_1 \frac{df_1}{dY} / \theta^*(Y) \end{aligned}$$

ja siis myös tähti-suureille pätee

$$(52) \quad e^*(Y) = m^*(Y) / \theta^*(Y).$$

Jousto $e^*(Y)$ voidaan laskea vain, jos käyttäytymisyhtälöiden luonteiset funktiot $y_i = f_i(Y)$ on valittu.

"Verofunktion $T^*(Y)$ Π -progressiivisuus" on

$$\begin{aligned} (53) \quad \Pi^*(Y) &= \frac{d\Theta^*(Y)}{d\log Y} = \frac{d(T^*(Y)/Y)}{d\log Y} \\ &= Y \left[\frac{dT^*(Y)}{dY} \frac{1}{Y} - \frac{1}{Y^2} T^* \right] \\ &= m^*(Y) - \Theta^*(Y). \end{aligned}$$

Suoralla laskulla saadaan myös "ansaitun käytettävissä olevan tulon" $Y_d^*(Y) = Y - T^*(Y)$ jousto bruttotuloihin nähden:

$$\begin{aligned} (54) \quad d\log Y_d^*(Y)/d\log Y &= d\log[Y - T^*(Y)]/d\log Y \\ &= \frac{Y}{Y - T^*(Y)} \frac{d(Y - T^*(Y))}{dY} = \frac{1}{1 - \Theta^*(Y)} \left[1 - \frac{dT^*(Y)}{dY} \right] \\ &= \frac{1 - m^*(Y)}{1 - \Theta^*(Y)}. \end{aligned}$$

Sosiaaliturvamaksutoimikunnan mietinnössä (1976, ss. 14-27) on esitetty joitakin laskelmia veron jälkeisten tulojen joustoista bruttotuloihin nähden¹⁾. Edellä on yritetty melko yksityiskohtaisesti selvittää, mitä pulmia tämän käsitteen määrittelemisessä esiintyy. Mietinnössä käytetty laskentamenettely ei ole kaikilta osin yhtä pitävä edellä esitetyn kanssa.

1) Mietinnössä on käytetty p.o. joustolle termiä "verojousto", mikä ei tunnu onnistuneelta sanan valinnalta. Jos lyhykäisyyttä arvostetaan, tuntuisi sopivammalta termi "tulojousto".

6. VEROFUNKTION MUUTTUMISEN VAIKUTUS VERON MÄÄRÄÄ

Edellä on oletettu verofunktioiden $T_1(Y_1)$ ja $T_2(Y_2)$ pysyvän muuttumattomina, joten vain tulojen muutosten aiheuttamat vaikutukset verojen määrissä on otettu huomioon. Erityisesti verrattaessa esim. eri vuosien verojen määriä toisiinsa, on voitava arvioida paljonko verojen havaituista muutoksista johtuu tulojen muuttumisesta ja paljonko veroasteikkojen muuttumisesta.

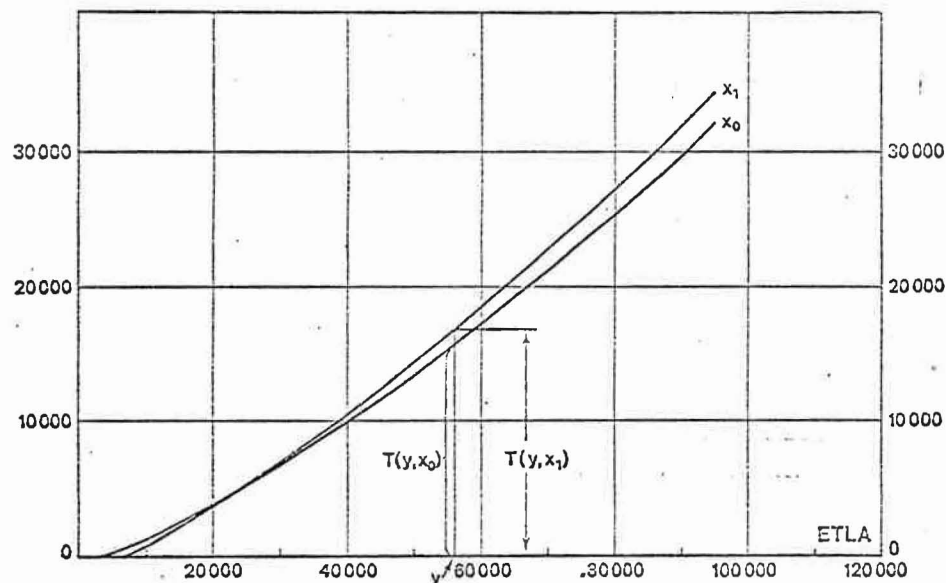
Seuraavassa tulkitaan verofunktio suppealla tavalla funktiona, joka liittyy verotettavaan tuloon y_1 veron määrän $T_1(y_1)$, siis vähennysten muuttumisen vaikutusta ei eksplisiittisesti tarkastella, vaan $y_1 = Y - v_1$ oletetaan tunnetuksi.

Tosin esitettäviä tuloksia voidaan (merkintöjä muuttamalla sekä tekemällä tarpeelliset oletukset vähennysten määräytymisestä) soveltaa myös bruttotulojen Y ja kokonaisverojen $T^*(Y)$ tarkasteluun.

Olkoon tarkasteltava verotettava tulo y (tämä voi olla y_1 tai y_2), johon voidaan soveltaa vaihtoehtoisia verofunktioita $T(y, x_0)$, $T(y, x_1)$, jne. tai yleisesti $T(y, x)$, jossa x voi saada eri arvoja. Muuttuja x voidaan tulkita sovellettavan tuloveroasteikon nimeksi¹⁾, mutta se voi olla jopa vektorisuure. Oleellista on, että $T(y, x_0)$ ja $T(y, x_1)$ ovat eri verofunktioita, katso kuvio 4.

1) Esimerkiksi Suomessa vuosien 1965-74 valtion tuloverotuksessa oli käytössä kolmeen eri veroluokkaan I, II ja III liittyvät veroasteikot (verofunktiot), jolloin x :n arvot voivat olla I, II ja III.

Kuvio 4. Kaksi vaihtoehtoista verofunktiota



Olkoon $T(y_0, x_0)$ henkilön 0-tilanteessa (esim. vuonna t_0) maksama vero ja $T(y_1, x_1)$ saman henkilön maksama vero 1-tilanteessa (esim. seuraavana vuonna). Veron muutos on siis $T(y_1, x_1) - T(y_0, x_0)$, joka halutaan jakaa tulon muutoksesta $y_0 \rightarrow y_1$ johtuvaan osaan sekä veroasteikon muutoksesta $x_0 \rightarrow x_1$ johtuvaan osaan. Tähän ei ole olemassa yhtä ainutta järkevää ratkaisua, vaan useat ratkaisut ovat käyttökelpoisia. (Tässä suhteessa tilanne on analoginen indeksiongelmien kanssa, jossa on tarjolla useita käyttökelpoisia ratkaisumalleja.) Kyseessä on konstruointitehtävä: on löydettävä jokin käyttökelpoinen ratkaisutapa.

Eräs dekompositio on

$$\begin{aligned}
 (55) \quad & T(y_1, x_1) - T(y_0, x_0) \\
 &= [T(y_1, x_0) - T(y_0, x_0)] + [T(y_1, x_1) - T(y_1, x_0)] \\
 &= m(\bar{y}, x_0)(y_1 - y_0) + \delta(x_1, x_0; y_1),
 \end{aligned}$$

jossa

$$\begin{aligned}
 (56) \quad & T(y_1, x_0) - T(y_0, x_0) = \frac{\partial T(\bar{y}, x_0)}{\partial y} (y_1 - y_0) \\
 &= m(\bar{y}, x_0) \Delta y
 \end{aligned}$$

on tulon muutoksesta $y_0 \rightarrow y_1$ johtuva veron muutos 0-tilanteen veroasteikon mukaan määrättyä ja

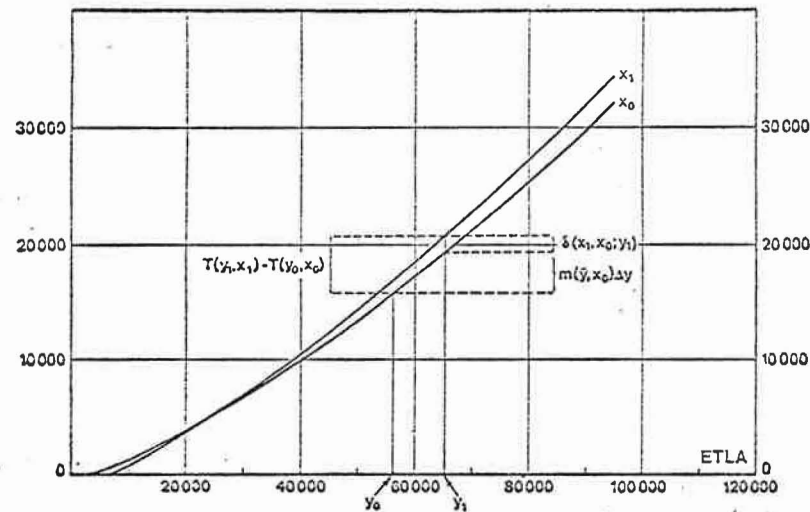
$$(57) \quad T(y_1, x_1) - T(y_1, x_0) = \delta(x_1, x_0; y_1)$$

on veroasteikon muutoksesta $x_0 \rightarrow x_1$ aiheutuva veron muutos tulon y_1 kohdalla laskettuna, katso kuvio 5.

Tässä voidaan ajatella, että tulon ja veroasteikon muutokset tapahtuvat kahdessa vaiheessa. Ensin vain tulo muuttuu y_0 :sta y_1 :een veroasteikon ollessa x_0 , jonka jälkeen veroasteikko muuttuu x_0 :sta x_1 :een tulon ollessa y_1 . Kuviossa 5 esitetty dekompositio siis vastaa ketjua

$$(58) \quad (y_0, x_0) \rightarrow (y_1, x_0) \rightarrow (y_1, x_1).$$

Kuvio 5. Veron muutoksen dekompositio kaavan (55) mukaan



Toinen mielekäs ketju on

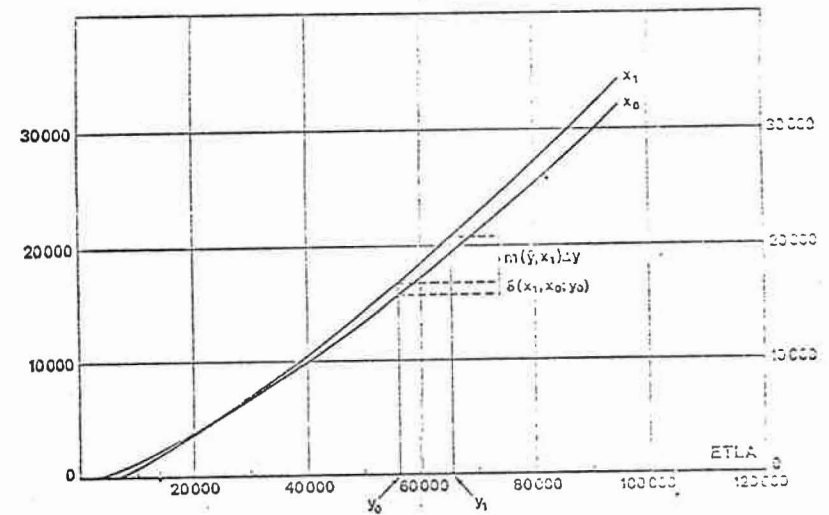
$$(59) \quad (y_0, x_0) \rightarrow (y_0, x_1) \rightarrow (y_1, x_1),$$

jota vastaa dekompositio

$$(60) \quad \begin{aligned} T(y_1, x_1) - T(y_0, x_0) \\ = [T(y_1, x_1) - T(y_0, x_1)] + [T(y_0, x_1) - T(y_0, x_0)] \\ = m(\hat{y}, x_1) \Delta y + \delta(x_1, x_0; y_0). \end{aligned}$$

Dekompositioiden erot johtuvat rajaveroasteiden $m(\bar{y}, x_0)$ ja $m(\hat{y}, x_1)$ eroista, jotka myös heijastuvat termeihin $\delta(x_1, x_0; y_1)$ ja $\delta(x_1, x_0; y_0)$. Jos ko. rajaveroasteet ovat yhtä suuret, antavat hajoitelmat saman tuloksen. Jälkimmäinen dekompositio näyttää kuviossa 6 esitetyn kaltaiselta.

Kuvio 6. Veron muutoksen dekompositio kaavan (60) mukaan



Yleensä rajaveroasteet $m(\bar{y}, x_0)$ ja $m(\hat{y}, x_1)$ poikkeavat niin vähän toisistaan, että dekompositiot antavat asiallisesti samat tulokset. Mikäli valinta niiden välillä tuntuu vaikealta, voidaan valita niiden välistä, ts. tehdä kompromissi ja käyttää rajaveroasteena vaikkapa aritmeettista keskiarvoa $\bar{m} = \frac{1}{2}[m(\bar{y}, x_0) + m(\hat{y}, x_1)]$. Tämä määrää tulovaikutuksen $\bar{m}\Delta y$ ja veroasteikon muutoksen vaikutus $\delta(x_1, x_0; \bar{y})$ saadaan residuaalina:

$$(61) \quad T(y_1, x_1) - T(y_0, x_0) = \bar{m}\Delta y + \delta(x_1, x_0; \bar{y}).$$

Itse asiassa $(x_1, x_0; \bar{y})$ on keskiarvo $\frac{1}{2}[\delta(x_1, x_0; y_1) + \delta(x_1, x_0; y_0)]$. Käytännössä tähän päästään laskemalla molemmat hajoitelmat erikseen ja ottamalla niiden keskiarvo.

Aivan samaa ajatusta voidaan soveltaa logaritmisille muutoksille, joille saadaan seuraavat kolme hajoitelmaa:

$$\begin{aligned}
 (62) \quad \log \frac{T(y_1, x_1)}{T(y_0, x_0)} &= \log \frac{T(y_1, x_0)}{T(y_0, x_0)} + \log \frac{T(y_1, x_1)}{T(y_1, x_0)} \\
 &= e(\bar{y}, x_0) \Delta \log y + \ell(x_1, x_0; y_1) \\
 &= e_0 \Delta \log y + \ell_1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (63) \quad \log \frac{T(y_1, x_1)}{T(y_0, x_0)} &= e(\hat{y}, x_1) \Delta \log y + \ell(x_1, x_0; y_0) \\
 &= e_1 \Delta \log y + \ell_0
 \end{aligned}$$

$$(64) \quad \log \frac{T(y_1, x_1)}{T(y_0, x_0)} = \frac{1}{2} (e_0 + e_1) \Delta \log y + \frac{1}{2} (\ell_1 + \ell_0)$$

Yleensä hajoitelmat (62) ja (63) antavat lähes samat tulokset, koska joustot $e_0 = e(\bar{y}, x_0)$ ja $e_1 = e(\hat{y}, x_1)$ harvoin oleellisesti eroavat toisistaan. Jos kuitenkin oleellista eroa esiintyisi, olisi syytä muodostaa molemmat hajoitelmat sekä niiden keskiarvo (64), joka olisi edellisiä symmetrisempi.

Edellä esitettyä matemaattista ajatusta voidaan soveltaa myös tuotteen arvon $v = pq$ muutokseen, jolloin saadaan hajoitelmat

$$\begin{aligned}
 (65) \quad p_1 q_1 - p_0 q_0 &= (p_1 q_0 - p_0 q_0) + (p_1 q_1 - p_1 q_0) \\
 &= q_0 \Delta p + p_1 \Delta q
 \end{aligned}$$

$$(\text{Vastaavasti}) \quad = q_1 \Delta p + p_0 \Delta q$$

$$(\text{Keskiarvona}) \quad = \frac{1}{2} (q_0 + q_1) \Delta p + \frac{1}{2} (p_1 + p_0) \Delta q$$

Hajoitelmia voidaan kuvata hintavaikutusten "q-painojen" avulla: ensimmäisessä määräepaino on 0-tilanteesta, toisessa 1-tilanteesta ja kolmannessa se on edellisten keskiarvo $\frac{1}{2}(q^0 + q^1)$. Kolmas hajoitelma on Stuvelin identiteetti (16).

Samalla menetelmällä voidaan johtaa indeksiteoriassa Laspeyresin $P_L = \Sigma p_1 q_0 / \Sigma p_0 q_0 = p_1 \cdot q_0 / p_0 \cdot q_0$, Paaschen $P_p = p_1 \cdot q_1 / p_0 \cdot q_1$ ja Fisherin $P_F = \sqrt{P_L \cdot P_p}$ hintaindeksit:

$$\begin{aligned}
 (66) \quad \log \frac{p_1 \cdot q_1}{p_0 \cdot q_0} &= \log \left(\frac{p_1 \cdot q_0}{p_0 \cdot q_0} \right) + \log \left(\frac{p_1 \cdot q_1}{p_0 \cdot q_1} \right) \\
 &= \log \left(\frac{p_1 \cdot q_1}{p_0 \cdot q_1} \right) + \log \left(\frac{p_0 \cdot q_1}{p_0 \cdot q_0} \right) \\
 &= \log \sqrt{\frac{p_1 \cdot p_0}{p_0 \cdot p_1}} + \log \sqrt{\frac{q_1 \cdot q_0}{q_0 \cdot q_1}} \\
 &= \log \frac{P_L \cdot P_p}{P_F}
 \end{aligned}$$

Tässä luvussa tarkasteltavat kysymykset ovat muodollisesti hyvin lähellä indeksiteoriassa tarkasteltuja kysymyksiä. Itse asiassa eo. hajoitelmat keksittiin juuri indeksihajoitelmien (66) avulla.

Käytännössä veroasteikon muuttumisen vaikutus on paras määrätä logaritmisilla kaavoilla (62)-(64), jotka voidaan helpoimmin kombinoida edellisten lukujen sekä seuraavan luvun kaavoihin.

7. VEROTUKSEN KUVAAMINEN MAKROTASOLLA

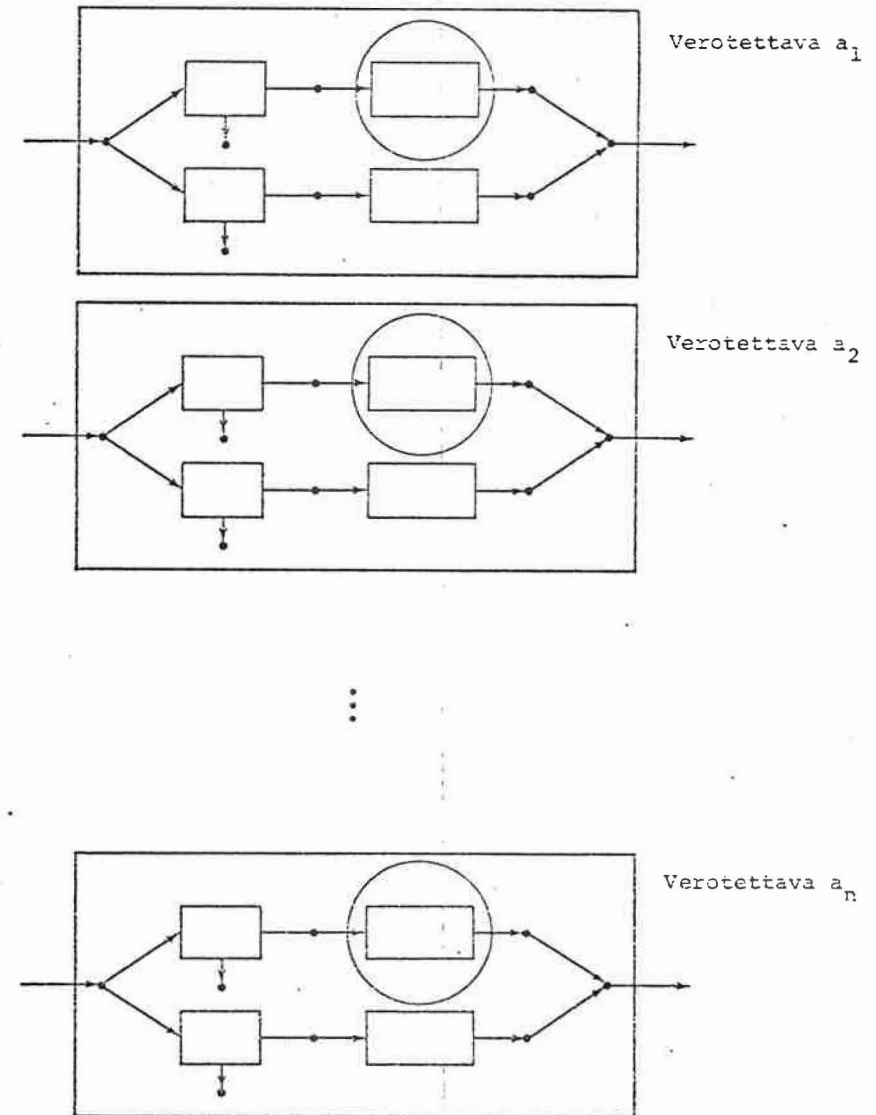
7.1. Mikrotasolta makrotasolle

Edellisissä luvuissa on verotusta tarkasteltu yhden verotettavan henkilön tapauksessa. Tarkastelut liittyvät kuvion 3 eri osiin.

On paikallaan tarkastella kaikkien verotettavien henkilöiden $a_1, \dots, a_n$ verotusta kokonaisuudessaan, siis eri henkilöiden verofunktioiden, vähennysten jne. muodostamaa kokonaisjärjestelmää. Kuvio 7 esittää sanoja paremmin, mitä haluamme tarkastella.

Kuvio 7 esittää kaikkien tarkasteltavien henkilöiden verofunktioiden $Y \rightarrow T^*(Y)$ kuvaamia "laatikoita" (box) sekä näiden laatikoiden sisäistä rakennetta. Henkilöiden verolaatikat ovat sinänsä erillisiä - ainakin sopivilla 'henkilöiden' (=verotettavien) valinnalla. Mitään kantaa ei ole otettu eri henkilöiden tulojen mahdollisesta yhteisvaikutuksesta tai riippuvuudesta; tämä ei ole ollut vielä tarpeellista.

Kuvio 7: Simpletanian henkilöiden $a_1, \dots, a_n$ verotuksen kokonaisjärjestelmä (vrt. Kuvio 3ⁿ)



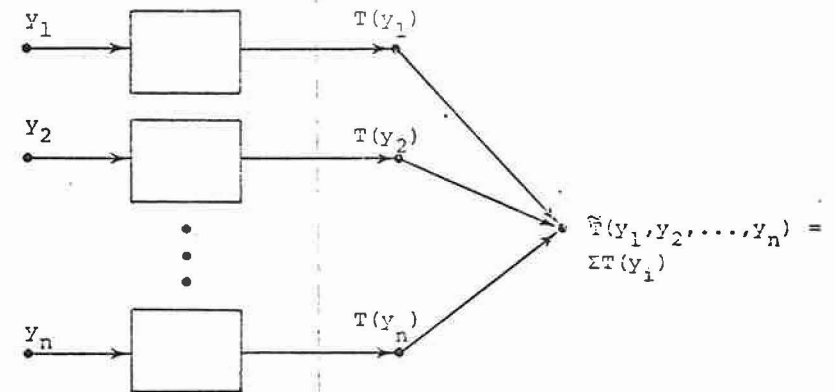
Mitään erityistä tavoitetta tarkastelulle ei aseteta. Tarkoitus on mahdollisimman tarkasti, mutta samalla yksinkertaisesti kuvata yli henkilöiden lasketun kokonaisveron muutoksiin vaikuttavia tekijöitä.

Ongelman ratkaisemisessa käytettävistä matemaattisista "tempuista" saa hyvän kuvan tarkastelemalla ainoastaan eri henkilöiden valtion tuloveroa, ts. kuviossa ympyröityjä laatikoita. [Toinen tapa tulkita seuraavat laskelmat, on ajatella niiden kuvaavan kuvion 7 isoja laatikoita, siis funktioita bruttotuloilta Y veroille $T^*(Y) = T_1(Y_1) + T_2(Y_2)$.]

Tarkastellaan henkilöä a_1 . Olkoon y_1 ko. henkilön valtion verotuksessa verotettavan tulo ja $T(y_1)$ ko. tulon perusteella määräytyvä valtion vero. Verofunktio $T: \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}_+$ oletetaan kaikille henkilöille samaksi. [Tämä oletus ei käytännössä edes Simpletaniassa päde, jolloin on sovellettava luvun 6 tuloksia. Nyt tarkastellaan vain henkilöiden yli tapahtuvan aggregoinnin tuomia lisäongelmia, jolloin aiemmat vaikeudet hetkeksi sivuutetaan.]

Seuraavat tarkastelut liittyvät kuviossa 8 esitettyyn tilanteeseen.

Kuvio 8: Henkilöiden $a_1, \dots, a_n$ valtion tuloverotus



Yhteenlasketut valtion verot ovat $T(y_1) + T(y_2) + \dots + T(y_n) = \Sigma T(y_i)$, joka on $n:n$ (ehkä miljoonan) muuttujan $y_1, y_2, \dots, y_n$ funktio: $\tilde{T}(y_1, y_2, \dots, y_n) = \Sigma T(y_i)$. Tämän funktion osittaisderivaatat (joita on noin miljoona) ovat muotoa

$$(67) \quad \partial \tilde{T}(y_1, \dots, y_n) / \partial y_i = \partial T(y_i) / \partial y_i = m(y_i)$$

ja

$$\begin{aligned}
 (68) \quad \partial \log \tilde{T}(y_1, \dots, y_n) / \partial \log y_i &= \frac{y_i}{\tilde{T}(y_1, \dots, y_n)} \frac{\partial \tilde{T}(y_1, \dots, y_n)}{\partial y_i} \\
 &= \frac{T(y_i)}{\tilde{T}(y_1, \dots, y_n)} \frac{m(y_i)}{\Theta(y_i)} \\
 &= (T_i / \tilde{T}) e(y_i).
 \end{aligned}$$

Väliarvolauseeseen nojalla tulojen muutoksen $(y_1^0, \dots, y_n^0) \rightarrow (y_1^1, \dots, y_n^1)$ aiheuttama kokonaisverojen muutos on

$$\begin{aligned}
 (69) \quad \Delta \tilde{T} &= \tilde{T}(y_1^1, \dots, y_n^1) - \tilde{T}(y_1^0, \dots, y_n^0) \\
 &= \sum \frac{\partial \tilde{T}(\bar{y}_1, \dots, \bar{y}_n)}{\partial y_i} (y_i^1 - y_i^0) \\
 &= \sum m(\bar{y}_i) \Delta y_i,
 \end{aligned}$$

jossa $m(\bar{y}_i)$ on tulon $\bar{y}_i \in [y_i^1, y_i^0]$ kohdalla määrätty verofunktion $T(y)$ rajaveroaste ja Δy_i on henkilön a_i verotettavan tulon muutos.

Vastaavasti

$$\begin{aligned}
 (70) \quad \Delta \log \tilde{T} &= \log \frac{\tilde{T}(y_1^1, \dots, y_n^1)}{\tilde{T}(y_1^0, \dots, y_n^0)} \\
 &= \sum \frac{\partial \log \tilde{T}(\hat{y}_1, \dots, \hat{y}_n)}{\partial \log y_i} \log \left(\frac{y_i^1}{y_i^0} \right), \\
 &= \sum (T_i / \tilde{T}) e(\hat{y}_i) \Delta \log y_i,
 \end{aligned}$$

jossa $(T_i / \tilde{T}) = T(\hat{y}_i) / \tilde{T}(\hat{y}_1, \dots, \hat{y}_n)$ on a_i :n maksamien verojen osuus kokonaisveroista ja $e(\hat{y}_i)$ on verofunktion $T(y)$ jousto tulon $\hat{y}_i$ kohdalla.

Nämä ovat täsmällisiä kaavoja, joita valitettavasti vain ei voida käyttää, ellei tulovektoreita $y^0 = (y_1^0, \dots, y_n^0)$ ja $y^1 = (y_1^1, \dots, y_n^1)$ tunneta. Käytännössä nämä tiedot eivät ole soveltajan käytettävissä. Eo. tulokset kyllä kertovat kuvion 8 kuvaaman verojärjestelmän toiminnan, mutta aivan liian yksityiskohtaisella tavalla. Se mitä halutaan, on karkeampi (ja siis likimääräinen) kuvaus koko verojärjestel-

män toiminnasta makrotasolla. Edellä esitelty kuvaus pysyy vielä oleellisesti mikrotason käsitteissä. Tässä vaiheessa on sopivaa tarkastella, kuinka verotusta käytännössä on makrotasolla tarkasteltu.

Yksinkertaisin tapa on 'unohtaa' koko verotus, mikä voidaan tulkita ajatukseksi, että tulovero $T(y_i)$ tulosta y_i on niin vähäinen, ettei sitä tarvitse ottaa huomioon. Tällöin todellisuutta approksimoidaan mallilla¹⁾

$$(71) \quad \tilde{T}(y_1, y_2, \dots, y_n) = \sum T(y_i) = \sum 0 = 0.$$

Tämä on yksinkertaisin ajateltavissa oleva tapa "ottaa verotus huomioon". Tarkasteltua tapaa ehkä puolustetaan toteamalla, ettei verotus oleellisesti vaikuta tai ole kiinnostava ko. tarkasteluissa.

Seuraavaksi suosituin tapa lienee pitää verotusta makrotasolla suhteellisena, ts. käyttää seuraavaa mallia

$$(72) \quad \tilde{T} = \sum T_i = \Theta(\sum y_i) = \Theta \tilde{Y},$$

jossa $\tilde{T} = \tilde{T}(\tilde{Y})$ on kokonaisvero, $\tilde{Y}$ on yhteenlaskettu verotettava tulo ja Θ on positiivinen vakio¹⁾. Tämän mallin mukaan $\tilde{T}$ on vain $\tilde{Y}$:sta riippuva funktio (mikä on "kova" väite)

1) Yhtälö (71) on kaikissa nykyaikaisissa valtioissa epätosi, mutta (paradoksaalisesti?) juuri tämä epätosi malli on hyvin käyttökelpoinen approksimaatio todellisuudelle useissa tarkasteluissa, joissa verotuksen merkitys on pieni. Näin ilmeisesti kirjoittajat ovat ajatelleet esim. niissä ulkomaankauppaa käsittelevissä tutkimuksissa, joissa verotuksesta ei sanota sanaakaan. Rehellisempiä ovat ne kirjoittajat, jotka ovat jättäneet mallissaan verotuksen eksogeeniseksi; ja ovat ehkä saaneet vastata tämän toteamuksensa aiheuttamaan kritiikkiin.

ja lisäksi vielä suhteellista tyyppiä $\tilde{T}(\tilde{Y}) = \Theta\tilde{Y}$. Tämä malli on makrotaloustieteilijöiden ja pedagogien suosima, katso esim. Evans (1969, ss. 281-2).

Mallin (72) avulla voidaan osoittaa useita verotuksen vaikutuksia yksinkertaisten laskelmien avulla. Mallin epärealistisuus liittyy esim. siihen, että mallissa verot $\tilde{T} = \Sigma T_i$ riippuvat vain kokonaistulosta $\tilde{Y} = \Sigma y_i$ ja että progressiivisuuden vaikutusta ei ole otettu huomioon.

7.2. Kokonaisverojen suhteellisen muutoksen hajoitelma makrotasolla yhden verofunktion tapauksessa

Tämän tapaisia malleja pidämme lähtökohtana, kun yhtälöä (70) lähdetään kehittelemään. Jatkossa pyritään löytämään korjaustekijät yhtälön (72) mukaisiin tai vastaaviin logaritmiin malleihin. Millaisia korjaustekijöitä ja muutoksia tämän tapaisiin makromalleihin voidaan mikrotason yhtälön (70) avulla johtaa?

Sovellaan yhtälöön (70) aggregoinnin peruslausetta

$$(73) \quad \Delta \log \tilde{T}(y_1, \dots, y_n) = \frac{T(\hat{y}_1)}{\tilde{T}(\hat{y}_1, \dots, \hat{y}_n)} e(\hat{y}_1) \Delta \log y_1 \\ = [\Sigma(T_i/\tilde{T}) e_i] [\Sigma(T_i/\tilde{T}) \Delta \log y_i] + \text{cov}(e_i, \Delta \log y_i),$$

jossa $T_i = T(\hat{y}_i)$, $\tilde{T} = \tilde{T}(\hat{y}_1, \dots, \hat{y}_n)$, $e_i = e(\hat{y}_i)$ ja

- 1) Täsmällisesti sanottuna (72):lla tarkoitetaan seuraavaa: On olemassa vakio Θ siten, että kaikilla vektoreilla $y_1, \dots, y_n$, joille $\Sigma y_i = \tilde{Y}$ kokonaisverolle $\tilde{T} = \Sigma T_i$ pätee yhtälö $\tilde{T} = \Theta\tilde{Y}$.

$$(74) \quad \text{cov}(e_i, \Delta \log y_i) = \Sigma(T_i/\tilde{T}) (e_i - \bar{e}) (\Delta \log y_i - \Delta \overline{\log y}),$$

jossa $\bar{e} = \Sigma(T_i/\tilde{T}) e_i$ ja $\Delta \overline{\log y} = \Sigma(T_i/\tilde{T}) \Delta \log y_i$.

Yhtälön (73) mukaan kokonaisverojen suhteellisella muutoksella on esitys

$$(75) \quad \Delta \log \tilde{T} = \bar{e} \Delta \overline{\log y} + \text{cov}(e_i, \Delta \log y_i),$$

jossa $\bar{e}$ on keskimääräinen verofunktion jousto, $\Delta \overline{\log y}$ on tulojen keskimääräinen suhteellinen kasvu ja $\text{cov}(e_i, \Delta \log y_i)$ on yleensä pieni kovarianssitermi. Kovarianssin pienuus nähdään yhtälöstä

$$(76) \quad \text{cov}(e_i, \Delta \log y_i) = s(e_i) s(\Delta \log y_i) r(e_i, \Delta \log y_i),$$

jossa hajonnat ja korrelaatiot määritellään normaaliin tapaan käyttäen vero-osuuksia $T_i/\tilde{T}$ painoina. Yleensä korrelaatio henkilöllisten joustojen e_i ja tulon muutosten $\Delta \log y_i$ välillä on pieni, koska Simpletaniassa (kuten Suomessakin) tulojen suhteelliset kasvut ovat henkilöittäin melko samat huolimatta ns. solidaarisesta palkkapolitiikasta. Jos kuitenkin Simpletanian tulopolitiikassa noudatetaan ns. "pennilinjaa", niin suhteelliset tulonnousut $\Delta \log y_i$ ovat pienituloisilla suuremmat kuin suurituloisilla. Jos samanaikaisesti verofunktion joustot $e_i = 1 + \pi_i/\theta_i$ ovat pienituloisilla keskimääräistä suurempia (kuten Suomessa), niin korrelaatioista tu-

lee positiivinen: $r(e_i, \Delta \log y_i) > 0$. Tällöin myös kovarianssi (76) voi saada sen verran suuria positiivisia arvoja, ettei sitä voida jättää huomioon ottamatta.

Yhtälön (75) tulotermi $\overline{\Delta \log y} = \Sigma(T_i/\tilde{T})\Delta \log y_i$ on tulojen suhteellisten muutosten $\Delta \log y_i$ vero-osuuksilla painotettu keskiarvo. Yleensä se on hyvin lähellä kokonaistulojen suhteellista muutosta $\Delta \log(\Sigma y_i) = \log(\Sigma y_i^1/\Sigma y_i^0) = \log(\tilde{Y}^1/\tilde{Y}^0)$, mikä seuraavaksi osoitetaan. Kirjoitetaan

$$(77) \quad \Sigma(T_i/\tilde{T})\Delta \log y_i = \Sigma \bar{w}_i \left(\frac{T_i/\tilde{T}}{w_i}\right) \Delta \log y_i,$$

jossa $\bar{w}_i = L(w_i^1, w_i^0)/\Sigma L(w_j^1, w_j^0)$, $w_i^1 = y_i^1/\Sigma y_j^1$ ja $w_i^0 = y_i^0/\Sigma y_j^0$ ovat tulo-osuuksia. Tässä $L(x, y) = (x-y)/\log(x/y)$ on $x:n$ ja $y:n$ logaritminen keskiarvo, ks. s. 14. Sovelletaan yhtälöön (77) aggregoinnin peruslausetta:

$$(78) \quad \begin{aligned} & \Sigma \bar{w}_i \left(\frac{T_i/\tilde{T}}{w_i}\right) \Delta \log y_i \\ &= [\Sigma \bar{w}_i \left(\frac{T_i/\tilde{T}}{w_i}\right)] [\Sigma \bar{w}_i \Delta \log y_i] + \text{cov}\left(\frac{T_i/\tilde{T}}{w_i}, \Delta \log y_i\right) \\ &= 1 \cdot \log(\Sigma y_i^1/\Sigma y_i^0) + \epsilon. \end{aligned}$$

Edellä on sovellettu summan logaritmisin muutoksen hajotelmaa, ks. Vartia (1976, s. 128-130),

$$(79) \quad \log(\Sigma y_i^1/\Sigma y_i^0) = \Sigma \bar{w}_i \log(y_i^1/y_i^0).$$

Tätä ovat tietävästi ensimmäisinä soveltaneet Vartia (1976) ja Sato (1976) indeksilaskennan ongelmiin.

Yhtälössä (78) ϵ on seuraava yleensä pieni kovarianssitermi

$$(80) \quad \begin{aligned} \epsilon &= \text{cov}\left(\frac{T_i/\tilde{T}}{w_i}, \Delta \log y_i\right) = \text{cov}\left(\frac{T_i/\tilde{T}}{\tilde{T}/\tilde{Y}^0}, \Delta \log y_i\right) \\ &= 1/\bar{\Theta} \text{cov}(\bar{\Theta}_i, \Delta \log y_i) \\ &= \frac{s(\bar{\Theta}_i)}{\bar{\Theta}} s(\Delta \log y_i) r(\bar{\Theta}_i, \Delta \log y_i). \end{aligned}$$

Tästä nähdään, että ϵ riippuu lähinnä veroasteiden vaihtelusta $s(\bar{\Theta}_i)$, tulonmuutosten eroista $s(\Delta \log y_i)$ sekä veroasteiden ja tulonmuutosten korrelaatiosta. Näin ollen

$$(81) \quad \begin{aligned} \overline{\Delta \log y} &= \log(\Sigma y_i^1/\Sigma y_i^0) + \epsilon \\ &= \log(\tilde{Y}^1/\tilde{Y}^0) + \epsilon \\ &= \Delta \log \tilde{Y} + \epsilon \end{aligned}$$

ja verojen suhteelliselle muutokselle pätee

$$(82) \quad \Delta \log \tilde{T} = \bar{e} \Delta \log \tilde{Y} + (\bar{e}/\bar{\Theta}) \text{cov}(\bar{\Theta}_i, \Delta \log y_i) + \text{cov}(e_i, \Delta \log y_i).$$

Yhteenvetona voimme todeta, että kokonaisverojen

$\tilde{T} = \tilde{T}(y_1, \dots, y_n) = \Sigma T(y_i)$ ja kokonaistulojen $\tilde{Y} = \Sigma y_i$ (siis noin miljoonan argumentin funktioiden) välillä vallitsee (tarkastellun Simpletanian tapauksessa) seuraava riippuvuus

$$(83) \quad \log \frac{\tilde{T}(y_1^1, \dots, y_n^1)}{\tilde{T}(y_1^0, \dots, y_n^0)} = \alpha + \bar{e} \log \frac{\Sigma y_i^1}{\Sigma y_i^0}.$$

Tässä identiteetissä on oleellista (joihinkin toisiin samantapaisiin identiteetteihin verrattuna), että suureet

$$(84) \quad \alpha = \alpha(y^0, y^1) \\ = (\bar{e}/\bar{\theta}) \operatorname{cov}(\bar{\theta}_1, \log(y_1^1/y_1^0)) + \operatorname{cov}(e_1, \log(y_1^1/y_1^0))$$

ja

$$(85) \quad \bar{e} = \bar{e}(y^0, y^1) \\ = \sum_{i=1}^n \frac{\hat{T}_i}{\bar{T}} e_i = \sum_{i=1}^n \frac{T(\hat{y}_i)}{\bar{T}(\hat{y}_1, \dots, \hat{y}_n)} e(\hat{y}_i)$$

voidaan tavanomaisissa ennuste- tai analysointitilanteissa arvioida (lopputuloksen kannalta) riittävän tarkasti¹⁾.

Vaikka $\alpha = \alpha(y^0, y^1)$ ja $\bar{e} = \bar{e}(y^0, y^1)$ ovatkin tulotilanteiden y^0 ja y^1 (siis 2 miljoonan argumentin) funktioita eivätkä vakioparametreja, on erityisesti verojousto $\bar{e}$ hyvin jäykästi muuttuva tulotilanteiden funktio. Sen sijaan α -suure on herkkäliikkeisempi y^0 :n ja y^1 :n funktio, mutta se saa yleensä vain melko pieniä arvoja. Nimittäin kolmioepäyhtälön ja yhtälön (76) mukaan

1) Juuri tämä tässä vaiheessa perustelematon tosiasia on se erottava tekijä, joka tekee identiteetistä (83) useisiin muihin identiteetteihin verrattuna paremman tai käyttökelpoisemman. Mahdollisesti rajaveroasteeseen perustuva vastaava identiteetti olisi lähes yhtä käyttökelpoinen. Näiden toteamusten perusteluja ei tässä voida esittää.

$$(86) \quad |\alpha| = |\bar{e} \cdot \varepsilon + \operatorname{cov}(e_1, \Delta \log y_1)| \\ \leq |\bar{e}| |\varepsilon| + |\operatorname{cov}(e_1, \Delta \log y_1)| \\ = |\bar{e}| |\varepsilon| + s(e_1) s(\Delta \log y_1) |r(e_1, \Delta \log y_1)|,$$

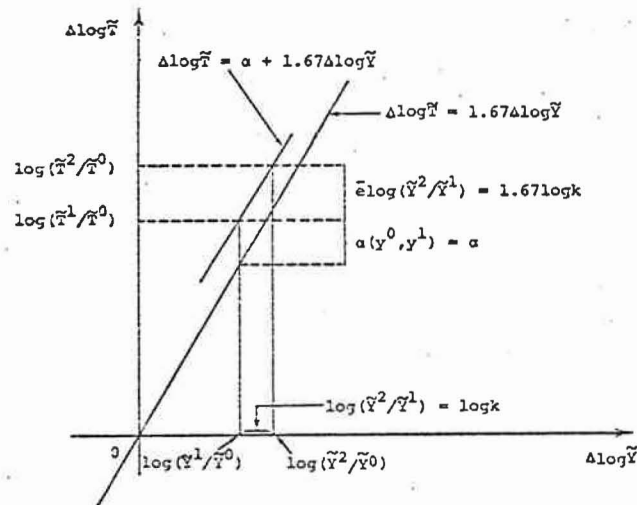
jossa $|\bar{e}| |\varepsilon|$ lienee tavallisesti pienempi kuin (1.7) (0.01) $\approx$ 2 % ja kovarianssitermi pienempi kuin (1) (0.02) (0.2) $\approx$ 0.4 %.

Tarkastellaan kaavan (83) käyttöä. Halutaan laskea paljonko verojen kasvu olisi ollut viime vuonna Simpietaniassa, jos viime vuoden tulot olisivatkin olleet k -kertaiset (esim. 5 % korkeammat, $k = 1.05$) kuin mitä ne olivat. Olkoon y^0 toissavuoden tulovektori ja y^1 viime vuoden todellinen tulovektori; y^2 olkoon viime vuoden vaihtoehtoinen tulovektori. Kaavan (83) soveltaminen käy yksinkertaisesti, jos kaikkien tulonsaajien tulot olisivat nousseet likimain samassa suhteessa, eli $y^2 \approx ky^1$. (Näin tavallisesti tämän tapaisissa laskelmissa vaieten otaksutaan.) Tällöin nimittäin $\alpha(y^0, y^2) \approx \alpha(y^0, y^1) = \alpha$ ja $\bar{e}(y^0, y^2) \approx \bar{e}(y^0, y^1) = \bar{e}$, jossa α ja $\bar{e}$ voidaan usein helposti arvioida kahden viime vuoden datojen avulla. Siis verojen kasvu voidaan arvioida seuraavasti:

$$(87) \quad \log\left(\frac{\bar{T}^2}{\bar{T}^0}\right) = \alpha(y^0, y^2) + \bar{e}(y^0, y^2) \log\left(\frac{\bar{y}^2}{\bar{y}^0}\right) \\ \approx \alpha(y^0, y^1) + \bar{e}(y^0, y^1) \log\left(\frac{\bar{y}^1}{\bar{y}^0}\right) \\ = \alpha + \bar{e} \log\left(\frac{\bar{y}^1}{\bar{y}^0}\right) + \bar{e} \log k \\ = \log\left(\frac{\bar{T}^1}{\bar{T}^0}\right) + \bar{e} \log k.$$

Jos $\bar{e} = 1.67$ ja $k = 1.05$ on $\bar{e} \log k \approx (1.67)(0.05) \approx 8.4 \%$,
ts. verotulot nousisivat tasaisesti jaetun 5 %:n tulon-
lisäyksen ansiosta aiempaa 8.4 % suuremmiksi kuvion 9 mukai-
sesti.

Kuvio 9. Verojen ja tulojen suhteellisten muutosten välinen riippuvuus hypoteettisen tulonlisäyksen $\tilde{Y}^1 \rightarrow \tilde{Y}^2$ nostaessa eri tuloluokkien keskituloja likimain samassa suhteessa



Tämä pätesi aiemmista tulojen ja verojen muutoksista, α -suu-
reen arvosta, Simpletanian pääministeristä ja muista yksi-
tyiskohdista riippumatta. Tämä on hämmästyttävää!

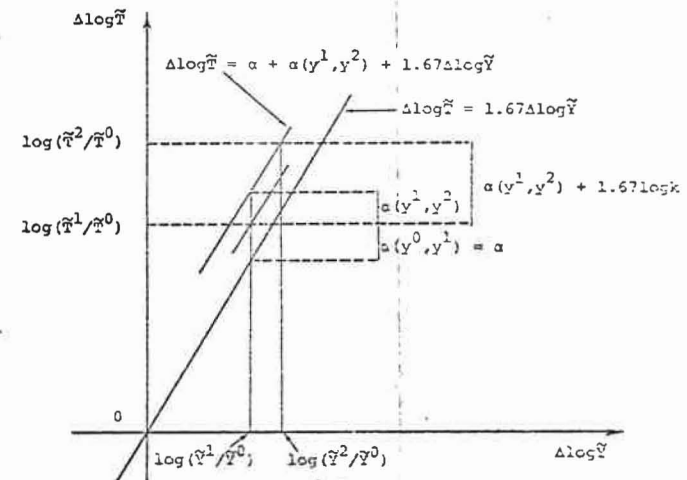
Jos tulojen lisäys ei jakaannu tasaisesti tulonsaajien kes-
ken, vaan kokonaistulojen ylimääräinen k -kertaistuminen on
aikaansaatu nostamalla erityisesti pienituloisten tuloja,
on kaavan (83) soveltaminen mahdollista vaikkakin mutkik-
kaampaa. Kirjoitetaan tässä tapauksessa

$$(88) \quad \log(\tilde{T}^2/\tilde{T}^0) = \log(\tilde{T}^1/\tilde{T}^0) + \log(\tilde{T}^2/\tilde{T}^1) \\ = \log(\tilde{T}^1/\tilde{T}^0) + [\alpha(Y^1, Y^2) + \bar{e}(Y^1, Y^2) \log(\tilde{Y}^2/\tilde{Y}^1)].$$

Tarkastelutapamme käyttökelpoisuus näkyy siinä, että suureet
 $\alpha(Y^1, Y^2)$ ja $\bar{e}(Y^1, Y^2)$ voidaan tulojen lisäkasvun $\log(\tilde{Y}^2/\tilde{Y}^1) =$
 $\log k$ lisäksi usein käytännön tilanteessa arvioida.

Mainitun arvioinnin yksityiskohtiin ei tässä puututa; pieni-
tuloisille painotetun keskimäärin 5 %:n tulonlisäyksen tapauk-
sessa eräät mahdolliset arviot ovat $\alpha(Y^1, Y^2) = 0.02$ ja
 $\bar{e}(Y^1, Y^2) = 1.67$ (sama kuin edellä), jolloin $\log(\tilde{T}^2/\tilde{T}^1) \approx$
 $0.02 + (1.67)(0.05) = 10.4 \%$. Pienituloisille painotettu
5 % tulonlisäys nostaa siis veroja 10.4 prosenttia, mikä
on 2 prosenttiyksikköä enemmän kuin tasaisesti jaetun 5 %
tulonlisäyksen veroja nostava vaikutus, vrt. kuvio 10.

Kuvio 10. Verojen ja tulojen suhteellisten muutosten välinen riippuvuus tulonlisäyksen nostaessa pienituloisten keskituloja suhteellisesti enemmän kuin suurituloisten tuloja



Yhtälöön (83) perustuvaa laskutapaa ei uskoaksemme voida korvata oleellisesti käyttökelpoisemmalla ja tarkemmalla menettelyllä. Mutkikkaampia ja epätarkempia menetelmiä voidaan esittää ja niitä on esitetty useita.

Todettakoon lopuksi, että tässä luvussa johdetut tulokset koskevat ainoastaan sellaista Simpletaniaa, jossa kaikille verotettaville sovelletaan samaa muuttumatonta veroasteikkoa. Vain tässä tapauksessa kokonaisverojen muutos määräytyy pelkästään tulotilanteiden funktioina.

Seuraavassa kappaleessa yritetään perustella, että edellä esitetty menettelytapa on yksinkertaisesti yleistettävissä mutkikkaampiinkin maailmoihin.

7.3. Kokonaisverojen suhteellisen muutoksen hajoitelma makrotasolla muuttuvien verofunktioiden tapauksessa

Tarkastellaan verofunktiota $T(y, x, z)$, jonka argumentteina ovat verotettavan tulon y lisäksi henkilön sosioekonominen asema x sekä verolainsäädäntöä ("veroasteikkoa") kuvaava muuttuja z . Luvun 6 tarkastelua yleistetään siten, että kolmas z -muuttuja otetaan mukaan. Esimerkiksi $T(y, II, z_{67})$ voi kuvata valtion tuloveroasteikkoa veroluokkaan II kuuluvalla henkilöllä vuonna 1967, siis vuoden 1967 verolainsäädännön mukaan.

Tarkastellaan aluksi yhden henkilön verojen $T(y, x, z)$ muuttumista, kun tämän tulot y , sosioekonominen asema x ja verolainsäädäntö z saavat muuttua.

Argumenttien muutos $(y^0, x^0, z^0) \rightarrow (y^1, x^1, z^1)$ voidaan katsoa tapahtuneen vaiheittain esim. seuraavasti¹⁾

$$(89) \quad (y^0, x^0, z^0) \xrightarrow{y^0 \rightarrow y^1} (y^1, x^0, z^0) \xrightarrow{x^0 \rightarrow x^1} (y^1, x^1, z^0) \xrightarrow{z^0 \rightarrow z^1} (y^1, x^1, z^1).$$

Tätä vastaa seuraava verojen logaritmisien muutoksen dekompositio

$$(89 \text{ a}) \quad \log \frac{T(y^1, x^1, z^1)}{T(y^0, x^0, z^0)} = \ell_1 + \ell_2 + \ell_3,$$

jossa muuttujien y , x ja z muuttumisesta aiheutuvat kontribuutiot (tai vaikutukset) verojen logaritmiseen muutokseen määritellään seuraavasti:

Tulojen y muutoksen kontribuutio

$$(90) \quad \ell_1 = \ell_1(y^0 \rightarrow y^1, x^0, z^0) = \log \frac{T(y^1, x^0, z^0)}{T(y^0, x^0, z^0)}.$$

Sosioekonomisen aseman x muutoksen kontribuutio

$$(91) \quad \ell_2 = \ell_2(y^1, x^0 \rightarrow x^1, z^0) = \log \frac{T(y^1, x^1, z^0)}{T(y^1, x^0, z^0)}.$$

1) Kaikkiaan kolmessa vaiheessa tapahtuvia muutokset on 6 erilaista. Vain eo. ketjua tarkastellaan seuraavassa. Vastaavanlaiset tulokset voidaan johtaa muille muutoksetjuille samalla tavalla.

Verolainsäädännön z muutoksen kontribuutio

$$(92) \quad l_3 = l_3(y^1, x^1, z^0 \rightarrow z^1) = \log \frac{T(y^1, x^1, z^1)}{T(y^1, x^1, z^0)}.$$

Vastaavanlaisia kontribuutioita voidaan muodostaa 6. luvun tapaan myös absoluuttisille verojen muutoksille.

Nämä ovat mikrotason (siis yhteen henkilöön liittyviä) kontribuutioita. Tarkoitus on aggregoida nämä yli verotettavien henkilöiden, jolloin saadaan selville paljonko kokonaisverojen muutoksesta johtuu (a) tulojen muutoksista, (b) sosio-ekonomisen aseman muutoksista ja (c) verolainsäädännön muuttumisesta. Tässä suhteessa esitetään Jakobssonin ja Normannin (1974) kappaleen 6 menettelylle ja Arimon (1973) menetelmälle vaihtoehto, johon esim. Aarnio (1973, s. 110) kommentissaan viittaa.

Määritetään kontribuutiot (90)-(92) henkilöittäin, jolloin jokaiselle henkilölle a_i saadaan

$$(93) \quad \Delta \log T_i = l_{1i} + l_{2i} + l_{3i}.$$

Kokonaisverojen muutokselle saadaan edellisen kappaleen tapaan

$$(94) \quad \begin{aligned} \Delta \log \tilde{T} &= \Sigma \frac{T(\hat{y}_i)}{\tilde{T}(\hat{y}_1, \dots, \hat{y}_n)} \Delta \log T_i \\ &= \Sigma w_i (l_{1i} + l_{2i} + l_{3i}) \\ &= \Sigma w_i l_{1i} + \Sigma w_i l_{2i} + \Sigma w_i l_{3i} \\ &= \bar{l}_1 + \bar{l}_2 + \bar{l}_3. \end{aligned}$$

Tässä $\bar{l}_2$ on sosioekonomisen aseman muutoksien kontribuutio kokonaisverojen suhteelliseen muutokseen

$$(95) \quad \bar{l}_2 = \Sigma w_i l_{2i} = \Sigma \frac{T(\hat{y}_i)}{\tilde{T}(\hat{y}_1, \dots, \hat{y}_n)} \log \frac{T(y_i^1, x_i^1, z^0)}{T(y_i^1, x_i^1, z^0)},$$

ja $\bar{l}_3$ on verolainsäädännön muuttumisen vaikutus kokonaisverojen suhteelliseen muutokseen

Tulojen y. muutokset:

$$(96) \quad \bar{l}_3 = \Sigma w_i l_{3i} = \Sigma \frac{T(\hat{y}_i)}{\tilde{T}(\hat{y}_1, \dots, \hat{y}_n)} \log \frac{T(y_i^1, x_i^1, z^1)}{T(y_i^1, x_i^1, z^0)}.$$

(90)

(Verolainsäädäntö ei ole henkilökohtainen muuttuja, joten z ei kaipa alaindeksiä.)

Tulojen muutoksen vaikutusta kokonaisverojen suhteelliseen muutokseen on syytä kehittää edelleen:

$$(97) \quad \bar{\epsilon}_1 = \sum w_i \bar{\epsilon}_{1i} = \sum w_i \log \frac{T(y_i^1, x_i^0, z^0)}{T(y_i^0, x_i^0, z^0)} \\ = \sum w_i e^0(\bar{y}_i, x_i^0) \log(y_i^1/y_i^0),$$

jossa $e^0(y, x^0) = \partial \log T(y, x^0, z^0) / \partial \log y$, siis 'vanhan' verofunktion $T(y, x^0, z^0)$ jousto. Tähän sovelletaan entiseen tapaan (vrt. (73)-(82)) aggregoinnin peruslauseetta, jolloin saadaan

$$(98) \quad \bar{\epsilon}_1 = [\sum w_i e^0(\bar{y}_i, x_i^0)] [\sum w_i \log(y_i^1/y_i^0)] + \text{cov}(e_i^0, \Delta \log y_i) \\ = \bar{e}^0 \Delta \log y + \text{cov}(e_i^0, \Delta \log y_i) \\ = (\bar{e}/\bar{e}^0) \text{cov}(\bar{e}_i^0, \Delta \log y_i) + \text{cov}(e_i^0, \Delta \log y_i) + \bar{e}^0 \log(\bar{y}^1/\bar{y}^0) \\ = \alpha^0(y^0, y^1) + \bar{e}^0 \log(\bar{y}^1/\bar{y}^0).$$

Tämä esitys vastaa täydellisesti edellisen kappaleen pääkäävää (83), jossa vain joustot $e_i = e(\bar{y}_i)$ ovat muuttuneet joustoiksi $e_i^0 = e^0(\bar{y}_i, x_i^0)$. Kokonaisverojen suhteellisella muutoksella on siis esitys

$$(99) \quad \Delta \log \tilde{T} = \log \frac{\sum T(y_i^1, x_i^1, z^1)}{\sum T(y_i^0, x_i^0, z^0)} = \\ \alpha^0(y^0, y^1) + \bar{e}^0 \log(\bar{y}^1/\bar{y}^0) + \bar{\epsilon}_2 + \bar{\epsilon}_3.$$

Vaikka sosioekonomisen aseman muutoksen vaikutus yksilötasolla (siis $\bar{\epsilon}_{2i}$) voi olla melkoinen, kumoutuvat nämä valtaosalta keskiarvoa (95) laskettaessa ja $\bar{\epsilon}_2$ on usein pieni. Verolainsäädännön muuttamisen vaikutus $\bar{\epsilon}_3$ on identtisesti nolla, ellei veroasteikkoja muuteta, jolloin se voi olla suurikin. Yleensä myös $\alpha^0(y^0, y^1)$ -termi on pieni. Tarkasteltaessa edellisessä kappaleessa esitetyllä tavalla, kuinka kokonaisverojen muutos reagoi, kun tulotilanne $y^1 = (y_1^1, \dots, y_n^1)$ muuttuu y^2 :ksi, voidaan todeta seuraavaa. Verolainsäädännön muuttamisen vaikutus $\bar{\epsilon}_3$ ei voi kuin mitättömällä tavalla muuttua, kun $y^1 \rightarrow y^2$. Sosioekonomisen aseman muutoksien vaikutus $\bar{\epsilon}_2$ ei myöskään reagoi tulotilanteen muutokseen, sillä se riippuu nimensä mukaan lähinnä vain sosioekonomisen aseman muutoksista. Vain jos tulotilanteen muutos aikaansaaisi samansuuntaisia heijastusvaikutuksia väestön sosioekonomisessa asemassa (esim. avioeroja) näkyisi tulojen muutos $y^1 \rightarrow y^2$ myös $\bar{\epsilon}_2$:ssa. Tavallisesti ei tämän tapaisista heijastusvaikutuksista edes keskustella kansantaloustieteessä. Aggregoinnista johtuva $\alpha^0(y^0, y^1)$ -suure saattaa reagoida jonkin verran tulovektorin y^1 muuttumiseen, kuten edellisessä kappaleessa esitettiin.

Näin ollen yhtälön (99) jälkipuolen kolmea ensimmäistä termiä sekä verojoustoja $\bar{e}^0$ voidaan pitää tavanomaisissa tulojen muutoksiin liittyvissä tarkasteluissa käytännöllisesti katsoen eksogeenisinä vakioina, jolloin siis kokonaisverojen ja kokonaistulojen suhteellisten muutosten välillä vallitsee likimain lineaarinen riippuvuus.

7.4. Suomen tuloverotusta valaiseva esimerkki

Lopuksi esitetään joitakin tuloksia, jotka on laskettu käyttämällä tulo- ja omaisuusstilaston (SVT IV B:33 ja 34, taulukot 11 ja 13) aineistoa. Tarkasteluvuosiksi on valittu vuodet 1966 ja 1967, koska näinä vuosina sovellettiin eri tuloveroasteikkoja.

Edellä esitetyt kaavat perustuvat yksilötason tietoihin, jotka eivät tavallisesti ole tutkijan käytössä. Pyrittäessä arvioimaan eo. kaavojen yksilötasolta aggregoituja suureita (kuten verojoustoa $\bar{e}^0 = \sum w_i e_i^0$) käytettävissä olevan tilastoaineiston perusteella joudutaan joissakin yksityiskohdissa tyytymään melko karkeisiin arvioihin. Näiden arvioiden tarkkuutta voitaisiin tutkia, jos olisi käytössä esim. 1000 verotettavan henkilön tiedot molemmilta tarkasteluvuosilta.

Verofunktion Π -progressiivisuus on ensin arvioitu veroluokittain. Keskimääräiset Π -progressiivisuudet veroluokissa on laskettu painottamalla tulo-osuuksilla yhteen ko. veroasteikon tuloluokittaiset Π -progressiot. Veroluokkien veroasteet sekä kokonaisveroaste on laskettu kokonaisverojen ja kokonaistulojen suhteena. Kolmatta (III) veroluokkaa varten on arvioitu kaksi veroastetta, nimittäin veroaste, joka kuvaa tilannetta "ennen lapsivähennystä" sekä veroaste, joka kuvaa tilannetta "suoritettujen lapsivähennysten jälkeen". Keskimääräinen rajaveroaste $\bar{m}$ ja jousto $\bar{e}$ on laskettu taulukosta 1 ilmenevällä tavalla.

Taulukko 1. Eräitä v. 1966 ja 1967 valtion tuloverotusta kuvaavia suureita

v. 1966	Veroluokka					
	I	II	III ¹⁾		I-III ¹⁾	
			A	B	A	B
tulo-osuus	0.152	0.110	0.738	0.738	1.000	1.000
$\bar{\Pi}$	0.086	0.083	0.084	0.091	0.084	0.089
$\bar{e}$	0.098	0.077	0.103	0.096	0.099	0.094
$\bar{m} = \bar{\Pi} + \bar{e}$	0.184	0.160	0.187	0.187	0.184	0.184
$\bar{\Pi}/\bar{e}$	0.882	1.074	0.819	0.947	0.850	0.948
$\bar{e} = 1 + \bar{\Pi}/\bar{e}$	1.882	2.074	1.819	1.947	1.850	1.948
v. 1967						
tulo-osuus	0.153	0.106	0.741	0.741	1.000	1.000
$\bar{\Pi}$	0.102	0.099	0.101	0.107	0.101	0.105
$\bar{e}$	0.113	0.088	0.121	0.115	0.116	0.112
$\bar{m} = \bar{\Pi} + \bar{e}$	0.215	0.187	0.222	0.222	0.217	0.217
$\bar{\Pi}/\bar{e}$	0.903	1.128	0.831	0.932	0.865	0.944
$\bar{e} = 1 + \bar{\Pi}/\bar{e}$	1.903	2.128	1.831	1.932	1.865	1.944

1) III A ennen lapsivähennystä ja III B lapsivähennyksen jälkeen. Lapsivähennys oli vuosina 1966 ja 1967 60 mk verosta.

Kokonaisverojen suhteellinen muutos vuodesta 1966 vuoteen 1967 on dekomponoitu osiin kaavan (94) mukaisesti. Vastavat laskelmat on tehty myös veroluokille I, II ja III, vaikka edellisessä kappaleessa johdetut tulokset eivät suoraan kuvaakaan tätä tapausta. Tämä johtuu mm. siitä, että vuosina 1966 ja 1967 esim. veroluokan II verotetut olivat osaksi eri henkilöitä. Verojoustoina on käytetty taulukosta 1 saatavia vuoden 1966 joustoja. Tulon muutosten vaikutuksessa

$\bar{\epsilon}_1$ oleva termi $\alpha^0(y^0, y^1)$, joka kuvaa henkilöittäin epätasaisesti kohdistuvien tulonmuutosten $\Delta \log y_1$ vaikutuksia (ns. muita tulovaikutuksia), on asetettu nollassa. Keskitulon muut-
tuminen vaikutus $\bar{\epsilon}^0 \log(\bar{y}^1/\bar{y}^0)$ on edelleen hajoitettu kaavan (22) mukaisesti suhteellisen verotuksen mukaiseen osaan $\log(\bar{y}^1/\bar{y}^0)$ ja progressiosta johtuvaan osaan. Veroasteikkojen muuttamisen vaikutus $\bar{\epsilon}_3$ on arvioitu laskemalla aluksi vero-
taulukoista I, II ja III verojen logaritmiset muutokset kiin-
teillä perusvuoden tuloilla. Saadut muutokset on aggregoitu
kunkin veroluokan sisällä painottamalla ne vero-osuuksilla
kaavan (96) mukaisesti. Sosioekonomisen aseman muutosten vai-
kutukset $\bar{\epsilon}_2$ (+ muut vaikutukset) on saatu residuaalina. Saadut
tulokset on esitetty taulukossa 2.

Kokonaisverojen logaritminen kasvu vuodesta 1966 vuoteen
1967 oli 0.235, ts. 26.5 % tai 23.5 loogista prosenttia¹⁾.
Tulon muutosten aiheuttama verojen kasvu oli tästä noin 14.3 %
ja veroasteikkojen muuttamisen vaikutus noin 8.0 %. Sosio-
ekonomisen aseman muutosten sekä muiden analysoimattomien
tekijöiden vaikutukseksi kokonaisverojen muutokseen jäisi
siten noin 1.2 %.

1) Loogisen prosentin (entisen dynin, vrt. Herva, Vartia, Vasama (1973) ja Y. Vartia (1976)) merkinä käytetään symbolia %, lue "loogista prosenttia". Näiden termien ja merkintöjen käy-
töstä on perusteellisen pohdiskelun jälkeen sovittu työryhmässä,
jotka jäsenet olivat prof. Leo Törnqvist, dos. Pentti Vartia ja
fil.tri Yrjö Vartia.

Taulukko 2. Tulon muutosten, sosioekonomisen aseman muutos-
ten sekä veroasteikon muuttamisen aiheuttamat
vaikutukset kokonaisverojen logaritmiseen muu-
tokseen v. 1966 → 67

Vaikutukset	Veroluokka			
	I	II	III ¹⁾	I-III ¹⁾
Tulon muutosten vaikutus ($\bar{\epsilon}_1$)	0.154	0.089	0.147	0.143
- suhteellinen vaikutus ($\Delta \log y$)	0.082	0.043	0.051	0.077
- progression vaikutus ($\bar{\pi} \Delta \log y$)	0.072	0.045	0.066	0.066
- muut tulovaikutukset $\alpha^0(y^0, y^1)$	≈ 0	≈ 0	≈ 0	≈ 0
Sosioekonomisen aseman muutosten vaikutus ($\bar{\epsilon}_2$) + muut vaikutukset	(0.022)	(0.062)	(0.002)	0.012
Veroasteikon muuttamisen vaikutus ($\bar{\epsilon}_3$)	0.051	0.024	0.093	0.080
Verojen logaritminen muutos	0.227	0.175	0.243	0.233

1) Ennen lapsivähennystä.

Todettakoon lisäksi, että kun yleinen hintataso (elinkustan-
nusindeksillä mitattuna) nousi vuodesta 1966 vuoteen 1967
noin 5.3 %, valtion verotuksessa verotetun tulon reaalin
kasvu oli noin 2.4 % nimellisen kasvun ollessa 7.7 %. Reaali-
sen tulonlisäyksen aiheuttama verojen laskennallinen lisäys
oli (1.948) (2.4) ≈ 4.7 % ja inflaatiosta johtuva verojen
laskennallinen kasvu oli noin 9.6 %. Inflaation ja veroasteik-
kojen kiristämisen kautta verotulot siis kohosivat vuodesta
1966 vuoteen 1967 noin $9.6 + 8.0 = 17.6$ %.

LÄHDELUETTELO:

AARNIO, LASSE (1973): "Puheenpuoro Taloustieteellisen seuran kokouksessa helmikuussa 1973", *Taloustieteellisen seuran vuosikirja 1972*, Helsinki.

APOSTOL, T.M. (1957): "*Mathematical analysis*", Addison-Wesley Publishing Company, Inc. Massachusetts.

ARIMO, ANTERO (1973): "Kotitalouksien tulovero talouspolitiikan välineenä", *Taloustieteellisen seuran vuosikirja 1972*, Helsinki.

EDGREN, CHRISTIAN (1972): "*Julkisen hallinnon rooli eri suhdannevaiheissa*", Elinkeinoelämän Tutkimuslaitoksen monistettuja tutkimuksia C:1, Helsinki.

EVANS, MICHAEL (1969): "*Macroeconomic activity*", Harper & Row, Singapore.

FRISCH, RAGNAR (1936): "Annual survey of general economic theory: the problem of index numbers", *Econometrica*, 4.

HERVA, ASLAK - VARTIA, YRJÖ - VASAMA, PYY-MATTI (1973): "*Tilastollisia taulukoita*", Gaudeamus, Helsinki.

JAKOBSSON, ULF ja NORMANN, GÖRAN (1974): "*Inkomstbeskattningen i den ekonomiska politiken*", Almqvist & Wiksell, Uppsala.

KESKUMÄKI, OLAVI (1976): "*Verot ja maksut työvoimakustannusten muodossa*", Tampereen yliopiston kansantaloustieteen laitos, B N:o 40/1976, Tampere.

KEYNES, JOHN (1936): "*The general theory of employment, interest and money*", uusintapainos 1970, Macmillan and Co Ltd., New York.

KOMITEANMIETINTÖ (1976): "*Sosiaaliturvamaksutoimikunnan mietintö*", Helsinki.

RAJAOJA, VIENO (1958): "*A study in the theory of demand functions and price indexes*", Societas Scientiarum Fennica, Helsinki.

SATO, KAZUO (1976): "The ideal log-change index number", *The Review of Economics and Statistics*, 58.

SLITOR, R.E. (1948): "The measurement of progressivity and built-in flexibility", *Quarterly Journal of Economics*, 62.

STEVENS, THEO (1975): "The impact of growth and inflation on Taxation", *Inflation, Economic Growth and Taxation*, Institut International de Finances Publiques, Saarbrücken, XXIXe Session, Congrès de Barcelona 1973, Ediciones Alba, S.A., Barcelona.

THEIL, HENRI (1967): "*Economics and inflation theory*", Chicago.

THEIL, HENRI (1973): "A new index formula", *The Review of Economics and Statistics*, 55.

TÖRNQVIST, LEO (1935): "Promemoria angående förändring av beräkningssättet för Finlands Banks konsumtionsprisindex", Suomen Pankin julkaisematon promemoria.

TÖRNQVIST, LEO (1936): "The Bank of Finland consumption price index", *Bank of Finland Monthly Bulletin*, Helsinki.

TÖRNQVIST, LEO (1974): "*Aikasarjojen konstruointi*", toim. Anitta Kautio-Toikka, Gaudeamus, Helsinki.

VARTIA, PENTTI (1974): "*An econometric model for analyzing and forecasting short-term fluctuations in the Finnish economy*", The Research Institute of the Finnish Economy, Series A:2, Helsinki.

VARTIA, YRJÖ (1976): "*Relative changes and index numbers*", The Research Institute of the Finnish Economy, Series A:4, Helsinki.