

ETLA

ELINKEINOELÄMÄN TUTKIMUSLAITOS
THE RESEARCH INSTITUTE OF THE FINNISH ECONOMY
Lönnrotinkatu 4 B, 00120 Helsinki 12, Finland, tel. 601322

Keskusteluaiheita Discussion papers

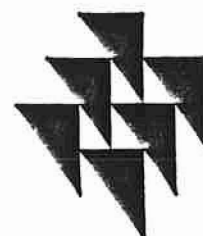
Jussi Karko

KOKONAISTUOTTAVUUDEN JA
TEKNOLOGISEN KEHITYKSEN MITTAAMI-
SESTA

No. 132

Helmi­kuu 1983

This series consists of papers with limited circulation, intended to stimulate discussion. The papers must not be referred or quoted without the authors' permission.



SISÄLLYSLUETTELO

	sivu
JOHDANTO	1
Osittaistuottavuus, suhdetarkastelu	1
Tuottavuus ja teknologia	1
TUOTTAVUUS JA TEKNOLOGINEN KEHITYS, TALOUSTEOREETTISIA MITTAUSPERUSTEITA	4
Riippuvuustarkastelu	4
Kokonaistuottavuus ja teknologinen kehitys	5
Kokonaistuottavuuden muutos	7
Kokonaistuottavuus ja indeksteoria	11
Kokonaistuottavuuden laskemisen pääperiaatteet, teknisen kehityksen ja tuotantofunktion identifioituvuus	13
Teknologisen kehityksen komponentit	16
Teknologinen kehitys ja tulo-osuudet	23
Kokonaistuottavuus ja kustannukset	25
Hicks'in aggregointiteoreema	27
Teknologisen kehityksen ja kokonaistuottavuuden endogenisoiminen	33
KOKONAISTUOTTAVUUS JA RAKENNEMUUTOS	34
Kokonaistuottavuuden aggregointi	34
Summa-aggregaatit ja rakennemuutos	40
ESIMERKKI	46
A Panostehokkuudet	46
B Kokonaistuottavuus	50
C Tulo-osuudet	52
D Väärä substituutiojousto	55

Saatteeksi

Kokonaistuottavuuden kasvun ja teknologisen kehityksen hyväksikäytön on todettu olevan merkittävä, jollei merkittävin tuotannon kasvua tukeva tekijä sekä Suomessa että ulkomailla.

Nykyisin kokonaistuottavuus ja tuottavuus useinkin samaistetaan ja toisinaan näkee jopa väitettävän, ettei osittaistuottavuuksilla juuri olisi-kaan merkitystä kokonaistuottavuuden rinnalla. Tällaiset väitteet ovat ainakin osaksi harhaanjohtavia ja sen vuoksi seuraavassa yritetään hahmottaa tuottavuuden mittaamisen ja vaikutuskanavien taloustieteellistä perustaa sekä liittää tarkasteluun myös nykyisin paljon esillä olevan teknisen kehityksen taloustieteelliset yhteydet tuottavuuteen.

Tämä paperi pyrkii selittämään kokonaistuottavuuden ja teknologisen kehityksen mittaamista ja keskeisiä ilmenemispiirteitä taloustieteen keinoin havainnollisesti ja yleisluontoisesti. Teorian täsmällinen ilmaisu vaatisi sangen sofistikoitua matemaattista kielenkäyttöä. Tätä on useinkin vaikea korvata täsmällisellä sanallisella ilmaisulla, josta seuraa että tämä paperi ei ole luonteeltaan varsinaisesti ns. taloustieteellinen puheenvuoro.

Joiltakin osin teksti pohjautuu tekijän Tuottavuus-lehden numeron 1/1983 kirjoittamaan artikkeliin. Pääosa esityksestä pohjautuu kuitenkin tekijän tutkimusprojektiin Kokonaistuottavuus ja rakennemuutos Suomen kansantaloudessa vuosina 1960-1980, jota myös Yrjö Jahnsenin säätiö on tukenut. Teoreettisia tutkimuksia ja empiirinen osa tästä projektista ilmestyy ETLAn tutkimusselosteissa kuluvan vuoden aikana. Näin ollen mitään lähdeviitauksia ja tulosten todistamisia ei esitetä tässä paperissa.

JOHDANTO

Osittaistuottavuus, suhdetarkastelu

Osittaistuottavuudella tarkoitetaan tavallisesti tuotoksen määrää lasketuna jotakin tuotannontekijää eli panosta kohti: puhutaan työn-, pääoman-, ja esimerkiksi energian tuottavuudesta. Koska näin määritellyssä tuottavuusmitassa jakajana käytetään jotain yksittäistä panosta, tuloksena on sinänsä luonteva ja oikea mittaluku, jollaisia voidaan periaatteessa esim. jossain yrityksessä, tai vaikkapa toimialatasolla laskea kovin monia, kunhan vain tuotos on homogeeninen ja panokset mielekkäästi määriteltäviä. Osittaistuottavuus irrallisena mittalukuna ei kuitenkaan kerro juuri mitään niistä syistä, jotka vaikuttavat sen kehitykseen. Se antaa osittaisnäkemystä, ja eri osittaistuottavuuksien kehittymisen vertailu jonkin talousyksikön puitteissa saattaa antaa varsin ristiriitaisen vaikutelman, jonka ei tarvitse kuitenkaan välttämättä olla väärä, vaikka osittaistuottavuudet kehittyisivätkin erisuuntaisesti.

Tuottavuus ja teknologia

Jokapäiväisessä keskustelussa osittaistuottavuuksien muutoksiin sanotaan vaikuttavan mitä moninaisimpia syitä. Lienee selvää, että esimerkiksi toimipaikkatasolla työn tuottavuuden nousu riippuu käytettävissä olevan konekannan ajanmukaisuudesta, tämä puolestaan on riippuvainen investointimahdollisuuksista, kannattavuudesta ja rahoituksen saatavuudesta. Konekannan uusiminen puolestaan saattaa vaikuttaa myös muiden tuotannontekijöiden, kuten raaka-aineiden käyttöön, niiden suhteelliseen säästöön, tuotteiden laatuun, kasvattaa tuotantopotentiaalia, vaatia tämän hyödyntämiseksi työn uudelleenorganisoimista ja tehostettua tuotannonohjausta ja vaikuttaa henkilöstön koulutustasovaatimuksiin. Kaiken tämän hyödyntäminen puolestaan vaatisi markkinointiponnistelujen lisäämistä ja liikkeenjohtotaidon kehittämistä. Seurauksena saattaa olla yksikkökulujen aleneminen ja kilpailukyvyyn nousu, yrityksen lisääntynyt palkanmaksukyky ja myös sen kannattavuuden kohoaminen. Tämä puolestaan voi stimuloida tuotannon laajentamista, mikäli odotukset kysyntätekijöiden kehittymisestä ovat myönteiset ja tuotanto- ja kehittämissuunnitelmat ovat tähänneet sopivien markkina-aukkojen täyttämiseen. Ajan myötä yritykseen kasautuu erilaista kokemusta ja tuotekehitystyö voi voimistua.

Syntyy uusia tuote- ja tuotantoinnovaatioita, käyttöön otetaan uusia tekniikkoja. Ideat voivat jäädä piirustuslaudalle, niiden reaalisatiot varastoon, mutta innovaatiot johtavat tuotteisiin, joilla on markkinoita. Markkinoita voi olla, tai niitä voidaan luoda. Käyttöön otetaan uusia toiminnan kaikki vaiheet kattavia laajempia kokonaisuuksia, teknologioita. Vanhoja hylätään jakiertokulku jatkuu. Laajasti ymmärrettynä jokin teknologia pitää sisällään tavan jolla tuotanto valmistellaan (tekniis/taloudellinen suunnittelu, materiaalitalous), tuotanto valmistetaan (tuotantotekniikka), myydään (markkinointi), toimintaa johdetaan (liikkeenjohto) ja koko toiminta organisoidaan (organisaatiotekniikka). Jonkin teknologian käytöllä täytyy olla jokin tavoite. Se voi olla vaikkapa voiton maksimointi, kustannusten minimointi jollain tuotannon tasolla tai jokin muu tavoite. Välineet mahtuvat "slangitermien" software, hardware ja orgware puitteisiin.

Emme kuitenkaan käy näitä seikkoja tässä lähemmin pohtimaan, vaan toteamme että tekniikka on jokin konkreettinen toimintatapa johonkin tiettyyn tarkoitukseen, esimerkiksi tietty tuotantotekniikka tietyillä välineillä, vaikkapa sahatavaran valmistus tietyllä sahakoneella. Teknologia on toiminnan eri vaiheet kattava kokonaisuus, johon sisältyy myös toiminnan ohjaus ja jatkuva päätöksenteko joidenkin päätössääntöjen puitteissa. Tietty teknologia koostuu osateknologioista ja tekniikoista. Tekninen muutos on vastaavasti muutos toimintatavoissa ja välineissä ja teknologinen kehitys puolestaan toimintatapojen kompositiossa ja päätössääntöissä, tekniikan makrorakenteissa ja kytkennöissä. Kytkenät kulkevat alhaalta ylös, mutta myös ylhäältä alas, ja teknologinen kehitys ohjaa osasten yhteensovitusta siten, että toiminnan tavoitteet saavutetaan. Koska tavoitteet tavallisesti ovat taloudellisia, teknisen kehityksen tarjoamia potentiaalisia mahdollisuuksia pyritään hyödyntämään siten, että tavoitteet saavutetaan. Toisaalta tavoitteet, esim. yksikkökustannusten minimointi joillain rajoitteilla, pitävät yllä teknistä kehitystä. Tämä etenee tutkimuksen kautta, samoinkuin toimintojen yhteensovitus, jolla teknologisen kehityksen tarjoamat mahdollisuudet pyritään hyödyntämään, jotta tavoitteet saavutettaisiin.

Teknistä tai teknologista kehitystä on luonnollisesti vaikea mitata. Tiettyjen koneiden ominaisuuksia voidaan kuitenkin verrata, niiden toimin-

taperiaatteet tunnetaan. Toiminnan tulokset kuitenkin realisoituvat taloudellisissa (aika)sarjoissa, joihin toki vaikuttavat myös muutkin tekijät kuin teknologinen kehitys. Tuottavuustutkimuksen tehtävänä onkin eristää teknologisen kehityksen vaikutukset muitten tekijöiden vaikutuksista.

Tämä on hankala tehtävä, sillä teknologinen muutos aiheuttaa yrityskohtaisia välittömiä ja välillisiä vaikutuksia, jotka voivat näkyä osittaistuottavuuksien myönteisenä kehityksenä, vaikka syysuhteita ei tarkoin tiedettäisikään. Tuottavuuden noususta seuraa paitsi yritys- myös kansantaloudellisia välillisiä vaikutuksia, yritystaloudellisten vaikutusten kertautuessa kansantalouden kiertokulun kautta voimistuneen tulonmuodostuksen ja muun aktiviteetin välityksellä. Välilliset kansantaloudelliset vaikutukset lienevät ainakin Suomen kaltaisessa avotaloudessa suuremmalta osaltaan myönteisiä, vaikkakin kehityksen kulusta seuraavasta jatkuvasta rakennemuutoksesta aiheutunee myös ainakin lyhyellä tähtäyksellä erilaisten sopeutusvaikeuksien muodossa haittatekijöitä. Toisaalta tuottavuuden noston laiminlyönnistä seuraisi kilpailukyvyyn lasku, josta puolestaan saattaisi seurata vielä suurempia haittoja.

Vaikutussuhteiden erittely tarjoaa samalla keinoja tuottavuuteen vaikuttavien tekijöiden mittaamiseen. Kansantaloudellisia vaikutuksia emme kuitenkaan tässä yhteydessä hahmottele, vaan keskitymme tuotantopuolen välittömien vaikutussuhteiden erittelyyn suhteellisen tiukassa, yksinkertaistetussa teoreettisessa raamissa, jossa lähtökohtana on jokin "hyvin määritelty tarkastelutaso" (aggregaation aste), jolla teknologia summataan tuotantofunktioksi. Tämä on samalla teknologian kuvaus, jos sen "kehitystä" ohjaa jokin päätössääntö, kuten voittojen maksimointi, kulujen minimointi tai jokin muu selvästi määritelty tavoite.

Tuottavuus tai teknologinen kehitys tulee näin ollen riippuvaksi vallitsevasta teknologiasta. Tämä mahdollistaa tuottavuuden ja teknologisen kehityksen riippuvuustarkastelun.

TUOTTAVUUS JA TEKNOLOGINEN KEHITYS, TALOUSTEOREETTISIA MITTAUSPERUSTEITA

Riippuvuustarkastelu

Riippuvuustarkastelussa tuotos määritellään sen ja tuotannon-tekijöiden riippuvuussuhteiden avulla. Lähtökohtana on neoklassinen tuotantoteoria, jonka puitteissa tuotanto- ja talousprosessia kuvataan tuotantofunktion, tuotannon tarkoituksen, esim. kustannusten minimoinnin tai vaikkapa voittojen maksimoinnin ja vastaavien rajatuottavuusehtojen välityksellä johdettujen panosten kysyntäyhtälöiden ja kustannusfunktion (sekä voittofunktion) avulla. Seuraavassa tarkastelut suoritetaan jollain aggregaattitasolla. Se voi olla yritys- tai toimialataso; oleellista on että muuttujat ovat "hyvin määritellyt" ja eri funktiot käyttäytyvät "siististi".

Kokoamme lyhyesti teorian seuraaviin yhtälöihin

- | | | |
|-----|--------------------|---------------------------------|
| (1) | $Q = f(x, t)$ | tuotantoteknologia |
| (2) | $x = X(Q, p, t)$ | panosten kysyntäyhtälöt, n kpl. |
| (3) | $C = c(Q, p, t)$ | minimikustannusfunktio |
| (4) | $C = \sum p_i x_i$ | kustannusidentiteetti |

Yllä oletetaan, että panosvektori x sisältää n eri tuotannontekijää, joilla kullakin on oma hintansa. Siten panoshintavektori on n -komponenttinen. Kysyntäfunktioita X on myös n kpl.

Minimikustannuseriaate merkitsee, että tuotannonharjoittajan on tuotettava tietty tuotos annetuilla panoshinnoilla ja käytössään olevalla tuotantoteknologialla siten, että kokonaiskustannukset minimoituvat.

Tuotantofunktio f ilmaisee sen, miten optimaalinen panosten käyttö x kuvautuu "maksimaaliseksi" saavutettavissa olevaksi tuotokseksi Q kullakin teknologian tasoa kuvaavan hypoteettisen teknologiaparametrin arvolla t . Panosten optimaaliset kysynät x ja kokonaiskulut C riippuvat paitsi panoshinnoista p , myös teknologian tasoparametrin t arvosta ja tuotoksen määrästä Q . Funktiomuodot X ja c riippuvat puolestaan tuotantofunktion f muodosta. Toisaalta kokonaiskustannukset C ovat juuri ne minimimenot, jotka tarvitaan optimaalisten panosmäärien x käyttämiseen tai oikeammin maksetaan niille tuotannontekijäkorvauksina. Näin ollen ne toteuttavat kustannusidentiteetin (4) olipa teknologian taso mikä hyvänsä.

Tässä idealisoidussa kuvauksessa tuotantofunktio "summaa" edellisessä kappaleessa esitetyn osittaistuottavuuksiin vaikuttavan sinänsä relevantin heuristisen selityspaljouden joidenkin harvojen päätekijöiden ja tuotoksen väliseksi idealisoiduksi yhteydeksi. Itse funktiomuoto sitoo sen, miten panostekijöiden määrää suhteessa toisiinsa voidaan muuttaa, eli substituoida ja paljonko panosten lisääminen saattaa kasvattaa tuotantoa ja miten teknologian taso vaikuttaa näihin kaikkiin. Tuotantofunktio "virittää" teknisten tuotantomahdollisuuksien joukon. Lisäksi sen ominaisuudet määräävät rajatuottavuusehtojen kautta kysyntäfunktioiden ominaisuudet ja edelleen kustannusfunktion. Toisaalta kustannusfunktio määrää itse asiassa rajatuottavuusehtojen puitteissa tapahtuvan tuotannon taloudellisen käytöksen. Jos substituutiomahdollisuudet ja skaalavaikutukset määräytyvät tuotantofunktion puitteissa teknisessä mielessä, on näillä vastineensa kustannusfunktion puolella. Näin ollen matemaattisesti ottaen edellä esitetyssä kehikossa täsmälleen sama informaatio sisältyy kysyntä- ja kustannusfunktioihin kuin tuotantofunktioon. Tästä seuraa kääntäen, että kustannusfunktio määrää myös kysyntäfunktioita ja tuotantofunktion rajatuottavuusehtojen puitteissa. Voidaan siis sanoa, että "tasapainoinen" tuotantofunktio ja panosten kysyntä jollain teknologiaparametrin arvolla ja panosten reaalisilla hinnoilla määrittelee tuotantoteknologian sekä teknisessä että taloudellisessa mielessä.

Teorian puitteissa osittaistuottavuudet sinänsä eivät ole mitään hyödyttömiä mittoja, kuten toisinaan näkee väitettävän, vaan voidaan näyttää esimerkiksi yhtälöstä (1), että osittaistuottavuudet riippuvat tuotantoteknologiasta, ts. kaikista panoksista ja teknisen kehityksen tasosta ja näitä yhteensitovasta tuotantofunktiosta. Toisaalta yhtälöstä (2) voidaan päätellä niiden riippuvan ainakin panoshinnoista ja teknologian tasosta sekä tuotannon määrästä. Itse asiassa ne riippuvat myös nimelliskustannuksista.

Kokonaistuottavuus ja teknologinen kehitys

Jotta edellä esitetyistä sangen yleisellä tasolla esitetystä idealisoinnista saataisiin jotakin "irti", täytyy esimerkiksi teknologian parametrisointi yhtälössä (1) määritellä yksityiskohtaisemmin ja tuotantofunktion algebralinen muoto kiinnittää. Tämä kiinnittää samalla muiden systeemin yhtälöiden matemaattisen muodon.

Käytämme kuitenkin vielä yleisiä merkintöjä, mutta oletamme että tekninen kehitys, ts. teknologian parametrisointi t edellisissä yhtälöissä on ns. Hicks-neutraalia havainnollistaaksemme teknisen kehityksen ja ns. kokonaistuottavuuden välisiä yhteyksiä.

Jos tekninen kehitys on ns. Hicks-neutraalia, kuten useimmissa empiirisissä töissä on jouduttu oletamaan, tuotantoteknologia (1) voidaan kirjoittaa muotoon

$$(5) \quad Q = f(x)T(t)$$

Kokonaistuottavuus puolestaan määritellään tuotoksen Q määrän ja yhdistetyn panosten käytön, kokonaishankinnan $f(x)$, siis itse asiassa tuotantofunktion arvon suhteena. Saadaan yksinkertaisen näköinen yhteys kokonaistuottavuuden tason ja teknisen kehityksen tasoparametrin jonkin funktion $T(t)$ välille.

$$(6) \quad T(t) = Q/f(x)$$

Tästä havaitaan, että kokonaistuottavuutta voidaan lisätä nostamalla tuotosta kokonaishankinnasta enemmän, mutta kaava (6) heijastelee itse asiassa syvällisempää tulosta: kokonaistuottavuuden ja teknisen kehityksen samais- tamista. Tämä lienee vähemmän tunnettua, vaikkakin kokonaistuottavuuden las- kemista periaatteesta muotoa (6) olevasta yhtälöstä on laajalti harrastettu jo runsaat 30 vuotta.

Sama yksinkertaisen näköinen perusyhteys kokonaistuottavuuden ja teknisen kehityksen välillä kuin yhtälössä (5), kätkeytyy myös teknisen kehityksen monimutkaisempien karakterisointien taakse. Sitä vain ei yleensä voida lausua eksplisiittisesti "osamäärämuodossa (6)" tarkasteltaessa tasomuotoisia muut- tujia.

Niinpä teoreettisessa kirjallisuudessa jonkin verran viljelty ns. Sato- Beckmann tyyppisen panosten tehokkuutta lisäävän teknisen kehityksen puit- teissa teknologia (1) voidaan kirjoittaa muotoon

$$(7) \quad Q = f(T_1x_1, T_2x_2, \dots, T_nx_n).$$

Tämä teknisen kehityksen luonnehdinta on erikoisen mielenkiintoista tyyppiä: Tehokkuusparametrien $T_i = T_i(t)$ ja panosten x_i tulot $T_i x_i$ ovat tulkittavissa panosten tehokkaiksi käyttöiksi. Lisäksi tämän teknisen kehityksen tyyppin erikoistapauksia ovat lukuisat kauan tunnetut neutraalin teknisen kehityksen eri tyypit, mm. edellä mainittu Hicks-neutralismi, ja ns. Harrod- ja Solow-neutraali kehitys. Sato-Beckmann-tyyppinen tekninen kehitys on jo mahdotonta kirjoittaa osamäärämuotoon (6), mikäli kaikki tehokkuusparametrit ovat keskenään eri suuret.

Edellä esitetyt esimerkit havainnollistanevat kokonaistuottavuuden ja teknisen kehityksen määrittelyn hankaluutta yleisessä tapauksessa tuotoksen ja kokonaispanoksen osamääränä. Siksi seuraavassa siirrytään tarkastelemaan asiaa "suhteellisten muutosten" avulla edelleenkin asetelmasta (1) - (4) käsin.

Kokonaistuottavuuden muutos

Usein sanotaan, että kokonaistuottavuuden muutos on se osa tuotoksen suhteellisesta muutoksesta, jota ei voida "selittää" panoksien käytön jollakin lailla yhteenpainotetuilla muutoksilla.

Toisinaan näkee tästä tulkinnasta mitä ihmeellisimpiä empiirisiä versioita ja selityksiä, varsinkin mitä panosten yhteenpainottamiseen tulee. Teoreettisesti tarkastellen asia on varsin selväpiirteinen, vaikkakin matemaattisesti ja myös tulkinnallisesti "vaikea". Toisaalta kokonaistuottavuuden tulkinnan talousteoreettiset perusteet ovat suhteellisen tuoreita, vaikka itse idea intuitioon ja erityistapauksiin nojautuen onkin "vanha".

Keskeinen tavoite näissä pyrinöissä on erottaa tuotannon kasvusta se kontribuutio, joka seuraa panosten käytön lisäyksestä ja toisaalta substituutiosta¹⁾ sekä tulkita jäljelle jäänyt residuaali tuottavuuden lisäykseksi.

Mitattu tuotoksen suhteellinen kasvu vähennettynä mitatulla panosten käytön lisäyksellä on juuri tämä residuaalin muutos, eli kokonaistuottavuuden muutos. Mitattu panostenkäytön muutos "pitää sisällään substituutiiovaiikutuksen", ts. realisoitunut panosten käyttö ilmentää tuntemattoman hypoteettisen prosessin "lopputulosta", kun kaikki panoskäyttöön vaikuttaneet

1) Huomattakoon, että monimutkaisemmissa teknologisen kehityksen muodoissa teknologinen kehitys voi vaikuttaa myös substituutiojousto. Tämän ei muutenkaan tarvitse olla vakio.

tekijät ovat jo vaikuttaneet. Samoin tuotos on ex-post realisoitunut tulos tuotantoprosessista, jota myös teknologinen kehitys on muovannut.

Kokonaisdifferentioimalla yhtälö (1) saadaan eräin edellytyksin

$$(8.A) \quad \frac{1}{Q} \frac{dQ}{dt} = \sum \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{x_i}{Q} \right) \frac{1}{x_i} \frac{dx_i}{dt} + \frac{1}{f} \frac{\partial f}{\partial t} \quad \text{eli "lyhennysmerkinnöin"}$$

$$(8.B) \quad \hat{Q} = \sum w_i \hat{x}_i + \tilde{T}_f.$$

Tämä ilmaisee, että tuotoksen pienen pieni, differentiaalinen muutos teknologian tasoa kuvaavan parametrin t pienen pienen muutoksen suhteen vähennettynä panosten kustannusosuuksilla w_i painotettujen differentiaalisten muutosten summalla, on sama kuin tuotantofunktion pieni suhteellinen muutos teknologiaparametrin muuttuessa. Tämä on juuri edellä esitetty kokonaistuottavuuden suhteellisen muutoksen määritelmä tuotoksen suhteellisen muutoksen ja kokonaispanoksen suhteellisen muutoksen erotuksena, eli laajalti sovellettu residuaalimenetelmä. Todettakoon, että esitys (8.B) on aina voimassa esityksen (1)-(4) puitteissa ainakin kaikilla ns. lineaarisesti homogeenisillä tuotantofunktioilla ja yleisemmässäkin tapauksessa perusidea (8) säilyy.

On erittäin tärkeä teoreettinen tulos, että kokonaistuottavuuden "komponentit" koostuvat tietyllä tavoin panosten rajatuottavuuksien "osittaismuutoksista". Tämän avulla voidaan näyttää, että kokonaistuottavuuden syntysijat ovat itse asiassa panosten kysyntäfunktioiden siirtymissä, ts. tekninen kehitys "näky" kysyntäfunktioiden muuttumisina ja siirtyminä. Asian teoreettisen tarkastelun tekee erityisen vaikeaksi se, että kun tuotos Q pitäisi voida synnyttää minimikustannuksin vallitsevilla panoshinnoilla, kysyntäfunktioiden täytyy teknologian tason muuttuessa "kutistua" ja "vääntyä" tietyillä itse tuotantofunktion ominaisuuksien sallimilla tavoilla, jotta rajatuottavuusehdot säilyisivät voimassa.

Tuotantofunktion residuaalin ja kysyntäfunktioiden yhteenpainotettujen residuaalien suhteellisten "differentiaalisen pienten" muutosten välillä vallitseekin yhteys:

$$(9) \quad \tilde{T}_f = \sum w_i \tilde{T}_i = \sum w_i \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right) = - \sum w_i \tilde{T}_{D,i}$$

Yllä kokonaistuottavuuden suhteellisen muutoksen \tilde{T}_f komponentit $T_i = \left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)$, $i = 1, \dots, n$ ovat muotoa $(1/z)(\partial z/\partial t)$ olevia suhteellisia osittaismuutoksia panoksien x_i , $i = 1, \dots, n$ rajatuottavuuksista ja termit $T_{D,i}$, $i = 1, \dots, n$ panosten kysyntäfunktioiden X_i , $i = 1, \dots, n$ vastaavia suhteellisia osittaismuutoksia $(1/X_i)(\partial X_i/\partial t)$.

Lisäksi voidaan näyttää, että tekninen kehitys vaikuttaa kustannusfunktion alentamalla yksikkökustannuksia (ja yleisemmin rajakustannuksia). Tuotantofunktion suhteellisen siirtymän ja kustannusfunktion siirtymän välillä vallitsee selväpiirteinen yhteys: jos tekninen kehitys kokonaisuudessaan tuotantofunktiossa on positiivinen, kustannusfunktio "kutistuu": nimelliskustannukset pienenevät verrattuna tilanteeseen ennen kehitystä. Jos panoshinnat ovat ulkoa määrätty, tämä on seurausta kysyntäfunktioiden siirtymisestä $\tilde{T}_{D,i}$, jotka heijastuvat kokonaispanosten käytön suhteellisenä muuttumisena ja itse asiassa näkyvät osittaismuutoksina siten, että kokonaistuottavuuden ollessa positiivinen kustannusfunktion suhteellinen siirtymä on negatiivinen ja yhtäsuuri kuin kysyntäfunktioiden tietyllä tavalla painotettujen siirtymien summa:

$$(10) \quad \tilde{T}_C = \sum w_i \tilde{T}_{D,i} = -\tilde{T}_f$$

Tässä kustannusfunktion suhteellista osittaissiirtymää $(1/C)(\partial C/\partial t)$ on merkitty symbolilla \tilde{T}_C . Kokonaiskustannusten suhteellinen "kokonaisdifferentiaalinen" muutos \hat{C} koostuu tuotoksen ja panosten "kokonaisdifferentiaalisesta" suhteellisesta muutoksesta ja kustannusfunktion suhteellisesta "osittaisdifferentiaalisesta" muutoksesta \tilde{T}_C seuraavasti:

$$(11) \quad \hat{C} = \hat{Q} + \sum w_i \hat{p}_i + \tilde{T}_C.$$

Mainittakoon, että edellä esitetyt relaatiot voidaan yleistää. Näin ollen tuotantofunktion lineaarisesta homogeenisuudesta voidaan luopua. Tällöin tulevat näkyviin skaalaedut ja -haitat. Voidaan erottaa tuotannon volyymin suhteellinen muutos ja kustannusten volyymin muutos, jotka eivät ole yhtäsuuria kuten edellä sekä marginaali- ja yksikkökustannusten suhteelliset muutokset ja eritellä teknisen kehityksen vaikutusta näihin samoin kuin panosten volyymiin panoshintojen vaihdellessa.

Tulos (11) on siinä mielessä merkittävä, että kokonaistuottavuuden muutosta voidaan tarkastella täysin yhtäpitävästi joko tuotantofunktiosta, kysyntäfunktioista tai kustannusfunktiosta käsin. Näin ollen tarkastelu on yhdistettävissä ns. taloudelliseen indeksiteoriaan ja tätä kautta tuotantokustannusten "hintatasoon". Teoria voidaankin pukea täysin indeksi-teoreettiseksi. Tällöin kuitenkin sen talousteoreettinen perusta on yhtälöissä (1)-(4) ja itse asiassa systeemin muotoa (8), (11) olevassa "Divisia-muotoisessa" differenssitarkastelussa systeemin kaikkien yhtälöiden osalta. Tämä johtaa volyyymi- ja kustannuspuolen yhdistävään relaatioon

$$(12) \quad \hat{Q} = \sum w_i \hat{x}_i + \sum w_i \hat{p}_i - \hat{c}_Q,$$

jossa \hat{Q} on tuotoksen volyymin "todellinen", havaittu "kokonaisdifferentiaalinen suhteellinen muutos". Tällä puolestaan on esitys

$$(13.A) \quad \hat{Q} = \sum w_i \hat{x}_i + \tilde{T}_f$$

ja relaatio

$$(13.B) \quad \hat{c}_Q = \sum w_i \hat{p}_i + \tilde{T}_c$$

puolestaan ilmaisee tuotantokustannusten tai täsmällisemmin yksikkökustannusten "todellisen hintatason suhteellisen kokonaisdifferentiaalisen muutoksen".

Havaitaan, että nimelliskustannusten suhteellinen "havaittu muutos" voidaan edelleenkin esittää "havaittujen kokonaisdifferentiaalisten" suhteellisten panoshinta- ja panoskysyntämuutosten avulla

$$(14) \quad \hat{C} = \sum w_i \hat{x}_i + \sum w_i \hat{p}_i,$$

$$\text{sillä } \tilde{T}_f = -\tilde{T}_c,$$

olipa tekninen kehitys kuinka vallankumouksellista tahansa. Toisaalta, jos sitä ei ole lainkaan, yllä oleva identiteetti on myös erikoistapauksena voimassa.

Identiteettiä (14) voidaankin pitää tuotannon hintatasoa ja volyyymiä kustannusten muutokseen sitovana ns. Fisherin "weak factor reversal testinä" differentiaalisessa muodossa ja relaatiota (12) sen yleistykseenä, jos todelliset tuotannon volyyymi- ja tuotantokustannustason hinnannuutokset sidotaan tekniseen kehitykseen yhtälöiden (13) kautta. Nämä puolestaan saatiin systeemin (1)-(4) perusteella nojautumalla rajatuottavuusehtoihin. Ne ovat siten seurausta systeemimme "sisäisestä käytöksestä", eivätkä mitään "ulkoapäin" asetettuja ns. luonnollisia vaatimuksia.

Koska muutokset edellä olevissa relaatioissa ovat "äärettömän pieniä", indeksitarkastelun tarkoitus on tuottaa vastaava teoria "äärellisille muutoksille", jotta se olisi "empiirisesti käypä". Rajoitumme seuraavassa pää-asiaassa tuotannon "volyyymipuoleen". Kustannuspuoli voitaisiin käsitellä periaatteessa samalla tavalla.

Kokonaistuottavuus ja indeksiteoria

Indeksiteorian tarkoituksena on tuottaa eri hintaisten ja keskenään heterogeenisten hyödykkeiden maailmassa funktioita, joiden arvot kuvaisivat mahdollisimman hyvin jossain keskimääräisessä yleisen hintatason ja yksittäisten hyödykkeiden "yhteismäärän" kehitystä. Tässä yhteydessä puhutaan hinta- ja volyyymi-indekseistä. Nämä ilmaisevat kuinka paljon hintataso "keskimäärin" tai tuotanto "keskimäärin" ovat muuttuneet verrattuna johonkin "perustasaan" tai "vertailutasoon".

Indeksiteoriassa voitaneen erottaa kaksi pääsuuntausta: ns. traditionaalinen eli mekanistinen, atomistinen tai nyttemmin vain deskriptiiviseksi kutsuttu oppisuunta ja toisaalta ns. taloudellinen indeksiteoria. Deskriptiivisessä teoriassa, johon useimmat Suomessakin laskettavat yleiset indeksit perustuvat määriä ja hintoja eivät sido yhteen mitkään "talouden rautaiset lait" (ts. rajatuottavuudet). Tämän teorian puitteissa "hyvien indeksikaavojen" pitää täyttää eräitä ns. terveen järjen mukaisia ehtoja, "perusaksiomia" (jotka voidaan toki pukea matemaattisesti vaikeaan muotoon), ja joihin kuuluu mm. kustannusidentiteetin (4) eräs modifikaatio. Tätä indeksiteorian pääsuuntausta on edellä mainitusta syystä kutsuttu myös "teoriainvariantiksi". Perusaksiomat alkuperäisessä muodossaan on kuitenkin osoitettu keskenään ristiriitaisiksi, mutta ne voidaan korvata eräillä muilla hieman lukuisammilla sisäisesti ristiriidattomilla perusaksiomilla.

Toisen päälähestymistavan ns. taloudellisen indeksiteorian puitteissa voidaan johtaa ns. "todellisia indeksikaavoja". Näiden johtamisen pohjana ovat hintoja ja määriä toisiinsa sitovat "talouden rautaiset lait", ja yhtälöistä (1)-(4) johdetut rajoitteet. "Todelliset" indeksit antavat siis "oikean hinta- ja volyymikehityksen" ao. "maailmankuvan" eli tuotantofunktion puitteissa. Jos maailmankuva on väärä, antaa vastaava indeksikaavakin vääristyneen kuvan. Jotta näitä indeksikaavoja voitaisiin soveltaa täytyy tuntea kullekin tuotantofunktiolle ominaiset parametrit. Näiden estimoinnissa tarjoutuu samalla mahdollisuus maailmankuvan riittävyden testaamiseen, mutta käytäntöä silmälläpitäen tämä etu on monien panosten tapauksessa lähinnä teoreettinen.

Kuitenkin viime vuosina on kyetty osoittamaan, että tietyt tuotantofunktio- luokat approksimoivat sangen hyvin toisiaan ja "yleisempiä tuotantofunktio- luokkia". Muutamien tuotantofunktio- luokkien välillä vallitsee tässä mielessä tietty hierarkia. On ruvettu puhumaan "joustavista tuotantofunktioista". Nämä kykenevät approksimoimaan yleisiä funktioita. Toisaalta on olemassa näitä läheisesti approksimoivia tuotantofunktioita.

Lisäksi eräitä em. approksimaatio-ominaisuudet täyttäviä tuotantofunktioita vastaavat "todellisten indeksien" lisäksi eräät muut funktiot, joita kutsutaan näille funktioille eksakteiksi indekseiksi. Nämä antavat täsmälleen saman vastauksen siitä, mikä volyymi- ja hintakehitys olisi, kuin vastaava "todellinen indeksi" (jos maailmankuva on oikea), vaikka - hämmästyttävää kyllä - mitään tuotantofunktion parametrien arvoja ei tarvitsekaan tietää näitä laskettaessa. Eksaktien indeksien arvot voidaankin laskea tavanomai- siin määriin ja hintoihin sekä arvo-osuuksiin perustuvien aineistojen avulla.

Toisaalta useita eksakteja kaavoja on jo aikaisemmin johdettu deskriptiivi- sen indeksiteorian pohjalta. Lisäksi on ilmennyt että parhaita approksimaatio- ominaisuuksia vastaavia tuotantofunktio- luokkia vastaavia eksakteja kaavoja voidaan myös pitää parhaimpiin kuuluvina deskriptiivisen indeksiteorian kriteerein. Toisaalta useat muut ns. todelliset indeksit deskriptiivisin kriteerein arvioitaessa käyttäytyvät varsin huonosti.

Kuten arvata saattaa, läheisesti toisiaan approksimoivia tuotantofunktioi- ta vastaavat eksaktit indeksikaavat antavat miltei saman kuvan volyymi- ja hintakehityksestä. Tällaisia kaavoja kutsutaan superlatiivisiksi indeksi- kaavoiksi. Jos tällaista indeksikaavaa vastaa joustava tai sitä läheisesti approksimoiva tuotantofunktio, myös tuotantofunktioita voitaneen pitää "hyvänä".

Näin ollen ei itse asiassa ole kokonaistuottavuuden muutosta laskettaessa paljonkaan väliä sillä, mitä eksaktia indeksikaavaa käytetään tuotannon-tekijöitä yhteenpainotettaessa kaavan (8) diskreetissä vastineessa, kunhan vain käytetään jotakin kaavaa, jonka tiedetään olevan superlatiivinen.

Kokonaistuottavuuden laskemisen pääperiaatteet, teknisen kehityksen ja tuotantofunktion identifioituvuus

Edellä hahmotetuilla indeksiteoreettisilla tuloksilla on ratkaisevan tärkeä merkitys laskettaessa kokonaistuottavuuden muutosta kaavasta (8) käsin talousteoreettisesti perustellulla tavalla. Vähentämällä tuotoksen suhteellisesta muutoksesta panoksien käytön jollain superlatiivisella indeksikaavalla yhteenpainotettu muutos, saadaan implisiittisesti lasketuksi vastaava kokonaistuottavuuden muutos. Kutakin tällaista kaavaa vastaa tietty funktioluokka ja talousteoreettisesti ottaen tällaisen luokan puitteissa vallitsee koko ajan taloudellinen tasapaino, ainakin minimikustannusperiaate. Näin ollen kaavan valinnan yhteydessä "maailmankuva", joka täyttää äsken esitetyt ominaisuudet tulee kiinnitetyksi tasapainossa olevaksi ao. indeksikaavaa vastaavaksi tuotantofunktioksi ja indeksikaavan arvojen laskemisen yhteydessä data ikäänkuin konstruoidaan täyttämään tämän tasapainoisen maailmankuvan vaatimukset.

Vastaava laskelma voitaisiin tehdä esityksistä (11) tai (13.B) käsin. Kuitenkaan todellisen hintaindeksin suhteellista muutosta¹⁾ ei tiedetä pelkän minimikustannusperiaatteen puitteissa etukäteen, mutta todellinen tuotos, esim. rautaa, voidaan havaita. Jos panosten käyttömäärät ja niiden markkina-hinnat kyetään mittaamaan, saadaan todellinen tuotantokustannusten hinnan muutos implisiittisesti. Lasketaan esityksestä (13.A) kokonaistuottavuuden suhteellinen muutos ja sijoitetaan tulos relaatioon (13.B), jossa panos-hintaindeksi on laskettu vastaavalla superlatiivisellä kaavalla kuin panosten volyyymi-indeksi lausekkeessa (13.A).

On huomattava, että edellä esitetty superlatiivisten indeksien käyttö kiinnittää eksplisiittisesti tuotantofunktioluokan, mutta ei anna mitään tietoa siitä mikä tietty funktio ko. luokasta "on käytössä". Funktion parametrien arvoja ei tarvitse tietää, ja näin ollen laskemien taustalla olevasta tuotanto-

1) Voittojen maksimoinnin puitteissa tuotannon todellinen, endogeeninen kustannushinta voidaan samaistaa tuottajalle annetuksi, eksogeeniseksi, markkinoilta määräytyväksi lopputuotteen hinnaksi.

funktioista ei voida sanoa juuri mitään sen enempää kuin mihin luokkaan se kuuluu. Näin ollen superlatiivisten indeksien käytöllä on oma hintansa: tuotantofunktio yksityiskohdissaan jää identifioitumatta, ts. se jää luokkansa puitteissa tuntemattomaksi.

Toisaalta panoksia voidaan ottaa mukaan runsaasti. Mikropanoksista voidaan konstruoida "makropanoksia", yhdistettyjä tuotannontekijäkokonaisuuksia "oikealla" kyseistä tuotantofunktiota vastaavalla tavalla, sillä useimmat superlatiiviset kaavat ovat "varsin konsistentteja aggregoinnissa", jolloin "teoreettinen aggregointiharha" pienenee. Tämä on periaatteessa merkittävä parannus verrattuna aiemmin varsin laajalti harrastettuun regressiotekniikkaan teknologisen kehityksen merkityksen arvioinnissa. Tällöin lähtökohtana on tavallisesti ollut muotoa (1) oleva spesifikaatio ja panosten määrä täytyy estimointi- ja muista syistä rajoittaa pieneksi. Tuotannontekijöiden empiiristen vastineiden konstruointi jouduttiin usein suorittamaan varsin mielivaltaisista perusteista, koska ao. tuotantofunktion "virittämää oikeaa aggregointia" ei tunnettu. Lisäksi teknisen kehityksen luonne joudutaan rajoittamaan sangen yksinkertaiseksi, kuten Hicks-neutraaliksi, mikäli estimointi suoritetaan tuotantofunktiosta käsin. Toisaalta kysyntäfunktiot (2) sallivat laajalaisempia teknisen kehityksen luonteen spesifiointeja. Kysyntäfunktioiden ottaminen tarkastelun lähtökohdaksi on perusteltua myös siksi, että näin useinkin voidaan pienentää ns. simultaanisuusharhaa, joka haittaa estimointia suoraan tuotantofunktiosta.

Olipa lähtökohtana regressiotarkastelussa joko tuotantofunktio tai vastaavat kysyntäyhtälöt tai kustannusfunktio, jäännöstermien on tavallisesti tulkittu johtuvan erilaisista approksimaatio-, ja aggregointivirheistä sekä optimaalisuusehdoista poikkeamisiksi. Ominaista regressiotarkastelulle on, että sopivin spesifikaatioin voidaan harrastaa ainakin jonkin verran tilastollista testausta siitä mikä tuotantofunktio ja teknisen kehityksen tyyppi näyttää sopivan dataan. Toisaalta sen soveltamisen yhteydessä saadaan estimaatit kehikon tuntemattomille parametreille, joten tulosten luontevuutta ja erityyppisiä talousteoreettisia seuraamuksia voidaan puntaroida myös tässä valossa.

Toisaalta residuaalimenetelmä kätkee muutakin kuin tuotantofunktion yksityiskohtien, sen parametrien tuntemisen. Sen puitteissa ei voida sanoa mitään teknisen kehityksen tyyppistä. Relaatiosta (8) voidaan laskea vain kokonais-

tuottavuuden kokonaismuutos, mutta ei päätellä sen tyyppiä tai kokonaistuottavuuden muutoksen yksittäisiä komponentteja, kuten tehokkuusparametreja spesifikaatioissa (7).

Käyttäen residuaalimenetelmää edellä kuvatuin perustein, saamme jollain tietyllä aineistolla ja superlatiivisellä kaavalla residuaalimenetelmässä saman kokonaistuottavuuden muutoksen, jos tekninen kehitys on esim. tyyppiä (6) eli Hicks-neutraali tai vaikkapa tyyppiä (7) eli Sato-Beckmann tyyppisesti panosten tehoa lisäävä. Näin ollen emme tiedä, mikä tapaus on kysymyksessä, vaikka meillä olisi riittävä peruste olettaa, että käyttämäämme indeksiä vastaava tuotantofunktio kykenisi kuvaamaan teknologian riittävän hyvin. Residuaalimenetelmä ei siis identifioi riittävän yksityiskohtaisesti tuotantofunktiota ts. sen parametrien arvoja, eikä myöskään teknisen kehityksen laatua. Toisaalta tapauksessa, jossa probleema voidaan pukea regressiotekniikalle soveltuvaan muotoon residuaalimenetelmän ja regressiomenetelmän pitäisi antaa jokseenkin sama arvio teknisen kehityksen keskimääräisestä vauhdista.

Esimerkiksi, jos kuvitteellinen tuotantofunktio on ns. translog tyyppiä, joka on ns. joustava tuotantofunktio ja approksimoi mielivaltaista homogeenistä tuotantofunktiota sangen läheisesti, eksakti panosindeksi on Törnqvist-tyyppinen; painot kaavassa (8) ovat kunkin panoksen kahden peräkkäisen aikavälin kustannusosuuksien keskiarvoja ja kunkin panoksen sekä tuotoksen suhteellisen muutoksen indikaattori on ns. logaritminen differenssi. Kokonaistuottavuuden suhteellinen muutos logaritmisena differenssinä saadaan residuaalina ilman mitään estimointeja. Sitä kutsutaankin usein kokonaistuottavuuden implisiittisen Törnqvist indeksin muutokseksi:

$$\tilde{T}_T = \log \left(\frac{Q^1}{Q^0} \right) - \sum \frac{w_i^1 - w_i^0}{2} \log \frac{x_i^1}{x_i^0}$$

Tällä menettelyllä emme kuitenkaan voi päätellä mitään translog-funktion parametreista.

Jos taas tuotantofunktio on ns. CES-tyyppiä, joka puolestaan approksimoi läheisesti translog-luokkaa, eksakti panosindeksi on ns. Vartia II tyyppiä.

Kokonaistuottavuuden suhteellinen muutos saadaan nyt implisiittisenä residuaalina

$$\tilde{T}_V = \log \left(\frac{Q^1}{Q^0} \right) - \sum \frac{L(w_i^1, w_i^0)}{\sum L(w_i^1, w_i^0)} \log \left(\frac{x_i^1}{x_i^0} \right); \quad L(w_i^1, w_i^0) = \frac{w_i^1 - w_i^0}{\log \left(\frac{w_i^1}{w_i^0} \right)}$$

Tämä puolestaan on superlatiivinen indeksi Törnqvist -indeksin suhteen¹⁾. Näin ollen on jokseenkin yhdentekevää, mitä indeksiä käytetään kokonaistuottavuuden muutoksen laskemisessa; residuaali on superlatiivisilla indekseillä jokseenkin sama, vaikka kunkin luokan tuotantofunktiot ovat sisäisiltä ominaisuuksiltaan varsin erinäköisiä.

Yllä esitetty ajatuksenjuoksu on useimmiten yhdistetty Hicks-neutraaliin kehitykseen. Toisaalta, jos tekninen kehitys on täysin yleistä, eli muotoa (1), vastaava pätee: residuaalimenetelmä kumpaakin superlatiivistä laskutapaa käyttäen antaa suurin piirtein saman kokonaistuottavuuden, mutta sen puitteissa emme voi sanoa mitään teknisen kehityksen tyypistä. Voimme kuitenkin aina laskea kokonaistuottavuuden kokonaisvaikutukset osittaisuuttavuuksien kasvuun, mutta emme residuaalimenetelmän puitteissa voi sanoa yksittäisten kysyntäfunktioiden siirtymien vaikutuksista osittaisuuttavuuksiin mitään tästä asetelmasta käsin edes tapauksessa jossa tietäisimme esimerkiksi sen, että tekninen kehitys on edellä mainittua Sato-Beckmann tyyppiä. Tällöin kuitenkin voidaan implisiittinen kokonaistuottavuusindeksin muutos lausua eksplisiittisesti komponenttiensa painotettuna summana ja vaikeutena onkin lausua yksittäiset komponentit systeemin (1)-(4) puitteissa suhteellisina muutoksina eri komponenttien välillä.

Esimerkiksi Sato-Beckmann tapauksessa saadaan eksplisiittinen esitys CES-funktion kokonaistuottavuude lle \tilde{T}_V :

$$\tilde{T}_V = \sum \frac{L(w_i^1, w_i^0)}{\sum L(w_i^1, w_i^0)} \log \left(\frac{T_i^1}{T_i^0} \right)$$

Teknologisen kehityksen komponentit

Superlatiivisten indeksien käyttö kokonaistuottavuuden arvioinnissa näytti muutama vuosi sitten johtavan mielipiteisiin, joiden mukaan empiirinen tie-

1) Sitä sanotaan joskus pseudosuperlatiiviseksi mielivaltaisen lineaarisesti homogeenisen tuotantofunktion suhteen.

teenharjoitus teknologisen kehityksen arvioinnissa on tarpeetonta - ei tarvita ekonometristä estimointia eikä testejä - tarpeeksi huolellinen datatyö ja mekaaninen identiteetin (8) käyttö johtavat laskelmien teon pelkäksi vähennyslaskuksi. Onneksi asianlaita ei kuitenkaan ole näin mekanistinen, sillä päämielenkiinto kohdistunee kuitenkin yksittäisten panosten "tehokkuuksien arviointiin". Nämä synnyttävät kokonaistuottavuuden. Superlatiivisten indeksien avulla toki saadaan approksimatiivisesti hyvinkin luotettava kuva kokonaistuottavuuden kehityksestä - mikäli data on "oikeaa" -, mutta pelkällä kokonaistuottavuuden totaalimuutoksella tuskin on pelkkää sinänsä hyödyllistä deskriptaatiota suurempi analyytinen arvo; residuaalimenetelmässähän tietyn kokonaistuottavuuden muutoksen voivat generoida varsin erilaiset teknisen kehityksen prosessit, emmekä puhtaan residuaalimenetelmän puitteissa voi sanoa mikä niistä on ollut "käynnissä".

Mielenkiintoisemmaksi sekä teorian että käytännön implikaatioiden kannalta tilanne muuttuu, kun halutaan arvioida yksittäisten panosten kysyntään kohdistuvat teknologisen kehityksen komponentit, eli kysyntäfunktioiden siirtymät. Tämä pyrkimys tähtää yritykseen päästä sisälle kokonaistuottavuuden muutoksen totaalin rakenteeseen, säästävään teknologian sydämeen. Haetaan siis vastausta kysymykseen miten yksittäisten tuotannontekijöiden kysyntä muuttuu, kun muut muuttujat ja teknologian taso muuttuvat.

Aikaisemmin jo todettiin, että tämä on yleisessä tapauksessa varsin monimutkainen kysymys; yleinen ratkaisu toki voidaan johtaa, mutta siinä päädytään varsin komplisoituihin esityksiin.

Kuitenkin esimerkiksi Sato-Beckmann tapauksessa jonkin panoksen kysyntäyhtälön suhteellinen siirtymä on juuri tehokkuusparametrin suhteellisen muutoksen suuruinen ja tässä tapauksessa kokonaistuottavuuden suhteellinen muutos differentiaaliesityksenä saa spesifikaatiosta (7) muodon

$$(15) \quad \hat{Q} - \sum w_i \hat{x}_i = \hat{T}_f = \sum w_i \hat{T}_i.$$

Diskreetin aineiston puitteissa w_i on "maailmankuvaa" vastaavan eksaktin indeksin paino ja suhteelliseksi muutokseksi ($\hat{\cdot}$) otetaan tällöin vastaava suhteellisen muutoksen indikaattori.

Yksittäisen tehokkuusparametrin suhteelliselle muutokselle saadaan yhteys

$$(16.A) \quad \tilde{T}_i = (Q/\hat{x}_i)/(1-s) - s \hat{p}_i/(1-s), \quad i = 1, \dots, n.$$

Tässä esimerkissä panoksen tehokkuuden suhteellinen muutos eli kokonais-tuottavuuden suhteellisen muutoksen komponentti T_i heijastuu panoksen reaali-hinnan p_i ja osittaistuottavuuden (Q/x_i) suhteellisten muutosten avulla tavalla, jossa merkittävää roolia näyttelee substituutiojousto s . Tämä puolestaan kuvaa panosten keskinäistä korvattavuutta.

Jos tuotantoprosessissa olisi esimerkiksi kaksi panosta työlliset ja pää-omakanta, ja substituutiojoustolla olisi arvo 0.2 sekä työn osittaistuottavuus nousisi 2 % ja reaaliset työvoimakustannukset työllistä kohti 3 %, työn tehokkuuden täytyisi nousta 1.75 %, jotta uudella vallitsevalla palkkatasolla tuotannon kasvettua 2 % työllisyys säilyisi ennallaan.

Relaatiosta voidaan myös lausua osittaistuottavuuksien suhteelliset muutokset

$$(16.B) \quad (Q/\hat{x}_i) = s \hat{p}_i + (1-s) \tilde{T}_i, \quad i = 1, \dots, n.$$

Yllä olevasta havaitaan, että osittaistuottavuuksien suhteelliset muutokset riippuvat reaali-tuotannontekijäkorvausten suhteellisten muutosten lisäksi ao. panoksen tehokkuuden suhteellisesta muutoksesta; ovat konvekssi kombinaatio mainituista ja lisäksi osittaistuottavuuksien suhteelliset muutokset riippuvat muista panoksista substituutiojouston kautta.

Tässä Sato-Beckmann tyyppisessä teknisen kehityksen spesifikaatiossa tekninen kehitys ei määritelmänsä mukaan vaikuta substituutiojousto- on, kun se ei vaikuta kustannusosuuksiin. (Tällä ehdolla saadaan yhtälöstä (1) muotoa (7) tai (15) oleva eksplisiittinen teknologian parametriseinti).

Kaava (16) riittänee selventämään osittaistuottavuuksien suhteellisten muutosten ilmentymää Sato-Beckmann tyyppisessä esimerkissämme, jossa emme ole tehneet muuta oletusta tuotantofunktion tyypistä kuin että se on lineaarisesti homogeeninen.

Sama perusvire säilyy yleisimmissäkin tarkasteluissa. Jos panoksen hinta on eksogeeninen osittaistuottavuuksien kehitykseen vaikuttavat suoraan substituutiomahdollisuudet, skaala-edut tai haitat ja reaaliset panoshinnat, sekä tekninen kehitys. Toisaalta tekninen kehitys vaikuttaa myös välillisesti: yleisesti ottaen se vaikuttaa myös substituutio- ja skaalajousto.

Esimerkkimme kaavasta on edelleen pääteltävissä miltei suoraan pari merkittävää teoreettista seikkaa:

Ensinnäkin yksittäisiä panostehokkuuksia ei voida laskea, jollei tunneta substituutiojouston arvoa. Se määräytyy kuitenkin yhtäaikaan panostehokkuuden kanssa. Meillä on yksi yhtälö ja kaksi tuntematonta. Tämä on eräs versio ns. teknisen kehityksen komponenttien ja tuotantofunktion yhtäaikaisen identifikaation mahdottomuudesta. Teknisen kehityksen ja substituutiojouston - joka pääpiirteissään määrää tuotantofunktion - vaikutukset voidaan kuitenkin eräin edellytyksin eristää: ratkaisemalla kaavasta (16.A) osittaistuottavuus muiden muuttujien funktiona kuten kaavassa (16.B) havaitaan että esim. regressioanalyysillä voidaan määrätä substituutiojouston arvo, jos se on keskimäärin vakio eli funktio on CES-funktio, ja toisaalta panostehokkuuksien kasvunopeus, jos se on ajassa vakio. Joudutaan siis tekemään tiettyjä rajoittavia olettamuksia, joiden perusteella identiteettiin (16) joudutaan ottamaan jäännöstermit ja hakemaan ratkaisu pienimmän neliösumman keinolla.

Toiseksi käyttämällä "väärää" substituutiojouston arvoa, saadaan vääristynyt kuva panostehokkuuksien kasvunopeudesta. On merkillistä, että tällä ei kuitenkaan ole väliä kokonaisuuden kannalta, sillä asianmukaisesti yhteenpainottamalla "väärin panostehokkuuksien" kasvunopeudet, saadaan kuitenkin sama kokonaistuottavuuden kasvu kuin vastaavalla residuaalimenetelmällä - itse asiassa saadaan residuaalimenetelmä tietyn teknisen kehityksen vallitessa, ts. eksplisiittinen teknologiaindeksi esim. CES-tapauksessa.

Virheet panostehokkuuksissa kompensoivat toisensa: väärä substituutiojousto ei identifioi oikeaa tuotantofunktiota, mutta toisaalta residuaalimenetelmäkään ei identifioi tuotantofunktiota superlatiivista luokkaansa

pitemmälle. Sato-Beckmann tapauksessa saadaan oikea kokonaistuottavuuden muutos, vaikka yksittäiset panostehokkuudet on arvioitu väärin ja toisaalta saadaan oikea kokonaistuottavuuden muutos residuaalina, vaikka ei tiedettäisi tuotantofunktion ja teknisen kehityksen luonnetta yksityiskohtaisesti¹⁾.

Koetamme vielä havainnollistaa edellä mainittua identifikaatioprobleemaa seuraavassa kahden panoksen erikoistapauksessa.

Kaava (9) määritteli kokonaistuottavuuden komponentit täysin yleisessä muodossa rajatuottavuuksien suhteellisina osittaisdifferentiaalisina muutoksina teknologiaparametrin muutoksen suhteen, kun tuotantofunktio oli lineaarisesti homogeeninen. Kahden panoksen tapauksessa voidaan kirjoittaa

$$(17) \quad \begin{aligned} \left(\frac{\hat{\partial f}}{\partial x_1}\right) &= \left(\frac{\tilde{\partial f}}{\partial x_1}\right) - \frac{w_2}{s} \left(\frac{\hat{x}_1}{x_2}\right) \\ \left(\frac{\hat{\partial f}}{\partial x_2}\right) &= \left(\frac{\tilde{\partial f}}{\partial x_2}\right) + \frac{w_1}{s} \left(\frac{\hat{x}_1}{x_2}\right) \end{aligned}$$

Yllä olevat lineaarisesti homogeenisesta teknologiaspesifikaatiosta $Q=f(x,t)$ kirjoitetut yhteydet spesialisoituvat Sato-Beckmann teknologia-täsmennyksen jälkeen yhtälöiksi

$$(18) \quad \begin{aligned} \left(\frac{\hat{\partial f}}{\partial x_1}\right) &= \hat{T}_2 - \frac{w_2}{s} \left(\frac{\hat{T}_2}{T_1}\right) - \frac{w_2}{s} \left(\frac{\hat{x}_1}{x_2}\right) \\ \left(\frac{\hat{\partial f}}{\partial x_2}\right) &= \hat{T}_1 + \frac{w_1}{s} \left(\frac{\hat{T}_2}{T_1}\right) + \frac{w_1}{s} \left(\frac{\hat{x}_1}{x_2}\right). \end{aligned}$$

Jos rajatuottavuuksien kokonaisdifferentiaalisessa mielessä suhteelliset muutokset ovat samat kuin tuottajan kannalta katsottujen reaalisten panoshintojen p_1 ja p_2 kokonaisdifferentiaaliset suhteelliset muutokset, niin tällöin yhtälöistä (18) on johdettavissa lauseke

1) Jos tuotantoteknologia on lineaarisesti homogeeninen, mutta muuten yleistä muotoa $Q = f(x,t)$, tämä pitää myös paikkansa.

$$(19) \quad \left(\frac{\hat{x}_1}{x_2}\right) = s\left(\left(\frac{\tilde{\partial f}}{\partial x_1}\right) - \left(\frac{\tilde{\partial f}}{\partial x_2}\right)\right) + s\left(\frac{\hat{p}_2}{p_1}\right),$$

joka Sato-Beckmann spesifikaation puitteissa saa muodon

$$(20) \quad \left(\frac{\hat{x}_1}{x_2}\right) = (1-s) (\hat{T}_1 - \hat{T}_2) + s\left(\frac{\hat{p}_2}{p_1}\right)$$

Relaatioista (19) ja (20) havaitaan, että käyttämällä jotain suhteellisen muutoksen diskreettiä indikaattoria "yleinen tapaus" (19) ja esimerkiksi Sato-Beckmann tyyppinen tekninen kehitys (20) ei erotu datan perusteella. Esimerkiksi regressioanalyysillä voidaan estimoida "vakiotermi" $s\left(\left(\frac{\partial \hat{f}}{\partial x_1}\right) - \left(\frac{\partial \hat{f}}{\partial x_2}\right)\right)$, jos sulkeissa oleva lauseke eli teknisen kehityksen vinous ja substituutiojousto oletetaan vakioksi. Vakiotermi voi kuitenkin "syntyä" sangan monen tyyppisen teknisen kehityksen puitteissa, sillä teknisen kehityksen tyyppi specialisoituu eksplisiittisesti rajatuottavuuksien konkreettisesti sisällössä. Se on yleisesti ottaen jollain datalla tapauksessa (19) "numeerisesti yhtäsuuri" kuin Sato-Beckmann tapauksessa (20), jossa on jo tehty (jollain tässä spesifioimattomalla perusteella) oletus teknisen kehityksen luonteesta. Itse asiassa Sato-Beckmann tyyppinen kehitys voi taas puolestaan todellisuudessa ollakin Harrod-neutraalia, jolloin $\hat{T}_2 = 0$, jos x_2 on pääomapanos. Onko todella näin, on siis periaatteessa empiirinen kysymys,

Yhtälöiden (16.B) simultaaninen estimointi soveliain side-ehdoin ja testaus voi tuoda teknisen kehityksen tyyppiin valaistusta. Jonkin tuotantofunktion Hicks-neutraalisuutta $\hat{T}_1 = \hat{T}_2$ voitaisiin testata myös yhtälöistä (16.B) tai (18) suoraan samoin kuin yhtälöstä (20) Sato-Beckmann spesifikaation puitteissa, tämä teknologisen kehityksen tyyppi on aika laaja "maintained hypotesina". Sen puitteissa voidaan testata "erikoistapauksina" Harrod- ja Hicks-neutraalisuutta yhtälöistä (16.B) tai (18).

Vaikka CES-funktio identifioituukin yhtälöistä (17), tai yhtälöistä (19), ei teknisen kehityksen tyyppi identifioitu. Tämä havainnollistaneekin osaltaan jo edellä mainittua impossibility problemaa. Vaikka tuotantofunktio identifioituukin, teknisen kehityksen tyyppi ei identifioitu tekemättä joitain rajoittavia oletuksia: esimerkiksi, että tekninen kehitys mahtuu Sato-Beckmann puitteisiin. Toisaalta näissä puitteissa tuotantofunktio ei identifioitu olettamatta sitä esim. CES tyyppiseksi. Tällöin yllä olevista yhtälöistä tai vastaavista tasoyhtälöistä, joihin emme tässä puutu, voidaan testata CES-Sato-Beckmann teknologiaa vastaan tämän erikoistapaukset, mutta mahdollisesti laajempien spesifikaatioiden testaus teknologisen kehityksen tyyppien suhteen ei onnistu. Kuitenkin koko ajan joudutaan oletamaan tekninen kehitys tai sen vinous ajassa tasaiseksi, joka luonnollisesti on rajoitettavaa, ja tämän seurauksena identiteettiluontoisiin yhtälöihin joudutaan liittämään jäännöstermit aivan kuten edellä selostettaessa Sato-Beckmann tehokkuuksien estimoinnissa yhtälöistä (16.B) käsin.

Huomattakoon, että edellä esitetyt kaavat sinänsä ovat "yleisiä"; ne pätevät mille tahansa lineaarisesti homogeeniselle teknologialle, kunhan se mahtuu spesifikaation $Q=f(x,t)$ puitteisiin. Toisaalta, jos luovumme rajoittavasta oletuksesta: substituutiojousto on vakio tai w_i/s on vakio (ns. CEDD eli constant elasticity of derived demand -function) tai tekninen kehitys on ajassa tasaista, tai sen komponentit kehittyvät ajassa tasaisesti, emme voi millään keinolla ilmeisesti sanoa mitään havaintojen puitteissa koko teknologiasta, vaikka \hat{p}_i , \hat{w}_i ja x_1/\hat{x}_2 -data (tai vastaava tasomuotoinen data) olisi käytössä. Käytössä on yleisesti ottaen liian vähän yhtälöitä verrattuna tuntemattomien parametrien lukumäärään.

Yllä esitetyt yhtälöt pätevät esimerkiksi lineaarisesti homogeenisen translogteknologian puitteissa, mutta sen substituutiojousto ei ole

vakio. Soveltaaksemme esitettyjä kaavoja tarvitsemme muuttuvalle substituutiojoustolle sen kulloisetkin arvot. Ne on saatava jostakin muualta kuin esitetyistä yhtälöistä, jos halutaan laskea "ajassa muuttuvat" panostehokkuudet", mutta tämä lienee puritaanisessa mielessä mahdotonta, sillä periaatteessa lineaarisesti homogeenisissa teknologioissa substituutiojousto ja tekninen kehitys määräytyvät yht'aikaa, eli niiden erillinen arviointi on mahdotonta, kuten edellä esitetty Sato-Beckmann yhtälöryhmä ehkä osaltaan havainnollisti.

Teknologinen kehitys ja tulo-osuudet

Kun tuotantofunktio on lineaarisesti homogeeninen panosten arvo-osuudet w_i , $i = 1, \dots, n$, yhtyvät vastaaviin kustannusosuuksiin. Toisaalta jonkun kustannus on luonnollisesti jonkun toisen tulo. Tästä syystä lineaarisesti homogeenisen teknologian puitteissa voidaan kustannus-, arvo-, ja tulo-osuuksia pitää toistensa synonyymeinä.

Jo vanhastaan teknologisen kehityksen on katsottu vaikuttavan tulonjakoon. Näin onkin yleisesti asianlaita ja vain sangen spesifiset teknisen kehityksen tyypit ovat siinä mielessä neutraaleja, että ne eivät vaikuta tulonjakoon. Tästä luonnollisesti johtuukin esimerkiksi eri etupiirien kiinnostus teknologisen kehityksen; toisaalta teknologisella kehityksellä luonnollisesti on muitakin huomattavia yhteiskunnallisia ja puhtaasti taloudellisia, sekä yksilökohtaisia että yleisiä, välillisiä ja välittömiä vaikutuksia, jotka kuuluvat eri etupiirien intressiin.

Itse asiassa teknisen kehityksen implikaatiot tulonjakoon ovat eräs edellisten itse tuotantofunktioon tai kustannusfunktioon perustuvan taksonomian yhtäpitävä muoto. Tämä on seurausta siitä, että ainakin kaikki lineaarisesti homogeeniset tuotantofunktiot voidaan parametrisoida tulo-osuuksien avulla.

Rajoitumme seuraavassa havainnollisuuden vuoksi edelleenkin kahden panoksen lineaarisesti homogeeneeseen teknologiaan, jonka lisäksi oletamme olevan edellä jo laajasti käytettyä Sato-Beckmann tyyppiä.

Yhtälöistä (16) ja rajatuottavuusehdoista voidaan johtaa seuraavat relaatiot muuttujien x_1 ja x_2 arvo-osuuksille

$$(21) \quad w_1 = s \frac{\hat{T}_2 - \hat{p}_2}{\hat{T}_2 - \hat{T}_1 - (x_1/\hat{x}_2)}$$

$$w_2 = s \frac{\hat{T}_1 - \hat{p}_1}{\hat{T}_2 - \hat{T}_1 - (x_1/\hat{x}_2)}$$

Edelleen voidaan johtaa arvo-osuuksien differentiaalisen pienille suhteellisille muutoksille seuraavat lausekkeet

$$(22) \quad \hat{w}_1 = -w_2 (1 - 1/s)(\hat{T}_2 - \hat{T}_1 - (x_1/\hat{x}_2))$$

$$\hat{w}_2 = w_1 (1 - 1/s)(\hat{T}_2 - \hat{T}_1 - (x_1/\hat{x}_2))$$

Ylläolevista yhtälöistä havaitaan, että tulo-osuudet voivat olla vakioita, vaikka substituutiojousto olisikin ykkösestä poikkeava. Näin ollen tulo-osuuksien vakioisuus ei välttämättä implikoi Cobb-Douglas tuotantofunktiota.

Vanhan Hicksiläisen tradition mukaan voimme luokitella ylläolevista tulo-osuuksien suhteellisten muutosten lausekkeista teknisen kehityksen jompaa kumpaa panosta säästäväksi, kun panossuhde x_1/x_2 säilyy vakiona. Näin ollen, jos merkitään T_1 = pääoman x_1 tehokkuus, T_2 = työn x_2 tehokkuus ja $s < 1$ työtä säästävä kehitys $\hat{T}_1 - \hat{T}_2 < 0$ nostaa pääoman tulo-osuutta ja pienentää työn tulo-osuutta, kun taas pääomaa säästävä tekninen kehitys $\hat{T}_1 - \hat{T}_2 > 0$ pienentää pääoman tulo-osuutta ja nostaa työn tulo-osuutta. Jos substituutiojousto on suurempi kuin yksi edellä esitetty kääntyy päinvastaiseksi. Työtä säästävä tekninen kehitys nostaa siis pääoman rajatuottavuutta (yhtälö (20)) työhön verrattuna ja pääomaa säästävä kehitys tekee päinvastoin.

Kokonaistuottavuus ja kustannukset

Edellä esitettiin että kokonaistuottavuuden muutosnopeus tai yhtäpitävästi teknisen kehityksen vauhti voidaan täysin ekvivalentisti määrätä joko tuotanto- tai kustannusfunktioista käsin. Havainnollistamme tätä seuraavassa käyttäen edellä lineaarisesti homogeenistä Sato-Beckmann teknologiaa.

Kaavoista (16) voidaan päätellä, että kokonaistuottavuuden kasvu alentaa tuotantokustannuksia. Jos lopputuotteen hinnanmuutos on määrätty yrityksen ulkopuolelta, tuotannonharjoittajan on sopeuduttava teknologiaansa siten, että nimellisen panoshintaindeksin, ts. tuotantokustannusindeksin suhteellinen muutos vähennettynä kokonaistuottavuuden muutosnopeudella antaa tulokseksi lopputuotteen suhteellisen hinnanmuutoksen. Jos tähän ei kyetä, toiminta on tappiollista (pienin modifikaation tämä pätee täysin yleisessäkin tapauksessa). Näin ollen, jos esim. Suomen vientihinnat määräytyvät maailmanmarkkinoilta tai jonkun yrityksen lopputuotehinnat määräytyvät lopputuotemarkkinoilta ja tuotannon panoshinnat määräytyvät tuotannonharjoittajan kontrollin ulkopuolelta kasvaen näitä nopeammin, tuottajan on kyettävä seuraamaan teknologista kehitystä ja nostettava kokonaistuottavuuttaan, niin että tämä hinnanero kyetään kuromaän umpeen.

Ylläoleva havaitaan oikeaksi painottamalla kaavoissa (16) panostehokkuudet yhteen tulo-osuuspainoilla, jolloin saadaan differentiaalisen pienin muutoksin pätevät yhteydet

$$(23) \quad \sum w_i \hat{p}_i = \hat{T}_f = \hat{Q} - \sum w_i \hat{x}_i = \sum w_i \hat{T}_i$$

riippumatta substituutiojoustosta.

Jos merkitään tuottajan kontrollin ulkopuolelta määräytyvää lopputuotteen hintaa symbolilla h ja samoin määräytyviä nimellispänoshintoja symboleilla p_i^n , $i = 1, \dots, n$, saadaan panosten nimellishintojen suhteellisille muutoksille kokonaisdifferentiaalinen lauseke yhtäläisyydestä (23)

$$(24) \quad \sum w_i \hat{p}_i^n = \hat{h} + \hat{T}_f.$$

Kokonaistuottavuus ja kustannukset

Edellä esitettiin että kokonaistuottavuuden muutosnopeus tai yhtäpitävästi teknisen kehityksen vauhti voidaan täysin ekvivalentisti määrätä joko tuotanto- tai kustannusfunktioista käsin. Havainnollistamme tätä seuraavassa käyttäen edellä lineaarisesti homogeenistä Sato-Beckmann teknologiaa.

Kaavoista (16) voidaan päätellä, että kokonaistuottavuuden kasvu alentaa tuotantokustannuksia. Jos lopputuotteen hinnanmuutos on määrätty yrityksen ulkopuolelta, tuotannonharjoittajan on sopeuduttava teknologiaansa siten, että nimellisen panoshintaindeksin, ts. tuotantokustannusindeksin suhteellinen muutos vähennettynä kokonaistuottavuuden muutosnopeudella antaa tulokseksi lopputuotteen suhteellisen hinnanmuutoksen. Jos tähän ei kyetä, toiminta on tappiollista (pienin modifikaatioin tämä pätee täysin yleisessäkin tapauksessa). Näin ollen, jos esim. Suomen vientihinnat määräytyvät maailmanmarkkinoilta tai jonkun yrityksen lopputuotehinnat määräytyvät lopputuotemarkkinoilta ja tuotannon panoshinnat määräytyvät tuotannonharjoittajan kontrollin ulkopuolelta kasvaen näitä nopeammin, tuottajan on kyettävä seuraamaan teknologista kehitystä ja nostettava kokonaistuottavuuttaan, niin että tämä hinnanero kyetään kuromaan umpeen.

Ylläoleva havaitaan oikeaksi painottamalla kaavoissa (16) panostehokkuudet yhteen tulo-osuuspainoilla, jolloin saadaan differentiaalisen pienin muutoksin pätevät yhteydet

$$(23) \quad \sum w_i \hat{p}_i = \hat{T}_f = \hat{Q} - \sum w_i \hat{x}_i = \sum w_i \hat{T}_i$$

riippumatta substituutiojoustosta.

Jos merkitään tuottajan kontrollin ulkopuolelta määräytyvää lopputuotteen hintaa symbolilla h ja samoin määräytyviä nimellishintoja symboleilla p_i^n , $i = 1, \dots, n$, saadaan panosten nimellishintojen suhteellisille muutoksille kokonaisdifferentiaalinen lauseke yhtäläisyydestä (23)

$$(24) \quad \sum w_i \hat{p}_i^n = \hat{h} + \hat{T}_f.$$

Jos yhtälön vasen puoli on tuottajan nimelliskustannustason suhteellinen muutos ja lopputuotteen nimellishinta on määrätty "ulkopuolelta", tuottajan on kyettävä peittämään teknisellä kehityksellä tai kokonaistuottavuuden lisäämisellä mahdollinen hintakuilu panosten eksogeenisesti määräytyvien nimellishintojen sekä lopputuotteen hinnant muutosten välillä eli

$$(25) \quad \hat{T}_f = \hat{h} - \sum w_i \hat{p}_i^n, \text{ jossa esimerkissämme } \hat{T}_f = \sum w_i \hat{T}_i = - \tilde{T}_C$$

Teknologian kehitys ilmenee tässä kahdella tavalla: eksplisiittisesti ao. hintakuilun peitteenä, mutta myös implisiittisesti tulo-osuuksiin vaikuttavana kuten edellisessä kappaleessa selostettiin.

Huomataan, että esitys (25) on täysin symmetrinen kokonaistuottavuuden suhteellisten muutosten määräytymisen kanssa tuotantofunktiosta tuotoksen suhteellisten muutosten ja panosten yhteenpainotettujen suhteellisten muutosten erotuksena.

Luonnollisesti kaavoilla 23-25 on eksaktit vastineensa diskreetissä maailmassa.

Edellä esitettiin kaava (13.B) todellisten tuotantokustannusten hinnan suhteellisille muutoksille. Jos nyt tuotoksen todellisen hinnan ts. lopputuotteen hinnan h (joka sisältää normaalivoiton ja peittää osaltaan kulut) sekä tuotantokustannusten nimellishintatason suhteellisten muutosten välillä $\sum w_i p_i^n$ välillä vallitsee ero, rationaalisen tuottajan täytyy kattaa tämä kuilu nostamalla panostehokkuuksiaan tuotantofunktion sallimalla tavalla (ks. (16)), jotta se saisi todelliset panoshinnat lopputuotteen hintakehitystä vastaavaksi. Sato-Beckmann tapauksessa tehokkaiksi nimellishinnoiksi muodostuvat hinnat p_i^n/T_i ja tehokkaiksi panosten käyttömääriksi $T_i x_i$.

Tässä tulkinnassa havaitut nimellishinnat p_i^n määräytyvät ulkopuolelta, panosta x_i käytetään tietty määrä x_i (esim. työtunteja jossain homogeenisessä henkilöstöryhmässä), tehokkuus määräytyy lopputuotteen annetun kysyntämäärän, joka on sama kuin sen tarjonta, nimellishintojen ja panoskäyttöjen

kautta. Tähän viimeksimainittuun vielä vaikuttaa substituutiokyky, jonka määrää tuotantofunktio. Yhdenkin panoksen tai lopputuotteen hinnanmuutos vaikuttaa substituution kautta kaikkien panosten käyttöön. Tehokas panosten kysyntä $T_i x_i$ on "todellinen suoraan havaitsematon panosten käyttö", se palvelujen virta, joka ammennetaan esim. työtunneista vallitsevalla työtunnin reaalihintatasolla. Lopputuote on todellinen ja havaittu, esim. lauttaa. Havaitut muuttujat p_i^n ja x_i , $i = 1, \dots, n$ säilyvät edelleenkin havaittavina; vaikka panoksen x_i tehokasta hintaa p_i/T_i ei havaita. Itse asiassa kaava (12) on voimassa ja kustannusidentiteetti pitää paikkansa. Näin ollen voimme kirjoittaa lausekkeen (13.B) perusteella tässä lineaarisesti homogeenisessa esimerkkitaapauksessa

$$(26) \quad \hat{h} = \hat{c}_Q$$

eli myyntihinnan suhteellisen muutoksen täytyy olla sama kuin "todellisten" tuotantokustannusten hinnan" suhteellinen muutos.

Teoria on ummessa, ja havaitut muuttujat säilyvät havaittavina. Panosten epäsuosuhmainen hintakehitys suhteessa lopputuotteen hintaan ilmenee teknisenä kehityksenä, mutta hinta- ja volyymisarjojen samoin kuin tulo-osuuksien kehitys ei sano sitä, millä välineillä tai miten kehitys saadaan aikaan. Kehitys ainoastaan jättää jälkensä havaittuihin sarjoihin, ja empiirisen tutkimuksen tehtäväksi jää yrittää eristää teknisen kehityksen jäljet muista muuttujien arvoja muokkaavien tekijöiden vaikutuksista. (Huomautettakoon kuitenkin, että edellä esitetty tarjontahakuinen tarkastelu ei toki yksin riitä kuvaamaan reaali maailmaa: tuotoksen kysyntä- ja panosten tarjontapuoli olisi myös otettava mukaan. Tämä johtaa epätasapainoon ja tietääksemme näihin yhteyksiin soveltuva "indeksiteoriaa" ei ole käytettävissä).

Hicks'in aggregointiteoreema

Kokonaistuottavuuden ilmenemistä voitaisiin vielä havainnollistaa aggregointiproblematiikasta käsin seuraavasti.

Edellä selostettua menettelyä muodostaa eri tuotannontekijöistä X kokonaispanos $f(x)$ tai oikeammin sen suhteellinen muutos $\sum w_i \hat{x}_i$ voidaan kutsua approksimatiiviseksi tuotannontekijäaggregoinniksi. Jos tuotantofunktio on lineaarisesti homogeeninen ja teknistä kehitystä ei olisi lainkaan, kokonaispanoksen suhteellisen muutoksen pitäisi olla sama kuin tuotannon

volyymien suhteellinen muutos. Ns. Hicks'in composite commodity hyödykeaggregointiteoreeman mukaan mikrohyödykkeiden aggregointi makrohyödykkeeksi olisi tiukasti ottaen mahdollista vain silloin kun kaikkien makrohyödykkeeseen luettavien mikrohyödykkeiden hinnat vaihtelevat aina samassa suhteessa. Kirjallisuudessa on esitetty viime aikoina, että kokonaistuottavuuden kasvu voitaisiin tulkita lieväksi rikkomukseksi em. hyödykeaggregointiteoreemaa vastaan. Tulkinta tuntuu luontevalta ajateltaessa sitä todellisten hinta- ja volyyymi-indeksien suhteellisia muutoksia esittävien lausekkeiden (13.A-B) valossa, esimerkiksi voittoa maksimoivassa lineaarisesti homogeenisessa Sato-Beckmann teknologiassa. Tällöin tehokkuusparametrien muutokset voitaisiin suoraan tulkita eri panoshintojen proportionaalisesta kehityksestä poikkeamisesta johtuviksi heijastumiksi, jotka samalla kuvastaisivat myös vastaavaa panosten tehokkuuden muutosta, niiden rajatuottavuuden nousua, tavalla jota itse mitatun (aggregoidun) panoksen rajatuottavuus tietyn tuotantofunktion puitteissa ei kykene suoraan ottamaan huomioon. Tämä itse asiassa kuvastaa tiettyä Hicks'in mielessä epätasapainoista kehityskulkua mitatun "panosaggregaatin sisällä". Se muuttuu heterogeeniseksi sisällöltään. Sen osien rajatuottavuudet alkavat kehittyä epäyhtenäisesti teknisen kehityksen myötä. Tämä heijastuu ulos panoksen mittaus-tuloksesta panostehokkuuden muutoksena. Tämän tyyppinen muutos kuitenkin ei voi olla mielivaltaisen vaan sen täytyy noudattaa "tasapainoisen tuotantofunktion sääntöjä". Tilanne hoidetaan sopivalla määrällä lisäparametreja, ts. spesifioimalla oikeantyyppinen tekninen kehitys. Tämä siis tavallaan korjaa "virheellisen panosten konstruointitavan oikeaksi" tuotantofunktion ehdoilla siten, että sen tasapaino mitatuilla muuttujilla säilyy. Panoksen rajatuottavuuden kokonaismuutos tulee siis oikeaksi, josta seuraa että käytettävissä olevaa panoksen volyymikäsitettä vastaavaa reaalihintaa tulee myös korjata tavalla, joka ilmenee periaatteessa yhtälöistä (13.A) ja (13.B) (vrt. kokonaistuottavuuden kompositiota painotettuina rajatuottavuuksien osittaismuutoksina relaatioissa (9)).

Jos esim. jokin panos täyttäisi alussa Hicks'in hintaproportionaalisuusvaatimuksen ja sitten tietty osa siitä ei enää sitä tekisi, panos pitäisi jakaa kahteen Hicks'in mielessä sisäisesti homogeeniseen panokseen. Jos näin ei tehtäisi, kokonaistuottavuuden komponentin muutos, esim. Sato-Beckmann tehokkuusparametrin suhteellinen muutos tulisi mukaan kuvaan ja käyttäytyisi lausekkeen (16) osoittamalla tavalla: korjaisi spesifikaatiota jotta tasapaino tuotantofunktiossa säilyisi.

Tarkka mallispesifikaatio (1)-(4) ei anna vastausta siihen miksi rajatuottavuudet eli tasapainossa todelliset, tehokkaat panosten reaali hinnat kasvavat eri vauhtia. Voidaan todeta, että tähän ei olekaan haettu vastausta. Panosten ja tuotoksen nimellishinnat markkinoilla oletetaan eksogeeniseksi. Mallikokonaisuudesta puuttuu hinnanmuodostus, joka ainakin osittain saattaa riippua panosten ja tarjonnasta ja niiden laadusta, tehokkuudesta. Mutta tällöin jouduttaisiin luopumaan täydellisysoletuksista, kuten jo aikaisemmin todettiin.

Toisaalta laatu puolestaan on kiinni "välineistä". Tekninen kehitys ei ole tarkastelussamme "välineellistynyttä" tai "ruumiillistunutta". Panoksia ei ole mitattu "tehokkuusyksiköissä", jotka sinänsä heijastaisivat niiden suorituskykyä. Panosten tehokkuuden muutos ei sisälly panosten käytön mittaussarjoihin. Useimmat taloudelliset aikasarjat on esim. kansantalouden tilinpidossa konstruoitu kiintein perusvuoden painoin (hinnoin), josta seuraa että volyymi- ja hintasarjat heijastelevat perusvuoden tehokkuutta, panosten rajatuottavuutta. Näin ollen on luontevaa esittää tehokkuus tuotantofunktiossa erillään panosvarannoista muodossa $f(x,t)$, jossa parametriä t kutsutaan "teknologian tasoksi", ja joka Sato-Beckmann tapauksessa voidaan kirjoittaa muotoon $f(T_1x_1, \dots, T_nx_n)$, jossa T_ix_i on panoksen x_i "tehokas käyttö", sen palvelujen virta vallitsevalla hintatasolla. Koska tuotantofunktion argumentteina panokset sisältävät perusvuoden tehokkuuden ja panostehokkuus kuitenkin muuttuu ajan myötä teknologian edistyessä panosten sisäisen rakennemuutoksen myötä ja toisaalta kuvitteellisesti oikea tuotantofunktio on tässä raamissa täystehokas, tuotantofunktiosta mitatun vakiotehokkuisen jonkin panoksen rajatuottavuuden ja mitatun panoksen todellisen tehokkaan rajatuottavuuden välillä on ero, jota Sato-Beckmann tapauksessa kuvaa parametri T_i , jotta tuotantofunktio säilyisi edelleenkin täystehokkaana.

Tekninen kehitys voidaan siis mieltää tehokkuuslisänä tai poikkeamana perusvuoden panostehokkuudesta tuotantofunktion puitteissa. Koska tuotantofunktio on täystehokas, poikkeama panosten perusvuoden tehokkuustasolta, tai rajatuottavuudesta volyyminmittauksessa heijastuu panoksen tehokkuuden lisäyksenä T_i ja vaikuttaa vastaavasti mitattua panosvolyyymiä vastaavaan tehokkaaseen hintaan, joksi muodostuu p_i/T_i . T_ix_i on tehokas panos ja p_i/T_i on tehokas hinta siinä mielessä, että kaikkien panosten yhteiskäyttö antaa "maksimaalisen" tuotoksen vallitsevalla tuotantokustannusten hintatasolla

ja tuotoksen volyyymi sekä panosten havaittu käyttö antavat samalla minimi-yksikkökustannukset. Tehokkuuden tai panoshinnan muutos heijastuu läpi koko tuotantosysteemin, sillä muutos yhdenkin panoksen nimellishinnassa heijastuu substituution kautta kaikkien panosten kysyntään ja tehokkuuteen, panoksen rajatuottavuus tuotantofunktiossaan asettuu sen reaalihinnan suuruiseksi.

Huomattakoon, että edellä sanottu on sopusoinnussa huolellisen datatyön kanssa. Panokset tulisi mitata "mahdollisimman mikrotasolla" ja ryhmitellä siten, että hintaproportionaalisuus säilyisi mahdollisimman hyvin. Tämä implikoinee liukuvaa ryhmittelyä lopullisissa laskelmissa käytettävien jonkinasteisten aggregaattien välillä ja tukee siis ketjuindeksien käyttöä. Useimmat superlatiiviset indeksit käyttäytyvätkin sangen siististi "uusien hyödykkeiden synnylle" ja vanhojen kuolemislle, johon Hicks'in hintaproportionaalisuusehdon täyttävä "uudelleenryhmittely" johtaa, jollei suoraan haluta käyttää varsinaisia mikropanoksia. Näin ollen 1950-1960-luvulla virinnyt uskomus siihen, että mikrotason datatyö ja ketjuindeksien käyttö johtavat kokonaistuottavuuden totaalisen pienenemiseen on ollut paitsi terveen järjen, myös Hicks'in aggregointiteoreeman puitteissa perusteltua, vaikkakin vallitseva tapa on ollutkin käyttää kiinteää ryhmittelyä "liukuvain painoin".

Miltei kaikissa kokonaistuottavuuden muutosta arvioimaan pyrkivissä empiirisissä töissä tuotoksen määrän mittana käytetään jalostusarvon volyyymiä ja panospuolella vastaavia primääripanoksia, kuten työtä ja pääomaa. Nousee mielenkiintoinen kysymys: milloin jalostusarvofunktiosta laskettu kokonaistuottavuus on sama kuin bruttotuotantofunktiosta laskettu kokonaistuottavuus. Tällöin jalostusarvofunktiota voidaan käyttää bruttoarvofunktion sijasta. Käytännössä jalostusarvon volyyymi tuotetaan tavallisesti ns. kaksoisdeflatointimenettelyllä, jossa bruttotuotos deflatoidaan omalla hintaindeksillään ja materiaali- sekä välituotepanos omalla hintaindeksillään. Volyymit vähennetään toisistaan, jolloin bruttotuotannon volyymin ja välituotekäytön volyymin erotuksena saadaan jalostusarvon volyyymi. Edellä esitetty kysymys voidaan palauttaa kysymykseen, milloin kaksoisdeflatoimalla tuotettu jalostusarvon volyyymi mittaa tuotosta oikein siinä mielessä, että jalostusarvofunktion rajatuottavuudet primääripanosten suhteen (sen avulla määritellyt "reaalihinnat") mittaavat oikein primäärituotantotekijöiden rajatuottavuuksia bruttotuotantofunktiossaan.

Rajatuottavuudet ovat samat, jos jokin seuraavista yhtäpitävistä ehdoista on voimassa:

- materiaalipanosta M käytetään kiinteässä suhteessa bruttotuotoksen volyyymiin
- bruttotuotosfunktio on heikosti separoituva primääri- ja materiaalipanosten suhteen eli bruttotuotosfunktio voidaan esittää esim. seuraavasti

$$Q = f(K,L,M) = G(v(K,L),M) ,$$

jossa v on jalostusarvon volyyymi(funktio).

- materiaalipanoksen ja bruttotuotoksen suhteellinen hinta p_M/h jää vakioksi.

Käytännössä kuitenkin tuskin mikään edellä esitetyistä ehdoista ei ole voimassa, jolloin laskettaessa kokonaistuottavuutta residuaalimenetelmällä käyttäen kaksoisdeflatointiproseduurilla tuotettua jalostusarvon volyyymiä syntyy aggregointiharhaa, joka menee kokonaistuottavuuden tiliin. Tämä voidaan perustella myös Hicks'in hintaproportionalisuusehdolla. Seuraa että käytännössä jalostusarvo ei ole riippumaton bruttotuotoksen ja väli- tuotteiden hinnoista eli

$$v(K,L) = V(K,L,h,p_M)/p ,$$

jossa hintaindeksi $p = ah + bp_M$ on jalostusarvon implisiittinen deflaattori. Tämän komponenttien painot a ja b ovat "perusvuoden painoja".

Näin ollen myös hintaeffekti h :n ja p_M :n kautta "siirtää ja vääntää" tuotantofunktiota ikäänkuin tekninen kehitys. Kun vielä otetaan huomioon edellä mainittu Hicks'in proportionalisuusehdon todennäköinen rikkoutuminen panoksia K ja L konstruoitaessa voitaneen kirjoittaa $v(K,L) = v(K,L,t,h,p_M)$, joka tuskin on enää mikään pelkkä volyyymi.

Hintaeffekti voitaneen välttää konstruoimalla "jalostusarvon volyyymi" yksinkertaisella deflatoinnilla kaksoisdeflatoinnin sijaan. Jalostusarvofunktiota varten pitäisi kuitenkin kyetä "eristämään" bruttoarvofunktion teknisestä kehityksestä jalostusarvoon vaikuttava tekninen kehitys, jotta saataisiin "oikea" jalostusarvon suhteellinen muutos; ts. pitäisi nimenomaan kyetä dekomponoimaan bruttoarvofunktion "residuaali" jalostusarvo- ja toisaalta materiaalipanoksiin liittyviin osiin.

Näin ollen kaksoisdeflatoimalla saadun jalostusarvon käyttö jalostusarvotuotantofunktion tuotoksena saattaa antaa enemmän tai vähemmän harhaisen kuvan todellisen kokonaistuottavuuden kasvusta, koska kaksoisdeflatoimalla määrätty jalostusarvo ei ole "oikea". Myös kaikki muut spesifikaatiovirheet kasautuvat kokonaistuottavuuden tiliin.

Teknologisen kehityksen ja kokonaistuottavuuden endogenisoiminen

Residuaalimenetelmä antaa siis arvion kokonaistuottavuuden kehityksestä tavallaan implisiittisesti. Tällöin kokonaistuottavuuden kontribuutio tuotannon kasvuun voidaan laskea teknisen kehityksen vaikutusten kautta. Se mikä vaikuttaa teknologiaparametrin arvoon, ei selviä näistä laskelmista. Havaittu data pitää sisällään teknisen kehityksen vaikutukset. Tekninen kehitys on tässä tavallaan eksogeenista, mutta sen vaikutukset jonkin tuotantofunktion puitteissa voidaan mitata välillisesti sen vaikutuksina panosten käyttöön ja tuotoksen määrään. Juuri tämä epäsuora mittaus-tapa aiheuttaa epäidentifioituvuuden, ts. mallissa on vähemmän riippumattomia yhtälöitä kuin tuntemattomia. Erään keinon tämän probleeman ratkaisuun voi tarjota teknisen kehityksen "endogenisoiminen" spesifioimalla "sopiva" simultaaninen kokonaismalli identifikaatioon yltävine lisäyhtälöineen ja lisäselittäjineen. Kirjallisuudessa kokonaistuottavuuden kasvua (laskettuna residuaalina) on selitetty muusta mallista riippumatta esimerkiksi tutkimus- ja tuotekehityspanoksella, koulutustasolla tms. Tällöin vältetään ne eksplisiittiset vaikeudet, jotka liittyvät teknisen kehityksen tyyppin määrittelyyn, vaikkakin monesta tutkimuksesta voidaan päätellä, että itse asiassa takana on implisiittinen oletus Harrod- tai Solow-neutraalista kehityksestä. Voitaisiin myös ajatella, että lisäselittäjä vaikuttaisi Hicks-neutraalisti.

Kaikki edellä mainitut tapaukset ovat erikoistapauksia Sato-Beckmann spesifikaatiosta ja siten yhtälöt (16) kattavat ne. Jos endogenisoimista tarkasteltaisiin suoraan yhtälöistä (16) käsin, voitaisiin luopua edellä mainituista neutraalisuusoletuksista ja pyrkiä selittämään suoraan kokonaistuottavuuden komponentteja, esim. Sato-Beckmann tehokkuusparametrejä, sopivilla lisäselittäjillä rakentamalla simultaaninen systeemi yhtälöiden (16) ympärille. Tällöin voitaisiin simulaanisilla lisärelaatioilla selittää työn tehokkuuden nousua, ts. sen rajatuottavuuden kasvua esim. koulutustasomuuttujalla ja joillain mallin (16) jo spesifioituilla muuttujilla tms. ja pääoman sekä välituotteiden käytön tehokkuuden muutosta vaikka viivästetyllä R & D panoksen muutoksilla tai esimerkiksi jollain tavoin mitatulla automaatioasteella ja muilla malliin jo kuuluvilla muuttujilla. Edellä hahmotettu tilanne muistuttaa jossain määrin 1950-luvulla suosittua lähestymistapaa, jolloin itse tuotantofunktion tai sen residuaaliin liitettiin lisäselittäjiä, kuten esim. koulutuksen tasoa tai koulutuspanosta kuvaavia

muuttujia. Pyrkimys panostehokkuuksien arviointiin, ts. nähdä kokonaistuottavuus osina ja selittää komponenttien kehitystä jossain simultaanispesifikaatiossa ovat kuitenkin rikkomassa sen myytin, jonka mukaan residuaalimenetelmän yhteydessä ei tarvita ekonometristä estimointityötä; itse asiassa siinä tarvitaan simultaanista estimointia. Tämä samansuuntainen piirre ilman mitään endogenisointipyrkimystäkin näkyy jo yhtälöiden (16) yhteydestä, kuten aikaisemmin jo todettiin.

KOKONAISTUOTTAVUUS JA RAKENNUMUUTOS

Kokonaistuottavuuden aggregointi

Yleisesti ottaen voidaan todeta, että residuaalimenetelmä johtaa ketjuindeksien käyttöön, kun taas monet tavanomaiset indeksikaavat ovat kiinteäpainoisia. Tällaisten indeksien soveltaminen voikin johtaa sangen poikkeavaan käsitykseen residuaalin suuruusluokasta, jos muutokset panoskäytössä ja ennen kaikkea kustannusrakenteessa ovat suuria. Tämä viittaa siihen, että kokonaistuottavuudella ja rakennemuutoksella on läheinen yhteys. Lähtien joltain aggregaattitasolta olettamalla spesifikaatio (8), jossa tekninen kehitys voi olla myös muotoa (9), voidaankin johtaa "korkeamman aggregaattitason" kokonaistuottavuuden muutoksille lausekkeita, joissa kokonaistuottavuus koostuu "mikrotason" kokonaistuottavuuksista ja "makrotason" panosten ja "mikrotason" panosten kasvunopeuksien sekä tuotannon kasvunopeuksien eroista. Nämä heijastelevat eroja makrotason ja mikrotason panosten sekä tuotosten rajatuottavuudessa, ts. allokatiivisen tehokkuuden muutosta.

Kokonaistuottavuuslaskelmia suoritettaessa tavanomaista on ollut aggregoida toisaalta toimialoittaiset tuotoksen suhteelliset muutokset jollain hyvällä tavalla, esim. Törnqvist-indeksillä, "makrotason tuotoksen" suhteelliseksi muutokseksi ja toisaalta aggregoida toimialoittaiset panosten käytön muutokset esim. ensin panoslajeittaisiksi "makropanosten" käytön suhteellisiksi muutoksiksi panoslajeittain määritellyillä Törnqvist indeksien suhteellisillä muutoksilla ja sitten aggregoida eri makropanosten suhteelliset muutokset Törnqvist tyyliin yhteiseksi yhdistetyksi makropanoksen suhteelliseksi muutokseksi.

Kokonaistuottavuuden suhteellinen muutos on sitten laskettu tuotannon Törnqvist indeksin suhteellisen muutoksen ja makropanoksen Törnqvist indeksin suhteellisen muutoksen erotuksena, eli itse asiassa residuaalimenetelmällä, joka antaa kokonaistuottavuuden implisiittisen Törnqvist indeksin suhteellisen muutoksen.

Tarkastellaan edellä hahmotettua tilannetta hieman formaalisemmin. Olkoon toimialojen lukumäärä m ja niiden viittaluku j . Kullakin toimialalla on käytössä n panosta x_{ij} , $j = 1, \dots, n$. Määritellään panoshinnat vastaavasti. Näin ollen p_{ij} viittaa toimialan i panoksen j hintaan. Kunkin toimialan tuotos on Q_i ja sen hinta h_i . Panoksen x_j käytön kokonaisarvo on $p_j x_j = \sum_i p_{ij} x_{ij}$ ja vastaavasti toimialan i tuotannon arvo $h_i Q_i$. Koko tuotannon arvo on $hQ = \sum_i h_i Q_i$. Siten toimialan i tuotannon arvosuus $v_i = h_i Q_i / hQ$ ja panoksen x_{ij} arvo-osuus koko panoksen j käytöstä $w_{ij}^j = p_{ij} x_{ij} / (p_j x_j)$.

Kokonaistuottavuuden aggregaattitason suhteellinen muutos saadaan residuaalina

$$(27) \quad \hat{T} = \sum_i v_i \hat{Q}_i - \sum_i v_i \sum_j w_{ij}^j \hat{x}_{ij},$$

jossa $v_i = h_i Q_i / hQ$ -muotoinen Törnqvist paino $(v_i + v_i(-1)) / 2$ ja

$$w_{ij}^j = p_{ij} x_{ij} / (p_j x_j) \text{ -muotoinen Törnqvist paino } (w_{ij}^j + w_{ij}^j(-1)) / 2.$$

Törnqvist indeksin luonteeseen kuuluu, että yllä lausekkeessa (28) suhteelliset muutokset ovat log-differenssejä.

Kokonaistuottavuuden suhteellisen muutoksen laskeminen "makroresiduaalina" (27) on teoreettisesti perusteltua seuraavin argumentein.

Kuten aikaisemmin on jo huomautettu toimialatasolla kustannuksia minimoivan teknologian tuotantofunktion ja kustannusfunktion (tai voittojen maksimointitapauksessa voittofunktion) välillä vallitsee tietty duaalisuus: tasapainossa tuotantofunktio sisältää täsmälleen saman informaation kuin kustannusfunktio ja päinvastoin. Menettely (27) lepää myös tietyillä duaaliperiaatteilla. Vallitsee duaalisuus tuottajan ns. (myynti-)tuottofunktion (revenue-function) ja panosten tarvefunktion (factor-requirements-function) välillä.

Panosten tarvefunktio määrittelee sen minimimäärän aggregoituja tuotantotekijöitä (kokonaismakropanosta), joka tarvitaan tietyn annetun tuotosvektorin tuottamiseen. Toisaalta tuottajan tuottofunktio määrittelee kullakin annetulle tuotannon hintavektorille "maksimaalisen tai optimaalisen"

tuotosvektorin, joka voidaan tuottaa tietyllä määrällä aggregoitua panosta. Toisaalta tietty makropanos "kysyy" tietyn makrotuotoksen, joka allokoituu tuotosvektoriksi tuotannon hintojen (rajatuottavuuksien) välityksellä siten, että tuotot maksimoituvat. Makropanos "vaatii" tiettyjä kustannuksia. Ne muodostuvat tässä tuottojen suuruisiksi. Kokonaispanos allokoituu seuraavassa vaiheessa eri makropanoksiksi. Samalla allokoituvat kustannukset makrotason panoshintojen (rajatuottavuuksien) kautta, ja sitten kukin makropanos makrokustannuksensa puitteissa mikropanoksiksi kunkin panosaggregaattorin rajatuottavuuden määräämällä tavalla ao. panoksen makrokulujen puitteissa.

Kokonaisyksikkökustannusfunktio C on lähestymistavassa muotoa

$$C = C(C^1(p_{i1}), C^2(p_{i2}), \dots, C^m(p_{im}); i = 1, 2, \dots, n)$$

ja tuotantofunktio F on puolestaan muotoa

$$Q = F(f^1(x_{i1}), f^2(x_{i2}), \dots, f^m(x_{im}); i = 1, \dots, n).$$

Yllä funktiot C^j ja f^j , $j = 1, 2, \dots, m$, ovat panoslajittaisia aggregaattorifunktioita, jota nimitystä käytetään myös yleisnimityksenä tuotanto-, kustannus- ja utiliteettifunktioista.

Seuraavaksi oletetaan, että tuotos- ja panospuolen yhdistää heikosti separoituva transformaatiofunktio $G(Q, x) = 0$. Tämä voidaan kirjoittaa muotoon

$$g(Q) = F(x),$$

jossa Q on tuotosvektori ja x kaikki panokset kattava $n \times m$ -panosvektori sekä g tarvefunktio. Jos transformaatiofunktio "siirtyy" teknologian muuttuessa tavalla $g(Q) = F(x, t)$, saadaan makroresiduaalina kokonais-tuottavuuden suhteellisen muutoksen esitys (27).

Jos tilannetta tarkastellaan makrotasolta lähtien, menettely vastaa toisaalta ns. useamman tason voittoa maksimoivaa/kustannuksia minimoivaa optimaalista budjetointia. Panokset allokoituvat voittoa maksimoivassa

mielessä makrotasolla ensin panoslajittaisesti makrokokonaispanoksiksi x_j , $j = 1, 2, \dots, n$ makrokustannusbudjetin puitteissa. Näillä on eksogeeninen "makrohinta" ja makropanosten kysyntä muotoutuu siten, että makrokulut minimoituvat ja makrotason (myynti-)tuotot maksimoituvat, jolloin muodostuvat panoslajitteiset optimaaliset (voittoa maksimoivat) kustannukset. Seuraavassa vaiheessa panoslajittaiset makropanokset allokoituvat edelleen panoslajeittaisiksi mikropanoksiksi x_{ij} , $j = 1, \dots, n$, $i = 1, \dots, m$. Koska kokonaiskulujen pitää olla yhtäsuuria kuin kokonaistuottojen, ja kulujen volyyymi on tuotantofunktion lineaarisesti homogeenisuudesta johtuen sama kuin tuotannon volyyymi, makrotuotannon volyyymi allokoituu mikrotuotoksiksi siten, että myyntituotto maksimoituu annetulla tuotannon hintavektorilla. Muotoutuu optimaalinen tuotosvektori panosten makrokysynnän avulla ja tavalla joka on itse asiassa välittömästi riippumaton panosten allokoituvuudesta mikrotasolla, mutta riippuu siitä välillisesti "aggregaattipanostarpeen" - tarvefunktion - kautta.

Periaate ei sisällä suoranaista tuotantofunktioiden aggregointia, vaan nojaa tavallaan Hicks'in kokonaishyödyketeoreemaan. Toimialatasolla ei tarvinne tehdä mitään oletusta kokonaistuottavuudesta, jos toimialoittaisena lähtökohtana on se, että mikropanokset ovat "niin pitkälle disaggregoituja", että ne ovat sellaisia homogeenisiä panoksia, jotka tyydyttävät hintaproportionaalisuusehdon. Kun tällaisista mikropanoksista aggregoidaan makropanokset, ei suhteellisten hintojen säilyminen ennallaan näin saadun panoksen sisällä välttämättä enää ole voimassa. Kun makropanoksista vielä aggregoidaan kokonaismakropanos, hintaproportionaalisuusehto ei sitä suuremmalla syyllä enää välttämättä ole voimassa. Näin ollen panoshintojen epäproportionaalinen kehitys sekä panoslajeittain mikropanoksista makropanoksiksi että makropanosten välillä ja toisaalta toimialoittaisen tuotannon epäyhtenäinen hintakehitys heijastuvat makroresiduaalin suhteellisena kokonaismuutoksena, kokonaistuottavuuden muutoksena, kaavassa (27).

Em. menettely vastaa tavallaan edellä selostettujen "todellisen tuotannon volyyymi- ja hintaindeksien" määrittämisestä makrotasolla, jossa on käytettävänä mikropanokset, mutta ei toimialoittaisia tuotantofunktioita. Tuotokset ja panokset aggregoidaan tavallaan toisistaan riippumattomasti. Menettely seuraa transformaatiofunktion ns. heikosta separoituvuudesta, joka tässä yhteydessä ilmaisee karkeasti ottaen sen, että mikään panos ei ole tuotos ja mikään tuotos ei ole panos millään toimialalla.

Jos esimerkiksi kaikki edellä mainitut funktiot ovat lineaarisesti homogeenisiä translog-tyyppisiä funktioita, eksaktit volyymi- ja hinta-indeksit makrotasolla koostuvat Törnqvist-tyyppisistä panos-indeksifunktioista (27). Luonnollisesti voidaan käyttää myös muita eksakteja indeksejä. Näiden pitäisi toisaalta olla superlatiivisi, jotta laskelman tuloksen voitaisiin kuvitella approksimoivan monipuolisemman tuntemattoman tuotantofunktion virittämää maailmaa ja toisaalta siksi, että aggregointi voitaisiin suorittaa useassa vaiheessa, esim. toimialatasolta sektoritasolle ja siltä edelleen koko talouden tasolle ilman sanottavaa aggregointiharhaa, sillä superlatiivisten indeksien voidaan todistaa olevan approksimatiivisesti konsistentteja aggregoinnissa. Tämä merkitsee, että laskelmat voidaan suorittaa eri vaiheissa ja useassa järjestyksessä ja kokonaistulos muodostuu jokseenkin samaksi, riippumatta siitä missä järjestyksessä laskelmat on suoritettu.

Ylläolevasta havaitaan, että 1960-luvulla lähinnä heuristiselta pohjalta virinnyt harrastus ketjuindeksien, erityisesti Törnqvist indeksin käyttöön, ja toisaalta (luonnollinen) pyrkimys sangen yksityiskohtaiseen datatyöhön ja uskomus siihen, että tämä johtaa kokonaistuottavuuden totaalin pienenemiseen on ollut perusteltua, toisaalta Hicks'in aggregointiteoreeman valossa ja toisaalta eksaktisuuden tähden, edellytyksellä että itse asiassa vallitsee täydellinen kilpailu sekä panos-että tuotosmarkkinoinnoilla ja tuotantofunktio on lineaarisesti homogeeninen sekä transformaatiofunktio heikosti separoituva. Menettelyä on joissakin yhteyksissä kutsuttu approksimatiiviseksi aggregoinniksi.

Käytännössä voidaan kuitenkin olettaa, että jo toimialatasolla (tai jollain lähtötasolla) muodostettaessa toimialoittaisia panoksia ja tuotosta tehdään "lievää väkivaltaa" Hicks'in hintaproportionalisuudelle. Toimialoittainen tuotantofunktio saa muodon $Q = f(x, t)$, kuten edellä todettiin. Tarkastelu on ehkä paras suorittaa differentiaalisin Divisia esityksin ja soveltaa sitten diskreetille datalle jotain eksaktia indeksointia, joka mieluummin olisi superlatiivinen.

Oletetaan, että toimialatasolla on tuotantofunktiot

$$Q_i = F^i(x_{11}, \dots, x_{mn}, t_i),$$

jossa i on toimiala $i = 1, \dots, m$, ja kunkin toimialan i panoksia x_{ij} , $j = 1, \dots, n$, on n kpl.

Tällöin toimialatason tuotannon muutos voidaan esittää kuten edellä

$$(28) \quad \hat{Q}_i = \sum w_{ij} \hat{x}_{ij} + \hat{T}_i,$$

jossa $w_{ij} = p_{ij} x_{ij} / (h_i Q_i)$ -muotoinen Divisia paino.

Painottamalla toimialoittaiset muutokset (28) arvopainoilla v_i saadaan makrotason kokonaistuottavuuden suhteelliseksi muutokseksi muotoa (27) oleva lauseke

$$(29) \quad \sum v_i \hat{Q}_i = \sum v_i \sum_j w_{ij}^j x_{ij} + \sum v_i \hat{T}_i,$$

jossa kaikki painot ovat nyt Divisia-painoja.

Yleensä edellä esitettyyn ajatuksenkulkuun on liitetty toimialoittainen Hicks-neutralisimi, jolloin aggregaattitasolla tekninen kehitys ei enää ole välttämättä Hicks-neutraalia. Laskelmat diskreetillä datalla suoritetaan jotakin superlatiivista kaavaa käyttäen.

Tavallisesti kokonaistuottavuuden suhteellinen muutos lasketaan impliittisesti, mutta kokonaistuottavuuden suhteelliselle muutokselle aggregaattitasolla voidaan myös johtaa eksplisiittinen esitys toimialoittaisen teknisen kehityksen monimutkaisemmissa toimialoittaisissa spesifioinneissa.

Esimerkiksi, jos tunnetaan joka toimialalla i panosten j Sato-Beckmann tehokkuusparametrien muutokset \hat{T}_{ij} , $i = 1, \dots, m$, $j = 1, \dots, n$, voidaan lausekkeessa (29) kirjoittaa eksplisiittinen esitys kokonaistuottavuusindeksin suhteelliselle muutokselle

$$(30) \quad \sum_i v_i \hat{T}_i = \sum_i v_i \sum_j w_{ij}^j \hat{T}_{ij},$$

jossa olevat painot on määritelty edellä kaavojen (27) yhteydessä.

Huomattakoon, että kaava (29) mahdollisin lisäyksin (30) ei enää välttämättä ole tulkittavissa tuotantofunktioksi sanan varsinaisessa merkityksessä. Se on tietynlainen konstruktio, identiteetti, joka on voimassa kun makrotason kokonaistuotannon suhteelliseksi muutokseksi määritellään toimialoittaisten tuotannon volyymien suhteellisten muutosten arvopainotettu

summa ja panospuolella suoritetaan myös vastaava painotus ja yhteenlasku. Toimialoittaisten tuotantofunktioidenhan oletettiin olevan tasapainossa ja tämän vuoksi tuotantofunktioista johdetut relaatiot (28) ovat voimassa differentiaalisen pienin muutoksin. Divisia-differentiaaliesityksenä relaatio (29) voidaan kirjoittaa teknologiaspesifikaatiossa (30) mm. muotoon

$$(31) \quad \sum_i v_i Q_i = \sum_j \sum_i w^{ij} x_{ij} + \sum_j \sum_i w^{ij} T_{ij},$$

jossa $w^{ij} = p_{ij} x_{ij} / hQ$ -muotoinen paino $i = 1, 2, \dots, m$, $j = 1, 2, \dots, n$ (panoksittain yli toimialojen).

Tiukasti ottaen näin ei kuitenkaan voida menetellä diskreettien aineistojen tapauksessa, sillä yleisesti ottaen superlatiiviset indeksit ovat vain approksimatiivisesti konsistentteja aggregoinnissa. (Poikkeuksena tästä on ns. Vartia I indeksifunktio, joka on eksakti Cobb-Douglas tuotantofunktiolle. Tämä puolestaan ei ole mahdollinen tuotantofunktio Sato-Beckmann teknologiaspesifikaatiossa (vrt. (16)). Diskreetissa tapauksessa palaudutaan muotoa (27) olevaan aggregointiin funktionaalista spesifikaatiota vastaavin eksaktein (superlatiivisin) painoin.

Edellä on hahmotettu periaatteessa mielenkiintoinen tilanne: ensimmäisessä tapauksessa on olemassa hyvin määritelty tuotantofunktio makrotasolla, mutta ei toimialatason tuotantofunktioita. Jälkimmäisessä tapauksessa on puolestaan lähtökohtana hyvin määritellyt toimialatason tuotantofunktiot, mutta ei makrotason tuotantofunktiota tavanomaisessa mielessä. Kumpikin lähtökohta oletus johtaa kuitenkin varsin samannäköiseen lopputulokseen, kaavoihin (27) ja (29). Voitaneen kuitenkin todeta, että käytettäessä jälkimmäisessä tapauksessa jotain superlatiivista painotusta joka vaiheessa, makrotason konstruktio (31) approksimoinee "todellista tuntematonta kuvitteellista makromailmaa" juuri superlatiivisten indeksien approksimaatio-ominaisuuksien vuoksi ehkä suhteellisen lähteisesti.

Summa-aggregaatit ja rakennemuutos

Edellä esitettyssä kaavassa (29) ei rakennemuutos heijastu kovin selvästi. Sen kätkeytyy indeksoinnin painojen muutoksiin ja toisaalta tietysti heijastuu eri muuttujien allokoitumisena, josta voitaisiin tarkastella esi-

merkkinä jonkin panoksen kasvunopeutta verrattuna koko vastaavan panoksen käyttöön jne.

Joskus kuitenkin saattaa olla havainnollista tarkastella kokonaistuottavuuden ja rakennemuutoksen yhteyttä korkeammalla aggregaattitasolla "summa-aggregaatein" toimialatason vastaavista muuttujista.

$$Q = \sum_i Q_i, \quad x_j = \sum_i x_{ij}$$

Tällöin toimialoittaiset tuotokset Q_i on suoraan laskettu yhteen kokonaistuotokseksi Q ja vastaavasti eri toimialojen i tyyppiä j olevat panosvolyymit on laskettu yhteen. Eri hinnat määritellään vastaavasti: koko tuotannon hinnaksi muodostuu h , kun toimialoittainen tuotannon hinta on h_i ja "makropanoksen" hinnaksi p_j saadaan $p_j = \sum_i x_{ij} p_{ij} / x_j$, kun toimialan i panoksen j hinta on p_{ij} . Edellä hahmotetut "mittaukset" vastaavat tilannetta, jossa havaitut volyymisuureet on mitattu kiinteähintaisina arvoina, ts. jossain kiinteässä hintatasossa "perusvuoden painoin". Tilanne vastanee esimerkiksi Kansantalouden tilinpidon sarjojen konstruointimenettelyä.

Mielenkiinnon kohteena on sekä toimialatason että aggregaattitason kokonaistuottavuuden kasvu ja dekomponointi juuri mainitulla tavalla suoritetuilla mittauksilla, kun vertailukohteena on "oikealla tavalla" suoritettu kokonaistuottavuuden mittaus samoin sarjoin. Tarvittavien kaavojen johto käynee yleispätevimmin Divisia muotoisesta differentiaaliesityksestä käsin.

Esimerkiksi, jos jollain "lähtö-aggregaattitasolla" esim. toimialatasolla i on olemassa Sato-Beckmann tyyppinen tekninen kehitys ja lineaarisesti homogeeminen tuotantofunktio, jossa on n panosta, sen Divisia muotoinen differentiaaliesitys on aikaisemmin mainittua muotoa (15):

$$(32) \quad Q_i = \sum_j w_{ij} \hat{x}_{ij} + \sum_j w_{ij} \hat{T}_{ij}, \quad i = 1, \dots, m$$

Tässä paino $w_{ij} = (p_{ij}x_{ij})/(h_iQ_i)$ on toimialan i panoksen j kustannus- tai arvo-osuus toimialan i tuotannon arvosta.

Kokonaistuotannon volyymin suhteelliseksi muutokseksi ilman summa- aggregaatteja saadaan aluksi kuten lauseketta (31) johdettaessa

$$(33) \quad \sum v_i \hat{Q}_i = \sum \sum w_{ij}^{ij} \hat{x}_{ij} + \sum \sum w_{ij}^{ij} \hat{T}_{ij},$$

jossa $w^{ij} = p_{ij}x_{ij}/hQ$ ja $v_i = h_iQ_i/hQ$ on toimialan $i=1, \dots, m$ tuotannon arvo-osuus koko tuotannosta.

Esitys (33) on Divisia-differentiaaliesitys, jota Translog-tapauksessa vastaa edellä mainittu Törnqvist-kaavio (27), mutta koska Törnqvist-indeksi ei ole täsmälleen konsistentti aggregoinnissa, ei Törnqvist-painoja voida suoraan kirjoittaa yllä olevasta kaavasta, vaan puritaanisessa mielessä täytyy käyttää (27):n yhteydessä esitettyjä osapainoja.

Kokonaistuotannon suhteelliselle muutokselle summa-aggregaatein saadaan Divisia esitys

$$(34) \quad \sum_i v_i \hat{Q}_i = \sum_j w_j \hat{x}_j + \sum_i v_i \hat{T}_i + \sum_j w_j \left(\sum_i w_{ij}^j (\hat{x}_{ij} - \hat{x}_j) \right)$$

jossa $T_i = \sum w_{ij} T_{ij}$ ja paino $w_j = p_j x_j / (hQ)$ on panoksen j arvo-osuus kokonaistuotannon arvosta. Paino $w_{ij}^j = p_{ij} x_{ij} / (p_j x_j)$ on puolestaan sektorin i panoksen j käytön arvo suhteessa koko panoksen j käytön arvoon (esim. teollisuuden työvoimakustannukset per koko kansantalouden työvoimakustannukset). Paino v_i puolestaan ilmaisee toimialan i tuotannon arvon suhteessa korkeamman aggregaattitason tuotannon arvoon, kuten edellä jo määriteltiin.

Lausekkeen ensimmäinen termi ilmoittaa j :nnen makropanoksen kontribuution tuotannon kasvuun. Toinen termi puolestaan ilmaisee toimialan i kokonaistuottavuuden kontribuution kokonaistuotannon kasvuun. Se voidaan lisäksi jakaa toimialan i panostehokkuuksien T_{ij} kontribuutioiksi. Lausekkeen viimeinen termi kuvaa toimialan i panoksen j suhteellisen muutosnopeuden eroa verrattuna makropanoksen suhteelliseen kasvunopeuteen. Jos kaikkien toimialojen panosten käyttö panoslajissa $j=1, \dots, m$ kasvaisi yhtä nopeasti kuin nopeimmin kasvavan rajatuottavuuden omaavan toimialan vastaavan panoksen j rajatuottavuus, termi olisi nolla ja allokaatio olisi "täystehokas".

Seuraavaksi oletetaan, että korkeammalla aggregaattitasolla on olemassa muotoa

$$(35) \quad \hat{Q} = \sum_j w_j \hat{x}_j + \hat{T}$$

oleva esitys. Tässä $Q = \sum Q_i$ on tuotannon perusvuoden hinnoilla yhteenlaskettu volyymi ja x_j vastaavasti makropanos $x_j = \sum x_{ij}$. Tällöin korkeamman aggregaattitason kokonaistuottavuuden suhteelliselle muutokselle saadaan hajote

$$(36) \quad \tilde{T} = \sum_i (q_i - v_i) \hat{Q}_i + \sum_j \left(\sum_i w^{ij} (\hat{x}_{ij} - \hat{x}_j) \right) + \sum_j \left(\sum_i w^{ij} \hat{T}_{ij} \right).$$

Näin ollen makrotason kokonaistuottavuuden suhteellinen muutos on jaettavissa makropanoksen kontribuutioon, mikropanoksien kontribuutioon, viimeksi mainittujen tehokkuuksien kontribuutioon ja tuotemarkkinoiden vaikutukseen. Tämä heijastaa volyymipainoilla $q_i = Q_i/Q$ ja arvopainoilla $v_i = h_i Q_i/hQ$ laskettua tuotannon määrän suhteellisen muutoksen erotusta, joka puolestaan seuraa toimialoittaisten tuotannon hintojen erilaisesta kehityksestä suhteessa koko tuotannon hintaan ja verrattuna perusvuoteen eli heijastelee tuotannon allokointumista sen rajatuottavuuden mukaan ja rajatuottavuuksien kasvunopeuksien muutoksia tuotannon allokation muuttumisen mukaan perusvuoden hinnoin ja tuoterakentein mitattuun allokointiin eli tuoterakenteen muutoksen kontribuutiota.

Painoilla $w^{ij} = p_{ij} x_{ij}/hQ$ laskettava tuotannontekijöiden suhteellisten allokatioerojen kontribuutio puolestaan riippuu rajatuottavuuksien p_{ij}/p_j ja p_j/h muutosnopeuseroista suhteessa perusvuoden rajatuottavuuksilla mitattuun panosten käytön rakenteen suhteellisiin muutoksiin. Näin ollen panosten käytön rakennemuutos suhteessa perusvuoden hinnoilla mitattuun rakennemuutokseen tulee huomioon otetuksi.

Lauseke (36) voidaan vielä kirjoittaa muotoon

$$(37) \quad \hat{Q} \equiv \sum_j w_j \hat{x}_j + \sum_j w_j \left(\sum_i w_{ij}^i (\hat{x}_{ij} - \hat{x}_j) \right) \\ + \sum_i (q_i - v_i) (\hat{Q}_i - \hat{T}_i) \\ + \sum_i q_i \hat{T}_i,$$

$$\text{jossa } \hat{T}_i = \sum_j w_{ij} \hat{T}_{ij},$$

ja makrotason kokonaistuottavuuden suhteellinen muutos käsittää lausekkeen kolme viimeistä termiä.

Lausekkeesta (37) voidaan laskea eri termien kontribuutiot kokonaistuotannon kasvuun ja yhdistellä niitä luonnollisesti lukuisin eri tavoin. Esimerkiksi panoksen j kokonaiskontribuutioksi voitaisiin ajatella makropanoksen j kontribuutiota lisättynä vastaavan muuttujan siirtymätermin kontribuutiolla, vastaavalla toimialoittaisella panostehokkuuksien kontribuutiolla jne. Relaatio (37) Divisiamuodossa on "rekursiivinen". Näin ollen voidaan sitä toistuvasti hyväksikäyttää laskea erilaisia "semimakroagregaatteja".

Käytännön laskelmissa joudutaan luonnollisesti käyttämään jotain superlatiivista painotusta. Jos kaikki tuotantofunktiot ovat esim. CES-tyyppiä, voidaan soveltaa Vartia II painotusta yllä esitettyjä Divisia painoja vastaavin $L(x,y)$ funktioin ja suhteellisen muutoksen indikaattorina logaritmista differenssia.

Lopuksi huomautettakoon, että esitys (37) ei sisällä mitään asiallisesti uutta verrattuna Divisia-muotoisiin esityksiin (33) ja (35). Taustalla olevana trikkinä on makrotason "sovittu" esitys (35), joka itse asiassa on lisätty puolittain yhtälöön (34). Kun johonkin yhtälöön on lisätty kummallekin puolelle jotakin yhtäsuurta, säilyy yhtäläisyys, mutta eri tempuin voidaan saada lähtökohdista varsin pitkälle poikkeavia esitysten ilmaisuja, jotka nekin sisältävät vain perustotuudet, tai oikeammin oletukset.

Rakennelma (37) on sekin luonteeltaan identiteetin kaltainen yhtäpitävyys, eikä varsinaisesti tuotantofunktio makrotasolla. Oletuksen mukaan makrotason tuotantofunktion suhteellinen muutos on muotoa (35). Toisaalta mikrotason tuotantofunktioiden suhteelliset muutokset ovat muotoa (32). Mikro- ja makrotason tuotantofunktioiden olemassaolo sekä oletus summa-aggregaateista tarjoavat mahdollisuuden dekompositioihin (36)-(37), joissa kokonaistuottavuuden dekomponoinnin tavallaan mahdollistavat erot kiinteäpainoisen ja liukuvapainoisen volyymikehityksen välillä. Ensin mainittu puolestaan heijastelee sitä muuttujakontribuutiota, joka olisi ollut jos tuotannontekijät olisivat allokoituneet perusvuoden jakaumalla muulloinkin, kun taas liukuvapainoinen kontribuutio heijastelee todellista kehitystä. Näin ollen makro- ja mikropanosten kasvunopeuserot heijastelevat Hicks'in aggregointiteoreeman volyymipuolta, fyysisten rajatuottavuuksien kasvunopeuksien eroja, kun hintapuoli makrotasolla määriteltiin summa-aggregaatin avulla, ts. mikropanokset homogenisoitiin keskihinnalla, kun ne itse asiassa koostuvat tässä mielessä epähomogeenisista osista.

ESIMERKKI

Tarkastelemme lopuksi esimerkkiä, jossa lähdeaineistona ovat Kansantalouden tilinpidon teollisuutta koskevat sarjat vuosilta 1972-1975. Tarvittava numero-aineisto on esitetty taulukossa 1. Tarkoituksena ei ole kommentoida taulukon 1 lukuja ja niiden taakse kätkeytyviä laajempia syy- ja seuraussuhteita noina "Kansantaloutemme hulluina vuosina" tässä yhteydessä. Sen sijaan tarkastellaan residuaalimenetelmän eri versioiden purevuutta Ces-Sato-Beckmann teknologian puitteissa.

Tarkasteluajanjaksolla 1973-1975 tuotanto ja panokset kehittivät sangen epäyhtenäisellä tavalla ja vaihtelut tulo-osuuksissa olivat erinomaisen suuria. Tämä antaa aiheutta odottaa, että eri menetelmät ja laskutavat - edellä teoreettisesti perustellut, ja eräät näitä muistuttavat lähinnä "ad hoc" luonteiset laskentakehikot - saattaisivat tuottaa numeerisesti eroavia tuloksia kokonaistuottavuuden kasvua arvioitaessa.

A Panostehokkuudet

Ensiksi lasketaan pääoman K ja työn L panostehokkuuksien T_K ja T_L suhteelliset muutokset kaavasta (16.A) logaritmisina differensseinä:

$$(E1) \quad \hat{T}_K = (Q/\hat{K})/(1-s) - s\hat{p}_K/(1-s)$$

$$\hat{T}_L = (Q/\hat{L})(1-s) - s\hat{p}_L/(1-s)$$

Tätä varten tarvitaan arvio substituutiojouston arvosta. Käytämme tästä estimaattia 0.2500, joka on itse asiassa estimoitu Sato-Beckmann tyyppisen teknisen kehityksen sisältämästä CES-funktiosta johdetusta panosintensiteetti-yhtälöstä, jossa panostehokkuudet ovat spesifioidut kasvamaan tasaisesti, trendinomaisesti ajassa pitkällä aikavälillä. Substituutiojousto on siis mielletty luonteeltaan pitkän aikavälin substituutiojoustoksi, ja on siten luonteeltaan enemmän tai vähemmän virheellinen, jos relaatio (E1) tulkitaan luonteeltaan lyhyen aikavälin yhtälöksi. Näin vältämme osittain edellä mainitun identifikaatioprobleeman, mutta lyhyen aikavälin laskelmissa pitkän aikavälin jouston käyttö saattaa antaa jossain määrin harhaisen kuvan yksittäisten panostehokkuuksien kehityksestä. Tämän esimerkin puitteissa emme kuitenkaan kiinnitä tähän asiaan huomiota; pääasia jatkon kannalta tässä esimerkissä on se, että meillä on käytettävissämme jokin substituutiojouston arvio. Oletamme siis substituutiojouston arvon oikeaksi.

TAULUKKO 1. ERÄIDEN TEOLLISUUSTUOTANNON KEHITYSTÄ JA TEKNOLOGIAA LUONNEHTIVIEN MUUTTUJIEN SUHTEELLISET MUUTOKSET VUOSINA 1973-1975 (TOL 2,3, LOGISTA PROSENTTIA)

	%	1973	1974	1975
TUOTANNON VOLYYMIN MUUTOS	\hat{Q}	6.26395	4.83512	-4.17006
NETTOPÄÄOMAKANNAN MUUTOS ¹⁾	\hat{K}	3.65519	6.74264	6.11997
TYÖPANOKSEN MUUTOS (TYÖTUNNIT)	\hat{L}	1.90825	0.99454	-1.98908
PÄÄOMAN TUOTTAVUUDEN MUUTOS	(\hat{Q}/\hat{K})	2.60877	-1.90752	-10.29003
TYÖN TUOTTAVUUDEN MUUTOS	(\hat{Q}/\hat{L})	4.35571	3.84058	-2.18098
TYÖN KESKIMÄÄRÄISEN REAALISEN TUNTIKUSTANNUKSEN MUUTOS ²⁾	\hat{P}_L	2.11911	-4.07582	12.47837
PÄÄOMAN KIIINTEÄHINTAISEN BRUTTOTUOTTOASTEEN MUUTOS ³⁾	\hat{P}_K	6.45689	9.98226	-34.53509
BTK-ERÄN HINTAINDEKSIN MUUTOS	\hat{H}	15.74285	27.04576	9.86841
TYÖN TUOTANNONTEKIJÄKORVAUSTEN OSUUS KÄYPÄHINTAISESTA BKT-ERÄSTÄ ⁴⁾	w_L	0.62429	0.57678	0.66785
$1-w_L$	w_K	0.37570	0.42322	0.33215

- 1) Ns. ETLAn pääomakanta (julkaisematon). Tämä on varsin lähellä TK:n vastaavaa kantaa
- 2) KT:n mukaiset palkat + pakolliset sotu-maksut per työtunti
- 3) Käypähintainen bruttotuottoaste kerrottuna bkt-erän ja investointien impliittisten hintaindeksien suhteella. Näin siksi, että käypähintainen bkt-erä saataisiin esitetyksi panosten nimellishintojen ja volyymien avulla niin, että tuotantofunktion lineaarinen homogeenisuus säilyisi.
- 4) Palkat + pakolliset sotu-maksut per käypähintainen bkt-erä.

Taulukon 1 aineistolla ja substituutiojouston arvolla 0.2500 saadaan kaavoja (E1) käyttäen seuraavat arviot yksittäisille panostehokkuuksille.

TAULUKKO 2. ARVIO PÄÄOMA- JA TYÖPANOKSEN TEHOKKUUDEN SUHTEEL-
LISESTA MUUTOKSESTA VUOSINA 1973-1975 (LOOGISTA
PROSENTTIA)

		1973	1974	1975
PÄÄOMAN TEHOKKUUS	\hat{T}_K	1.33173	-5.87716	-2.21367
TYÖN TEHOKKUUS	\hat{T}_L	5.10130	6.47934	-7.06748
VINOUS	$\hat{T}_K - \hat{T}_L$	-3.76957	-12.35650	4.35381

Taulukosta havaitaan, että työn tehokkuus kasvoi erityisen nopeasti vuosina 1973 ja 1974. Nousu oli kumpanakin vuonna työn osittaistuottavuuden kasvua nopeampaa; työn reaalisen tuotannontekijäkorvauksen hinta jälkimmäisenä vuonna jopa laski, kun sen sijaan pääoman tuotannontekijäkorvauksen reaali-hinta, kiinteähintainen kannattavuus, nousi samanaikaisesti vielä voimakkaas-ti. Kustannustason kohoamisesta johtuen kilpailukyky ilmeisesti laski. Koko-naistuottavuuden kasvu, joka ilmenee taulukosta 3, ei riittänyt kompensoi-maan kustannustason nousua. Tuotanto putosikin seuraavana vuonna, mutta muutaman edellisen vuoden aikana parantuneen kannattavuuden ja optimistis-ten tuotanto-odotusten siivittämä investointitoiminta jatkui vielä voimak-kaana - tosin myös osittain investointiprojektien keston pitkä-aikaisuuden vuoksi. Vuonna 1975 nimellispalkat kohosivat runsaasti, työ reaalisena kustannustekijänä kallistui tuntuvasti, tulonjakoa pyrittiin palauttamaan ennalleen, vaikka työtunnit jo supistuivat ja työn tuottavuus väheni - lähinnä tosin tuotannon supistumisen seurauksena. Lisäksi työvoimaa ei supistettu työn tarvetta vastaavasti. Näin ollen työn tehokkuus laski jyr-kästi ja työn "tehokas" käyttö, $\hat{L} + \hat{T}_L$, tätäkin enemmän eli n. 9 %.

Aiemmin käyntiin lähteneet investointiprojektit pyrittiin saattamaan loppuun ja tästä johtuen pääomakanta kasvoi vielä v. 1975 nopeasti. Tuotannon kääntynyt voimakkaaseen laskuun, kapasiteetin käyttöaste putosi tuntuvasti, pääoman tuottavuus heikkeni voimakkaasti pääomakannan vielä kasvaessa ja kannattavuus laski suhteellisesti ottaen eniten. Näin ollen pääoman tehokkuus tällä kannattavuuden reaalitasolla ei laskenut niin paljon kuin työn tehokkuus. Työn hintakehityshän oli inflatorinen. Lasku tästä lankesi lähinnä pääoman tuotannontekijäkorvausten osalle. Tuotannon supistuessakin työn nimelliset tuotannontekijäkorvaukset oli maksettava. Kannattavuus laski voimakkaasti ja tulonjako muuttui tuntuvasti. Pääomakannan tehokas käyttö nousikin vallitsevalla kannattavuuden tasolla vajaat 4 %, ja funktionaalinen tulonjako muuttui tuntuvasti työn puolelle, kun se edellisellä vuotena oli hypähtänyt yli 10 %-yksikköä vastakkaiseen suuntaan. Tällöin pääoman osuus ylittikin pitkän aikavälin keskiarvonsa runsaalla 5 %-yksiköllä. Vuonna 1975 työn tuotannontekijäkorvausten osuus puolestaan ylitti pitkän aikavälin keskiarvonsa 4.5 %-yksiköllä.

Tämän seurauksena kokonaistuottavuuden kasvu muuttui negatiiviseksi, työn tehokkuushan laski tuntuvasti, mutta työn tulo-osuus nousi siten, että kehityskulkua ei pystytty kompensoimaan pääoman käytön tehostamisella vallitsevalla hintatasolla: tekninen kehitys taantui, mutta taito käyttää pääomaa vallitsevalla alhaisella reaalitasolla nousi, ts. kuilu pääoman osittaistuottavuuden kehityksen ja reaalisen kannattavuuskehityksen välillä substituutiomahdollisuudet huomioonottaen pakotti pääoman tehokkuuden nostoon.

On eri asia tässä tarkasteluraamissa, miksi esimerkiksi työtunnit vallitsevalla hintatasolla eivät supistuneet enemmän, yrityksethän pyrkivät muista kuin sen hetkisistä teknis-taloudellisista syistä välttämään esimerkiksi irtisanomisia kovin huomattavissa määrin. Työtunteja olisi voitu supistaa kysyntä- ja hintatilannetta vastaavammiksi ja siten työn tehokkuutta nostaa. Näin ollen reaalimaailmassa erilaiset sopeutusviiveet ovat mukana vaikuttamassa laskettuihin panostehokkuuksiin. Nämä sekä käytössä olevat panosmäärät puolestaan antavat sen faktisen, tehollisen panosmäärän jolla tuotantofunktio on tasapainossa.

Mitattuja panosmääriä voitaisiin ehkä pitää lyhyellä aikavälillä ennalta annettuina ja tuotannontekijäkorvausten "tehokkaita" hintoja itse asiassa endogeenisina, kun tavallisesti ajatellaan (voittoa maksimoivassa tapauksessa) panosten nimellishintoja ja lopputuotteen nimellishintaa eksogeenisena ja panoskysyntää endogeenisena.

B kokonaistuottavuus

Seuraavaan taulukkoon on laskettu kokonaistuottavuuden suhteellisia muutoksia taulukon 1 aineistoista residuaalimenetelmällä:

$$\hat{T}^R = \hat{Q} - \sum w_i \hat{x}_i$$

ja yhteenpainottamalla taulukossa 2 esitettyjä panostehokkuuksia:

$$\hat{T}^W = \sum w_i \hat{T}_i$$

TAULUKKO 3. KOKONAISTUOTTAVUUDEN SUHTEELLISEN MUUTOKSEN MUUTAMIA ARVIOITA LASKETTUNA ERI MENETELMILLÄ

		1973	1974	1975
PAINOTUS AO, PERIODIN ARVOPAINOT	T_W^R	3.6994	1.4078	-4.8744
	T_W^W	3.6851	1.2498	-5.4553
ARITMEETTINEN KESKIAARVO V. 1960-1980 ARVOPAI- NOISTA	T_A^R	3.7057	1.7017	-5.1998
	T_A^W	3.6986	1.8815	-5.2613
VARTIA II PAINOT	T_V^R	3.7118	1.5471	-5.2288
	T_V^W	3.7118	1.5492	-5.2432
TÖRNQVIST PAINOT	T_T^R	3.7117	1.5444	-5.2437
	T_T^W			
VÄRTIÄ II PAINOT	$-T_V^{RC}$	3.7180	1.5332	-5.1916

Taulukon 3 ensimmäinen ryhmä on laskettu suorittamalla painotus ao. periodin arvopainoilla. Tämä Divisia-tyyppinen painotusmenettely ei ole tässä yhteydessä teoreettisesti validi, sillä muutoksethan ovat differentiaalisena pieniä muutoksia suurempia. Tehdyn Sato-Beckmann teknologia-oletuksen puitteissa tästä saadaankin empiiristä viitettä, sillä teoreettinen yhteys

$$\tilde{T}_f = \hat{Q} - \sum w_i \hat{x}_i = \sum w_i \hat{T}_i$$

ei aivan tarkkaan ottaen päde. Tämä havaitaan vertaamalla taulukon 3 ensimmäistä ja toista vaakariviä.

Useasti sovellettu, mutta teoreettisesti epäkelpo tapa käyttää kokonaistuottavuuden suhteellisen muutoksen laskemisessa jonkin pitemmän aikavälin tulo-osuuksien keskiarvoa antaa edellisestä poikkeavia kokonaistuottavuuden muutosarvioita residuaalimenetelmällä. Painottamalla Sato-Beckmann tyyppisen teknisen kehityksen ja CES-funktion puitteissa lasketut panostehokkuudet yhteen aritmeettisillä keskiarvopainoilla ei ole myöskään teoreettisesti perusteltua. Taulukosta 3 kuitenkin havaitaan, että erot näiden kahden "ad hoc" painotusmenetelmän puitteissa eivät muodostu suuriksi, mutta sen sijaan eroja muodostuu superlatiivisiin laskelmiin nähden.

Tämän esimerkin puitteissa teoreettisesti validi tapa on käyttää CES-funktiolle Sato-Beckmann tapauksessa eksaktia Vartia II indeksiä. Vartia II painotus panosindeksiä laskettaessa tuottaa residuaalimenetelmällä kokonaistuottavuuden implisiittiselle suhteelliselle muutokselle arvion, joka miltei täydellisesti yhtyy esitetyllä tarkkuudella vastaavalla tavalla muodostettuun eksplisiittiseen Vartia II tyyppisen teknisen kehityksen indeksin suhteelliseen muutokseen, huolimatta siitä, että tulo-osuudet vaihtelivat suhteellisen voimakkaasti ja muutokset eri muuttujissa olivat varsin suuria esimerkkiperiodillamme. Tämä on teorian mukainen tulos:

$$\tilde{T}_f = \hat{Q} - \sum w_i^V \hat{x}_i = \sum w_i^V \hat{T}_i .$$

Voimme pitää Vartia II menetelmällä laskettua arviota kokonaistuottavuuden suhteelliselle muutokselle suhteellisen "varmana" käytettyjen muuttujien puitteissa, vaikka yksittäiset panostehokkuudet saattavatkin olla arvioidut ainakin "jossain määrin väärin". Käsittelemme tätä seikkaa lähemmin jäljempänä.

Taulukon 3 viimeiselle riville on vielä vastaavalla tavalla laskettu kokonaistuottavuuden suhteelliselle muutokselle arvio kustannuspuolelta hyväksikäyttäen hintarelaatiota

$$\hat{T}_f = \hat{h} - \sum w_i \hat{p}_i = -\hat{T}_C$$

Havaitaan, että tulos yhtyy jokseenkin täydellisesti edelliseen. Numeerinen tulos on siis teorian mukainen.

Soveltamalla Translog-Sato-Beckmann teknologialle eksaktia Törnqvist-tyyppistä indeksointia saadaan kokonaistuottavuuden suhteelliselle muutokselle implisiittinen arvio, joka miltei yhtyy edellä mainittuun CES-tapauksessa eksaktilla Vartia II indeksoinnilla saatuihin implisiittisiin ja eksplisiittisiin arvioihin. Tämä on luonnollista, sillä Vartia II tyyppinen indeksi on superlatiivinen Törnqvist-indeksille.

Taulukossa 3 selvitetty arvio eksplisiittiselle kokonaistuottavuusindeksin suhteelliselle muutokselle Translog-tapauksessa, ts. painottamalla panostehokkuuksien suhteelliset muutokset Törnqvist-kaavalla ei ole tarkkaan ottaen teoreettisesti validi, sillä panostehokkuudethan oli laskettu kaavasta (E1) olettamalla vakiosubstituutiojousto eli CES-Sato-Beckmann-teknologian puitteissa, ja Translog-tuotantofunktion substituutiojousto muuttuu eikä säily vakiona niinkuin CES-funktion. Näin ollen yksittäiset panostehokkuudet saattavat tulla Translog-oletuksen puitteissa ainakin jossain määrin CES-funktion panostehokkuuksista poikkeaviksi, mutta kuitenkin niin että ero eksplisiittisesti lasketun teknisen kehityksen Törnqvist- ja CES Vartia II kokonaisindeksien suhteellisen muutoksen välillä jää pieneksi.

C tulo-osuudet

On mielenkiintoista havaita, että kaavoja (E1) johdettaessa saadaan ikäänkuin sivutuloksena keino määrätä laskelmissa mahdollisesti käytettävät ns. teoreettiset painot. On varsin omituista, että ottamalla suhteellisen muutoksen indikaattoriksi log-muutos, saadaan lausekkeista (E2), jotka on johdettu differentiaalisen pienille muutoksille jatkuvissa aineistoissa diskreetillä aineistolla ainakin taulukkojen 1 ja 2 tapauksessa arvioiduiksi suhteellisen tarkasti edellä mainittujen superlatiivisten indeksien

painot. Nehän eivät juuri approksimaatio-ominaisuuksiensa tähden poikkea paljon toisistaan. Esimerkkitapauksessamme teoreettisia painoja vastaisivat Vartia II painot; tehokkuuksien suhteelliset muutokset oli arvioitu vakiosubstituutiojousto-oletuksella.

TAULUKKO 4. INDEKSILASKELMIEN ERÄITÄ PAINOJA VUOSINA 1973-1975

		1973	1974	1975	(1972)
HAVAITUT ARVO- OSUUDET	w_K w_L	0.37570 0.62429	0.42322 0.57278	0.33215 0.66785	0.36158 0.63842
ARVO-OSUUKSIEN ARITMEETTINEN KESKIARVO V. 1960-80	w_K^A w_L^A	0.37210 0.62790	0.37210 0.62790	0.37210 0.62320	
VARTIA II PAINOT	w_K^V w_L^V	0.36860 0.63133	0.39899 0.60101	0.37585 0.62415	
TÖRNQVIST PAI- NOT	w_K^T w_L^T	0.36864 0.63136	0.39946 0.60054	0.37769 0.62231	
"TEOREETTISET PAINOT" KAA- VOISTA (E2)	w_K^T w_L^T	0.36860 0.63348	0.39931 0.59997	0.37696 0.62335	
KAAYOJEN (E3) PUITTEISSA LAS- KETUT "UUDET PAINOT"	w_K^U w_L^U	0.37548 0.62453	0.42039 0.57952	0.33090 0.66269	

Teoreettisillä painoilla on seuraavat lausekkeet

$$w_K = s \frac{\hat{T}_L - \hat{p}_L}{\hat{T}_L - \hat{T}_K - (K/L)}$$

(E2)

$$w_L = s \frac{\hat{p}_K - \hat{T}_K}{\hat{T}_L - \hat{T}_K - (K/L)}$$

Näissä lausekkeissa näyttelevät teknisen kehityksen komponentit substituutiojouston ohella merkittävää roolia. Vähentämällä vastaavat yhtälöt (18) toisistaan saadaan lauseke pääomaintensiteetin (K/L) suhteelliselle muutokselle. Tällöin arvo-osuudet voidaan lausua panostehokkuuksien ja osittaisuuttavuuksien suhteellisten muutosten ja substituutiojouston avulla. Toinen edellisen kanssa yhtäpitävä vaihtoehto on lausua arvo-osuudet panostehokkuuksien ja -hintojen suhteellisten muutosten avulla. Edellä esitetyt vaihto-ehdot arvo-osuuksien esittämiseen joko osittaisuuttavuuksien tai panoshintojen avulla vastaavat yleistä homoteettisten funktioiden arvo-osuuksien esittämistapaa tapauksessa, jossa ei ole teknologista kehitystä lainkaan. Teknologisen kehityksen spesifioiminen tuo arvo-osuuksien lausekkeisiin vain ilmeisesti kehityksen tyypistä riippuvia lisätermejä, jotka esillä olevassa Sato-Beckmann tapauksessa ovat panostehokkuudet.

Edellisen lisäksi voimme vielä lausua arvo-osuuksien suhteelliset muutokset panostehokkuuksien ja panosintensiteetin suhteellisten muutosten ja substituutiojouston avulla. Vastaavat lausekkeet voidaan myös kirjoittaa substituutiojouston sekä panostehokkuuksien ja -hintojen suhteellisten muutosten avulla. Esitämme tässä perusyhtälöt differentiaalisen pienin suhteellisin muutoksin jatkuville aineistoille.

$$(E3) \quad \hat{w}_K = -w_L(1-1/s)/(\hat{T}_L - \hat{T}_K - (K/L))$$

$$\hat{w}_L = w_K(1-1/s)/(\hat{T}_L - \hat{T}_K - (K/L))$$

Näistä kaavoista lasketut "uudet tulo-osuudet" eivät kuitenkaan yhdy "uusiin" superlatiivisiin tulo-osuuksiin eli lähinnä "uusiin" teoreettisiin tulo-osuuksiin, jos lähtöpainoina käytetään "vanhoja teoreettisia painoja", vaan suhteellisen tarkasti "uusiin" havaittuihin tulo-osuuksiin, jos lähtöpainoina käytetään havaittuja "vanhoja tulo-osuuksia". Tämä lienee heijastumaa siitä, että havaittuja painoja on ikäänkuin käytetty havaittuina teoreettisina painoina laskettaessa tehokkuusparametrien suhteellisiä muutoksia (ja/tai substituutiojouston virheelliseen arvoon), sillä kaavat (E3) voidaan myös esittää seuraavasti

$$(E4) \quad \hat{w}_i = (\hat{p}_i + \frac{\hat{x}_i}{Q}) = (1-s) (\hat{p}_i - \hat{T}_i) \quad i = K, L$$

D "väärä" substituutiojousto

Havainnollistamme seuraavaksi huomiota siitä, että kokonaistuottavuuden muutosarvio ei riipu käytettävästä substituutiojouston arvosta, kun laskelma suoritetaan painottamalla panostehokkuudet yhteen. Kun panostehokkuudet jonkin havaitun datan puitteissa lasketaan substituutiojoustoarvion avulla ja jos tämä arvio on "väärä", tulevat yksittäiset panostehokkuudet itse asiassa "väärin arvioiduiksi", mutta niiden painotettu summa antaa oikean kokonaistuottavuuden kasvunopeusarvion, joka on aina sama kuin residuaalimenetelmällä laskettu arvio, kun painotus on eksakti.

Edellä oletettiin, että käytetty substituutiojouston arvio 0.2500 on "oikea". (itse asiassa sekin on väärä, sillä kuten edellä todettiin, se on pikemminkin arvio pitemmän aikavälin substituutiojoustosta; lyhyemmän aikavälin jousto lienee tätä arviota jossain määrin pienempi). Oletetaan seuraavaksi että edellä esitetyt laskelmat suoritetaan käyttämällä substituutiojoustolle arviota 0.3500, jota "luullaan oikeaksi".

Kaavoista (E1) saadaan taulukossa 1 esitetyllä datalla panostehokkuuksien muutoksiksi seuraavat luvut

Taulukko 5. Panostehokkuuksien suhteelliset muutokset substituutiojouston arvolla 0.3500

	1973	1974	1975
\hat{T}_K	0.53667	-8.30971	2.36450
T_L	5.56003	8.10325	-16.07448

Painottamalla nämä yhteen taulukossa 4 esitetyillä Vartia II painoilla saadaan kokonaistuottavuuden suhteellisen muutoksen arvioiksi seuraavaa

Taulukko 6. Kokonaistuottavuuden suhteellinen muutosnopeus "väärällä" substituutiojouston arvolla 0.3500

	1973	1974	1975
\hat{T}_V^W	3.71357	1.55464	-5.24895

Ylläolevasta taulukosta havaitaan, että "väärää" substituutiojoustoja hyväksien käyttäen laskettu arvio kokonaistuottavuuden kasvulle vuosiksi 1973-

1975 yhtyy varsin likeisesti taulukossa 3 esitettyyn vastaavalla tavalla, mutta oikeaa substituutiojouston arvoa hyväksikäyttäen saatuun kokonaistuottavuuden kasvuarvioon.

Vastaavasti muut taulukossa 4 esitetyt muuttujat saisivat suhteellisen läheiset arvot, jos laskelmissa käytettäisiin taulukon 5 panos-tehokkuuksien kasvuja.

Salaisuus piilee kokonaistuottavuuden esityksissä

$$\left(\frac{\hat{\partial f}}{\partial K}\right) = \tilde{T}_K \frac{w_L}{s} (\tilde{T}_L - \tilde{T}_K) + \frac{w_L}{s} \left(\frac{\hat{K}}{L}\right)$$

$$\left(\frac{\hat{\partial f}}{\partial L}\right) = \tilde{T}_L - \frac{w_K}{s} (\tilde{T}_L - \tilde{T}_K) - \frac{w_K}{s} \left(\frac{\hat{K}}{L}\right)$$

joiden avulla voidaankin analyttisesti näyttää edellä numeerisesti todennettu seikka, jonka mukaan "väärä" substituutiojousto johtaa "vääriin" tehokkuuksien suhteellisten muutoksen arvioihin, joilla on kuitenkin sellainen ominaisuus, että muodostettaessa näistä eksplisiittinen teknologia-indeksi saadaan sen suhteelliseksi muutokseksi sama kuin mikä saataisiin laskemalla teknologiaindeksin muutos implisiittisesti residuaalimenetelmällä (vastaavin, ts. oikein painoin).